PERSAMAAN STURM-LIOUVILLE REGULAR

PADA PERSAMAAN PANAS

Skripsi

untuk memenuhi sebagian persyaratan

Mencapai derajat Sarjana S-1

Progam Studi Matematika

diajukan oleh

Nanik Hidayati

07610025

Kepada

PROGAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UIN SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2011

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas Akhir
Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Nanik Hidayati
NIM : 07610025
Judul Skripsi : Persamaan Sturm-Liouville Regular dan Penerapannya pada Persamaan panas

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Matematika

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Yogyakarta, 19 Mei 2011
Pembimbing I

Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si
NIP.19660731 200003 2 001

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga CERT FM-UINSK-BM-05-03/R0

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas Akhir
Lamp. :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Nanik Hidayati
NIM : 07610025
Judul Skripsi : Persamaan Sturm-Liouville Regular dan Penerapannya pada Persamaan panas

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Matematika

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Yogyakarta, 19mei 2011
Pembimbing II

Sugiyanto, ST., M.S
NIP.198005052008011028

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga FM-UINSK-BM-05-07/R0

PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/1166/2011

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul	:	Persamaan Sturm-Liouville Regular pada Persamaan Panas
Yang dipersiapkan dan disusun oleh	:	
Nama	:	Nanik Hidayati
NIM	:	07610025
Telah dimunaqasyahkan pada	:	24 Juni 2011
Nilai Munaqasyah	:	A -

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si
NIP. 19660731 200003 2 001

Penguji I

Yudi Ari Adi, M.Si

Penguji II

Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si
NIP.19800402 200501 1 003

Yogyakarta, 28 Juni 2011
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan

Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A, Ph.D
NIP. 19580919 198603 1 002

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertanda tangan dibawah ini,

Nama : Nanik Hidayati

NIM : 07610025

Jurusan/Fakultas : Matematika, Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

menyatakan bahwa skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 1 Juni 2011

NanikHidayati

NIM. 07610025

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penelitian dalam skripsi ini dapat terselesaikan. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi umat islam.

Penyusunan skripsi ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu persyaratan untuk memperoleh gelar sarjana Program Studi Matematika. Skripsi ini berisi tentang pembahasan mengenai matriks invers tergeneralisir dan penerapannya pada jaringan listrik. Penyusunan skripsi ini mendapat bantuan dari berbagai pihak. Ucapan terima kasih disampaikan sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu, Ibu, Ibu ku Siti Khasanah, Bapak Yusak, masku Shohib Dawami,mbakku Tutik Masrohati, adikku Abdul Azis, mbak iparku mei, mas iparku Wahyu, ponakanku Dian, Nasik dan Keluarga besarku atas pengertian, bantuan dan dukungannya lahir dan batin. Sehingga penyusunan skripsi ini dapat selesai.
2. Bapak selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Sri Utami Zuliana, M. Si selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Bapak Wakhid Mustofa, M. Si selaku Pendamping Akademik Studi Matematika angkatan 2007 Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

5. Ibu Dra. Khurul Wardati, M.Si dan Bapak Sugiyanto, M. Si selaku dosen pembimbing I dan II yang telah meluangkan waktu memberikan bimbingan, arahan, bantuan, dan ilmu dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Bapak/ Ibu Dosen dan Staf Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta atas ilmu, bimbingan dan pelayanan selama perkuliahan dan penyusunan skripsi ini selesai.
7. Bapak Dosen Suroto M.Si, Bapak Dosen Yudi Ari Adi, M.Si, pak Mahmudi, S.Si, pak Agus terimakasih atas ilmu, bantuan dan dukungan selama ini.
8. Sahabat-sahabatku Nurul, Tika, Sri Margiyani, Dini, Nela teman-teman Matematika angkatan 2007 lainnya yang telah memberi pelangi, bantuan, pertanyaan kapan munaqosyah dan dukungan selama ini.
9. Teman-teman Matematika angkatan 2008 -2010 yang telah melengkapi dan menambah keluarga matematika di UIN Sunan Kalijaga.
10. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan dan kesalahan. Namun demikian, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Yogyakarta, 1 Juni 2010

Penulis

Nanik Hidayati

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada :

- *Allah SWT, yang telah memberi kesempatan kepada hamban-MU untuk mencari ilmu dan belajar kehidupan..*
- *Junjungan Nabi Besar, Nabi Muhammad SAW yang mengentaskan umat-NYA dari jahiliyah.*
- *Ibu dan bapakku yang telah sabar membesarkan, mendidik, mendo'akan dan mendukung lahir dan batin.*
- *Kakak-kakak ku dan juga adikku yang senantiasa mendukung lahir dan batin.*
- *Guru-guruku yang telah memberikan ilmu kepadaku.*
- *Almamater Prodi Matematika Fakultas Sains & Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.*

MOTTO

" Hidup semata-mata adalah menjadi saluran berkah

bagi orang lain "

(Ustadz Jefri Al Bukhori)

" Cogito ergo sum "

(Frase Perancis/Rene Decartes)

" Biasakan diri ini melakukan hal-hal yang lebih sulit

daripada yang harus kita lakukan"

(Mario Teguh)

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

r	: Amplitudo
θ	: Variabel fase (teta)
F	: Notasi untuk fungsi
u'	: Turunan pertama fungsi u pada x
u''	: Turunan kedua fungsi u pada x
y'	: Turunan pertama fungsi y pada x
y''	: Turunan kedua fungsi y pada x
y'''	: Turunan ketiga fungsi y pada x
x	: Variabel bebas
u	: Variabel terikat
L	: Operator/ panjang konduktor panas
W	: Wronskian
∂	: Do (turunan parsial)
d	: De (turunan biasa)
$\sum$	: Sigma
$\equiv$	: Trivial
i	: Imajiner
π	: Phi
∞	: Tak hingga
α	: Alfa

PERSAMAAN STURM-LIOUVILLE REGULAR
PADA PERSAMAAN PANAS

Oleh : Nanik Hidayati (07610025)

ABSTRAK

Masalah Sturm-Liouville adalah suatu masalah nilai batas yang memuat persamaan Sturm-Liouville yang berbentuk

$$[r(x)y'(x)]' + [p(x) + \lambda s(x)]y(x) = 0,$$

serta syarat batas yang berbentuk

$$a_1 y(a) + a_2 y'(a) = 0$$
$$b_1 y(b) + b_2 y'(b) = 0$$

Pada masalah Sturm-Liouville di atas akan ditentukan nilai eigen dan fungsi eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen nya serta penerapannya pada persamaan panas dalam keadaan *steady state*. Untuk menentukan nilai eigen dan fungsi eigen, terlebih dahulu nilai eigen λ akan dimisalkan ke dalam tiga kondisi, yaitu λ adalah bilangan negatif, nol atau positif. Apabila syarat batas yang diberikan dari ketiga kasus tersebut ada yang menghasilkan solusi nontrivial, maka solusi ini adalah fungsi eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ.

Masalah Sturm-Liouville dapat diaplikasikan pada persamaan panas. Persamaan panas berdimensi dua (keadaan steady state), yaitu tidak tegantung waktu, disajikan dengan persamaan :

$$0 = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}.$$

Permasalahan pada persamaan panas, akan diselesaikan dengan pemisahan peubah, yang menghasilkan nilai eigen dan fungsi eigen, sehingga ditemukan suatu penyelesaian.

Kata kunci : Sturm-Liouville, Persamaan diferensial Sturm-Liouville.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan cabang ilmu yang penting untuk memecahkan masalah sehari-hari manusia. Oleh karena itu matematika mengalami kemajuan yang pesat dari zaman ke zaman. Banyak ilmu yang penemuan dan pengembangannya bergantung matematika. Sebagai contohsalah satu ilmu fisika, dimana dikembangkan melalui konsep kalkulus, khususnya tentang persamaan diferensial dan integral. Jadi persamaan diferensial adalah salah satu ilmu matematika yang mempunyai peranan penting dengan ilmu pengetahuan lainnya. Persamaan diferensial menurut peubah bebasnya dibagi menjadi persamaan diferensial biasa (PDB) yaitu persamaan yang memuat satu peubah bebas dan persamaan diferensial parsial (PDP) yaitu persamaan diferensial yang memuat dua atau lebih peubah bebas. Persamaan diferensial parsial dapat dibagi menurut kelinieran, orde dan koefisien nya. Persamaan diferensial yang akan dibahas pada skripsi ini adalah suatu persamaan diferensial parsial linier orde dua dengan syarat batas yaitu persamaan Sturm-Liouville Regular dan penerapn nya pada persamaan panas.

Suatu persamaan diferensial yang disertai dengan syarat-syarat batas disebut masalah nilai batas (MNB) dan yang disertai dengan syarat awal disebut masalah nilai awal (MNA). Persamaan kedua masalah tersebut yaitu merupakan suatu sistem yang terdiri atas suatu persamaan diferensial yang dilengkapi dengan syarat-syarat tambahan, sedangkan perbedaanya adalah; masalah nilai awal hanya memiliki solusi tunggal yang memenuhi syarat awal yang diberikan, sedangkan masalah nilai batas terdapat tiga kemungkinan solusi yang memenuhi syarat batasnya, yaitu tidak memiliki solusi nontrivial, memiliki banyak solusi atau hanya memiliki solusi tunggal.

Masalah nilai batas yang sering digunakan dalam fisika adalah masalah nilai batas Sturm-Liouville atau masalah Sturm-Liouville. Masalah Sturm-Liouville ada tiga macam yaitu; Sturm-Liouville Regular, Singular dan Non-Homogen.

Dengan konsep masalah Sturm Liouville Regular yang selanjutnya akan ditulis masalah Sturm-Liouville saja, kemudian akan diterapkan pada persamaan panas berdimensi dua (dengan keadaan *steady state*), dengan konsep pemisahan peubah yang menghasilkan nilai eigen dan fungsi eigen, sehingga diperoleh suatu penyelesaian yang diharapkan.

1.2 Batasan Masalah

Pembatasan masalah diperlukan dalam suatu penelitian ilmiah karena dapat membantu penulis fokus pada suatu objek penelitian. Permasalahan yang akan dibahas adalah mencari nilai eigen dan fungsi eigen pada persamaan diferensial linier homogen orde dua pada masalah Sturm-Liouville. Kemudian diterapkan ke dalam bidang fisika yaitu persamaan panas.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dibuat rumusan masalah yaitu:

1. Bagaimana mempelajari masalah Sturm-Liouville untuk mencari nilai eigen dan fungsi eigen.
2. Bagaimana penerapan masalah Sturm-Liouville dalam mencari penyelesaian persamaan panas berdimensi dua dengan keadaan *steady state.*

1.4 Tujuan Peneletian

Dengan mengacu pada rumusan masalah di atas, maka tujuan dari skripsi ini adalah.

1. Mengetahui cara menentukan nilai eigen dan fungsi eigen suatu masalah Sturm-Liouville.
2. Mengetahui penerapan masalah Sturm-Liouville dalam mencari penyelesaian persamaan panas berdimensi dua dengan keadaan *steady state*.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan beberapa manfaat, di antaranya sebagai berikut

1. Memberikan pengetahuan tentang masalah Sturm-Liouville.
2. Memberikan pengetahuan tentang penerapan masalah Sturm-Liouville pada persamaan panas dimensi dua dengan keadaan *steady state.*

3. Memberikan motivasi kepada para peneliti untuk lebih mengembangkan konsep masalah Sturm-Liouville dan penerapannya pada bidang lain.

1.6 Tinjauan Pustaka

Penulisan skripsi ini terinspirasi dari buku karangan Kreyszig yang berjudul matematika untuk teknik. Selain itu terdapat adanya penelitian sebelumnya berjudul “Masalah Sturm-Liouville dan Aplikasinya” oleh Alfensi Faruk (2006), mahasiswa UNY yang membahas tentang masalah Sturm-Liouville Regular dan penerapannya pada vibrasi dawai berdimensi satu, yaitu salah satu persamaan diferensial homogen ordo dua pada bidang fisika.

Perbedaan penelitian ini dari penelitian Alfensi Faruk adalah beberapa teorema yang akan digunakan dalam penerapan pada persamaan panas dan permasalahan yang akan dibahas pada persamaan panas.

Pembahasan mengenai masalah Sturm Liouville dan penerapannya mengacu kepada buku karangan Kreyszig, Erwin (1999) yang berjudul *Matematika untuk Teknik.* Selain referensi di atas digunakan buku-buku yang membahas tentang Masalah Sturm-Liouville lainnya, diantaranya buku karangan Birkhoff, Garreth dan Rota, Giancalo (1991) yang berjudul *Ordinary Differential Equatio* dan buku karangan Miller, Willian B dan Humi Mayer (1992) yang berjudul *Boundary Value Problem and Partial Differential.*

1.7 Metode Penelitian

Penelitian tugas akhir ini dilakukan dengan cara studi literatur, yaitu penulis akan mempelajari beberapa sumber tertulis tentang Masalah Sturm-Liouville Regular dan penerapannya pada persamaan panas yang berupa buku mauoun penelitian lain yang dapat mendukung skipsi ini.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian dan studi literatur yang dilakukan penulis tentang masalah Sturm-Liouville Regular dan penerapannya pada aliran panas dapat ditarik beberapa kesimpulan berikut ini :

1. Nilai eigen dari suatu masalah Sturm-Liouville dapat ditentukan dengan memisalkan parameter yang tidak diketahui pada persamaan diferensial nya ke dalam tiga kondisi yaitu; bilangan negatif, sama dengan nol, atau positif. Setelah itu akan diperoleh persamaan karakteristik dari persamaan diferensialnya, kemudian berdasarkan jenis akar karakteristiknya akan ditemukan solusi umum dari persaman diferensial tersebut. Menggunakan syarat batas yang diberikan selanjutnya akan ditemukan nilai konstanta sembarang dalam solusi umum tersebut, dan jika solusi yang dihasilkan tersebut adalah solusi nontrivial maka parameter yang tidak diketahui tersebut adalah nilai eigen yang sedang dicari, sedangkan fungsi eigennya adalah solusi nontrivial yang bersesuaian dengan nilai eigen tersebut.
2. Masalah sturm-liouville regular dapat diaplikasikan dalam bidang fisika. Disini diambil persamaan panas berdimensi dua (keadaan *steady state*), dengan pemisahan peubah diperoleh penyelesaian yang diperoleh sesuai dengan syarat batas pada permasalahan yang dihadapi.

5.2 Saran-saran

Berdasarkan proses penelitian yang dilakukan penulis, maka saran-saran yang
ingin disampaikan adalah :

1. Skripsi ini hanya membahas masalah Sturm-Liouville Regular, belum menbahas tentang masalah Sturm-Liouville Singular dan Non-Homogen.
2. Masalah Sturm-Liouville dapat diterapkan pada aliran panas berdimensi tiga, selain itu juga bisa diterapkan pada vibrasi dawai dan membran dawai.

DAFTAR PUSTAKA

Birkhoff, Garreth dan Rota, Giancalo (1991) *Ordinary Differential Equations* (3rd ed) New York John Willey dan Sons.

Boyce, Williams E dan Dprima, Richard C (1997) *Elementary Differential Equation and Boundary Value Problem*. (6th ed) New York : John Willey dan Sons.

Churchill, Ruel V dan Brown, James Ward (2011) *Fourier Series and Boundary Value Problem* (6td ed) NewYork : John Wiley dan Sons

Ritger, Paul D dan Rose, Nicolas J (1968) *Differential Equation with Applications*. New York Mc Graw Hill Companies.

Kreyszig, Erwin (1988) *Matematika Teknik Lanjutan* (edisi 6), Jakarta : Gramedia.

Miller, Willian B dan Humi mayer (1992) *Boundary Value Problem and Partial Differential Equation* Boston:PWS-KENT Publising Company.

Ladas; G. dan Finizio N (1998) *Persamaan Differensial Biasa dengan Penerapan Modern* (edisi kedua) Jakarta. Erlangga).

Alfensi Faruk. (2006) *Masalah Sturm-Liouville dan Aplikasinya.*Skripsi. Yogyakarta : Jurusan Matematika Fakultas MIPA UNY

Kartono, (2001) Maple untuk persamaan Diferensial. Yogyakarta : J&J Learning.

Rustanto Ruhardi, Herman Hudojo, Imam Supeno (2003) Persamaan Diferensial Biasa. Common text book. Fakultas MIPA UNM

Soemantri, R. (2003) *Fungsi Peubah Kompleks*. Yogyakarta : Depdikbud.

Wardiman. (1981). *Persamaan Diferensial Teori dan Contoh-contoh Penyelesaian Soal*. Yogyakarta : Citra Offset Purwanggan 70.

Widiarti Santoso dan R.J. Pamuntjak. *Persamaan Diferensial Biasa*. Jakarta. Depdikbud.

LAMPIRAN

Menampilkan gambar 4.2 dari permasalahan contoh 2.1.12 dengan Maple

```
> restart;
> diff(u1(x, y), x$2) + diff(u1(x, y), y$2) = 0;
```

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} u(x, y) = 0$$

```
> L := 4; H := 3; g1(y) := exp(-y);
```

$$L := 4$$

$$H := 3$$

$$g1(y) := e^{-y}$$

```
> u1(0, y) := g1(y); u1(L, y) := 0; u1(x, 0) := 0; u1(x, H) := 0;
```

$$u1(0, y) := e^{-y}$$

$$u1(4, y) := 0$$

$$u1(x, 0) := 0$$

$$u1(x, 3) := 0$$

$$> \quad A[n] := evalf\left(\left(\frac{2}{\left(H \cdot \sinh\left(n \cdot \mathrm{Pi} \cdot \left(-\frac{L}{H}\right)\right)\right)}\right) \cdot int\left(g1(y) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \mathrm{Pi} \cdot y}{H}\right), y = 0..H\right)\right);$$

$$A_n := (2.\ (-3.141592654n + 0.1564106883n \cos(3.141592654n) + 0.1493612051\sin(3.141592654n))) \Big/ \left(\sinh(4.188790204n)\ (9. + 9.869604404n^2)\right)$$

$$> \quad u1(x, y) := sum\left(A[n] \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \mathrm{Pi} \cdot y}{H}\right) \cdot \sinh\left(\frac{n \cdot \mathrm{Pi} \cdot (x - L)}{H}\right), n = 1..10\right);$$

$$
\begin{aligned}
u1(x,y) := {} & A_1 \sin\left(\frac{\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{\pi (x-L)}{H}\right) \\
& + A_2 \sin\left(\frac{2\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{2\pi (x-L)}{H}\right) \\
& + A_3 \sin\left(\frac{3\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{3\pi (x-L)}{H}\right) \\
& + A_4 \sin\left(\frac{4\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{4\pi (x-L)}{H}\right) \\
& + A_5 \sin\left(\frac{5\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{5\pi (x-L)}{H}\right) \\
& + A_6 \sin\left(\frac{6\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{6\pi (x-L)}{H}\right) \\
& + A_7 \sin\left(\frac{7\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{7\pi (x-L)}{H}\right) \\
& + A_8 \sin\left(\frac{8\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{8\pi (x-L)}{H}\right) \\
& + A_9 \sin\left(\frac{9\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{9\pi (x-L)}{H}\right) \\
& + A_{10} \sin\left(\frac{10\pi y}{H}\right) \sinh\left(\frac{10\pi (x-L)}{H}\right)
\end{aligned}
$$

```
> with(plots) :
> plot3d(u1(x, y), x = 0 ..L, y = 0 ..H, axes = BOXED, title
      = "Gambar 7.24 : Temperatur keadaan mantap u1(x,y)");
```