

**TITIK DAN SISI PENUTUP MINIMAL PADA GRAF KIPAS
(*FAN GRAPH*)**

SKRIPSI

Untuk memenuhi sebagai persyaratan mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika



Diajukan oleh:

Abduh Ilyas Setiawan

15610028

Kepada:

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2022



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Abdul Ilyas Setiawan

NIM : 15610028

Judul Skripsi : Titik dan Sisi Penutup Minimal pada Graf Kipas (*Fan Graph*)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 19 Agustus 2022

Pembimbing

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom.

NIP: 19720423 199903 1 003



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1982/Un.02/DST/PP.00.9/09/2022

Tugas Akhir dengan judul : Titik dan Sisi Penutup Minimal pada Graf Kipas (Fan Graph)

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : ABDUH ILYAS SETIAWAN
Nomor Induk Mahasiswa : 15610028
Telah diujikan pada : Jumat, 26 Agustus 2022
Nilai ujian Tugas Akhir : B

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom
SIGNED

Valid ID: 63101874558fa



Penguji I

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si.,
M.Si.
SIGNED

Valid ID: 631009a4ea6fd



Penguji II

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 630fee9e53069



Yogyakarta, 26 Agustus 2022
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 63103ea86d2e0



SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Abduh Ilyas Setiawan

NIM 15610028

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 19 Agustus 2022

Yang Menyatakan

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



Abduh Ilyas Setiawan

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan penuh syukur karya sederhana ini saya persembahkan untuk:

Bapak, Ibu, Keluarga dan Saudara saya

Keluarga Besar Matematika Angkatan 2015

Beserta Almamater Tercinta,
Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

MOTTO

~Jika Bisa Hari Ini Kenapa Harus Menunggu Esok Hari~



KATA PENGANTAR

Segala puji syukur bagi Allah SWT yang telah memberi segala rahmat, nikmat, serta karunia-Nya, sehingga penyusunan skripsi yang berjudul “Titik dan Sisi Penutup Minimal pada Graf Kipas (*Fan Graph*)” dapat diselesaikan dengan baik. Solawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang menjadi rahmat bagi seluruh alam.

Penulis menyadari bahwa dalam proses penulisan skripsi ini tidak lepas dari dukungan, bimbingan dan kerjasama dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis menyampaikan ucapan terimakasih kepada:

1. Ibu Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom, selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, serta dosen pembimbing yang telah sabar dan ikhlas meluangkan waktu dan pikiran untuk memberikan bimbingan, motivasi, arahan serta saran kepada penulis sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
3. Bapak Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si, M.Si, selaku Dosen Penasehat Akademik yang telah memberikan banyak pengarahan, masukan serta motivasi kepada penulis.
4. Segenap Dosen dan Staff Program Studi Matematika Fakultas Sanis dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

5. Kedua orang tua serta kedua kakak dan adik yang tiada henti memberikan dukungan doa dan kasih sayang kepada penulis.
6. Keluarga besar Matematika Angkatan 2015 yang telah menjadi bagian dari perjalanan penulis.
7. Teman-teman KKN angkatan 102 Kelompok 169 Dusun Candirejo atas pengalaman berharga yang tak akan terlupakan.
8. Teman-teman Organisasi Remaja Kutusuran, Komunitas Gondrong UINSUKA, Teman RMK, Teman OT, Staff dan Pamong Kalurahan Tegaltirto, serta sesama *player* PUBG yang telah menemani keseharian penulis.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Semoga Allah SWT memberikan balasan kepada mereka sebaik-baiknya balasan. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat kekurangan, untuk itu penulis mengharapkan saran dan kritik ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Yogyakarta, 08 Juli 2022

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	I
HALAMAN PERSETUJUAN.....	II
HALAMAN PENGESAHAN.....	III
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN.....	IV
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	V
MOTTO	VI
KATA PENGANTAR	VII
DAFTAR ISI.....	IX
DAFTAR GAMBAR	XI
DAFTAR TABEL.....	XII
DAFTAR SIMBOL.....	XIII
ABSTRAK	XIV
BAB I.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	3
1.5 Batasan Masalah.....	4
1.6 Tinjauan Pustaka	4
1.7 Sistematika Penulisan.....	5
1.8 Metode Penulisan	6
BAB II.....	7
2.1 Graf.....	7
2.2 Terminologi Graf.....	8
2.3 Operasi-operasi pada Graf.....	15
2.4 Titik dan Sisi Penutup Graf	20
2.5 Kardinalitas Graf	21
2.6 Graf Kipas (<i>Fan Graph</i>).....	22
2.7 Jenis Graf.....	23

BAB III	26
3.1 Hasil.....	26
3.2 Titik dan Sisi penutup minimal Graf Kipas.....	26
BAB IV	36
4.1 Kesimpulan.....	36
4.2 Saran.....	36
DAFTAR PUSTAKA	37



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Graf G1.....	8
Gambar 2. 2 Graf Sederhana.....	8
Gambar 2. 3 Loop pada graf G3.....	11
Gambar 2. 4 Bertetanggaan graf G4.....	12
Gambar 2. 5 Bersisian graf G5.....	13
Gambar 2. 6 Graf Kosong dari graf G6.....	14
Gambar 2. 7 Part dari graf G7.....	14
Gambar 2. 8 Gabungan dari graf $G = G8 \cup G9 \cup G10$	15
Gambar 2. 9 Join dari graf $G10 + G11 + G12$	16
Gambar 2. 10 Komplemen dari graf G13 (G13).....	17
Gambar 2. 11 Irisan dari graf $G16 = G14 \cap G15$	18
Gambar 2. 12 Produk dari graf $G19 = G17 \times G18$	19
Gambar 2. 13 Komposisi $G22 = G20, G21$	20
Gambar 2. 14 Titik Penutup Graf.....	21
Gambar 2. 15 Sisi Penutup Graf.....	21
Gambar 2. 16 Kardinalitas graf.....	22
Gambar 2. 17 Graf Kipas F_n	23
Gambar 2. 18 Graf Sederhana.....	24
Gambar 2. 19 Graf Lengkap.....	25
Gambar 2. 20 Graf Lingkaran.....	25
Gambar 2. 21 Graf Teratur Derajat 3.....	25
Gambar 3. 1 Titik penutup pada graf F_2	27
Gambar 3. 2 Sisi penutup pada graf F_2	28
Gambar 3. 3 Titik penutup pada graf F_3	28
Gambar 3. 4 Sisi penutup pada graf F_3	29
Gambar 3. 5 Titik penutup minimal graf F_4	29
Gambar 3. 6 Sisi penutup minimal pada graf F_4	30
Gambar 3. 7 Titik penutup pada graf F_5	30
Gambar 3. 8 Sisi penutup pada graf F_5	31

DAFTAR TABEL

Tabel 3. 1 Banyaknya titik penutup pada Graf Kipas F_n	33
Tabel 3. 2 Banyaknya sisi penutup pada Graf F_n	33
Tabel 3. 3 Titik Penutup Pada F_n	33
Tabel 3. 4 Sisi Penutup Pada F_n	35



DAFTAR SIMBOL

G	: Graf
F_n	: Graf Kipas
$\alpha(F_n)$: Titik penutup
$\alpha_1(F_n)$: Sisi penutup



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

TITIK DAN SISI PENUTUP MINIMAL PADA GRAF KIPAS (*FAN GRAPH*)

Oleh: **Abduh Ilyas Setiawan**

ABSTRAK

Titik dan sisi dibidang saling menutup satu sama lain pada suatu graf G jika dan hanya jika titik dan sisi tersebut terkait langsung di G . Titik penutup di G merupakan himpunan dari titik-titik yang menutup semua sisi di G . Sisi penutup di graf G tanpa titik terisolasi adalah himpunan sisi-sisi yang menutup semua titik di G . Graf kipas adalah penjumlahan dari graf lengkap dan graf lintasan yang diperoleh dengan menghubungkan dari titik ke titik dan masing masing dihubungkan dari sebuah sisi ($F = K_m + P_n$). Kardinalitas minimum pada titik penutup di graf G adalah titik penutup minimal dan dinotasikan dengan $\alpha(F_n)$. Kardinalitas minimum pada sisi penutup di graf G adalah sisi penutup minimal pada graf kipas dan dinotasikan dengan $\alpha_1(F_n)$. Kardinalitas graf biasa disebut dengan jumlah titik pada graf, dinyatakan dengan jumlah titik $n = |V|$ sedangkan jumlah sisi dinyatakan dengan $m = |E|$.

Kata kunci: Graf kipas, titik penutup, sisi penutup, kardinalitas graf.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika adalah solusi mempresentasikan fenomena alam dalam kehidupan ini. Matematika juga berperan penting dalam hal cabang ilmu lainnya, sehingga dianggap sebagai alat solusi berbagai masalah kehidupan ini. Peran matematika sangat berkembang mengikuti perkembangan teknologi yang dilandasi oleh perkembangan matematika seperti cabang ilmu matematika diskrit.

Matematika diskrit merupakan cabang matematika yang mempelajari objek-objek diskrit, dalam hal ini kajian yang sering ditemui penerapannya pada kehidupan dan berbagai ilmu yang lain yaitu pembahasan mengenai teori graf. Teori graf adalah cabang ilmu yang sudah lama diperhatikan oleh berbagai kalangan, dimana graf dapat memodelkan suatu permasalahan yang terdapat dalam kehidupan nyata, contohnya masalah dalam jaringan telekomunikasi, jaringan irigrasi, jaringan listrik, jaringan transportasi, dan lain sebagainya. Teori graf juga banyak diaplikasikan di berbagai bidang dalam kehidupan nyata, seperti: rute penerbangan, jalur transportasi, jalur distribusi barang, dan lain sebagainya. Oleh sebab itu, tidak dapat dipungkiri bahwa penggunaan graf akan terus melekat dalam kehidupan sehari-hari di berbagai aspek kehidupan. Konsep teori graf pertama kali diperkenalkan oleh seorang matematikawan Swiss yang bernama Leonhard Euler untuk memecahkan masalah jembatan Königsberg pada tahun

1736 dengan memodelkan titik sebagai daratan dan sisi sebagai jembatan (Munir, 2010).

Graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi. Titik dan sisi pada suatu graf memiliki suatu hubungan tersendiri. Adapun titik dan sisi pada suatu graf dapat terhubung langsung (adjacent) dan terkait langsung (incident). Graf juga bisa membentuk jalan, trail, lintasan, dan sikel. Suatu titik dan sisi dikatakan saling menutup pada graf G jika titik dan sisi tersebut terkait langsung di G . Titik penutup di G merupakan himpunan dari titik-titik yang menutup semua sisi di G dan sisi penutup pada graf G (tanpa titik terisolasi) merupakan himpunan sisi-sisi yang menutup semua titik di G (Chartrand and Lesniak, 1986:243). Kardinalitas minimum pada titik penutup di graf G disebut bilangan titik penutup pada G dan dinotasikan dengan $\beta(G)$. Bilangan sisi penutup $\beta'(G)$ pada graf G (tanpa titik terisolasi) adalah kardinalitas minimum pada sisi penutup di G . (Chartrand, dkk, 2016).

Terdapat jenis-jenis graf pada teori graf, seperti graf bintang, graf segitiga sierpinski, graf roda dan lain sebagainya. Dari banyak jenis graf salah satunya adalah *Fan Graph* atau bisa dikatakan graf kipas. Graf kipas adalah penjumlahan dari graf lengkap dan graf lintasan yang diperoleh dengan menghubungkan dari titik ke titik dan masing masing dihubungkan dari sebuah sisi. (S Rohmawati, dkk).

Penelitian ini mengkaji tentang titik dan sisi penutup graf kipas, pada sebelumnya sudah ada yang mengkaji titik dan sisi peutup namun degan graf

segitiga siepinski. Hal ini juga dilakukan, karena adanya perbedaan dari setiap hasil rumusan titik dan sisi penutup pada setiap graf yang dikaji masing-masing dan hal itu berlaku secara umum untuk graf yang diteliti. Berdasarkan sedikit penjabaran di atas, peneliti akan menjelaskan tentang graf kipas dengan mengambil judul “Titik dan Sisi Penutup Minimal Pada Graf Kipas (*Fan Graph*)”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka masalah dalam penelitian ini adalah mencari rumus umum titik dan sisi penutup minimal pada graf kipas.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui rumus umum titik dan sisi penutup minimal pada graf kipas.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Mahasiswa

Diharapkan dapat dijadikan kajian atau bahan referensi untuk melakukan pembahasan yang berkaitan dengan graf kipas

2. Bagi Pembaca

Diharapkan dapat menambah pengetahuan tentang titik dan sisi penutup minimal pada graf kipas.

3. Bagi Peneliti

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini yaitu dapat mengetahui dan memperoleh rumus umum titik dan sisi penutup minimal pada graf kipas.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah graf yang diteliti hanya graf kipas ($F = K_m + P_n$) dengan $m = 1$ dan $n \geq 2$.

1.6 Tinjauan Pustaka

Referensi yang digunakan dalam pembahasan ini adalah jurnal yang berjudul Titik dan Sisi Penutup pada Graf Bintang $(m)_c S_n^k$ dan Graf Roda $(m)_c W_n^k$ yang ditulis oleh Hijriyah pada tahun 2012. Jurnal tersebut membahas tentang titik dan sisi penutup pada graf bintang dan graf roda, dalam penelitian ini akan di jelaskan tentang sisi dan titik penutup pada graf bintang dan graf roda secara rinci.

Referensi lain tentang titik dan sisi penutup graf adalah Sa'adati (2012) yang mengkaji tentang titik dan sisi penutup pada graf lintasan beranting dan graf sikel berambut, Janah (2017) yang mengkaji tentang bilangan titik dan sisi penutup pada graf komplemen dari graf konjugasi dari graf dehidral. Dari masing-masing peneliti menghasilkan rumus umum tentang titik dan sisi penutup pada masing-masing graf yang dikaji.

No	Nama peneliti	Judul Penelitian	Objek Kajian
1	Hijriyah (2012)	Titik dan Sisi Penutup pada Graf Bintang $(m)_c S_n^k$ dan Graf Roda $(m)_c W_n^k$	Graf Bintang dan Graf roda
2	Sa'adati	Titik dan Sisi Penutup pada Graf Lintasan	Graf Lintasa dan Graf

	(2012)	Beranting dan Graf sikel Berambut	Sikel
3	Janah (2017)	Bilangan Titik dan Sisi Penutup Pada Graf Komplemen dari Graf Konjugasi dari Graf Dehidral	Graf Komplemen

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah memahami penulisan ini secara keseluruhan, penulisan tugas akhir ini dibagi menjadi 4 bab sebagai berikut:

BAB I: PENDAHULUAN

Pada bab ini membahas latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, tinjauan pustaka, sistematika penulisan, dan metode penelitian.

BAB II: LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang dasar teori-teori yang akan melandasi penulisan skripsi, agar lebih mudah dalam memahami pembahasan yang akan dikaji bab selanjutnya. Dasar teori seperti dasar teori tentang graf, konsep titik dan sisi penutup pada graf dan graf kipas.

BAB III: PEMBAHASAN

Pada bab ini akan membahas secara rinci untuk menentukan titik dan sisi penutup pada graf kipas.

BAB IV: PENUTUP

Pada bab ini tentang kesimpulan dari penelitian yang dilakukan dan saran.

1.8 Metode Penulisan

Penulisan tugas akhir ini menggunakan metode studi literature, yang merupakan metode penelitian yang akan dilakukan dengan mengkaji sumber-sumber tertulis seperti jurnal penelitian, buku ilmiah dan lainnya yang menunjang penelitian tentang titik dan sisi penutup graf. Penulisan ini dimulai dengan konsep dasar teori graf, selanjutnya mempelajari objek pada penelitian ini yaitu graf kipas.

Pembahasan pada penelitian ini untuk mengetahui titik dan sisi penutup graf kipas dengan menjelaskan secara rinci langkah-langkah melakukan penutup pada graf.



BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dari bab sebelumnya, diperoleh rumusan titik dan sisi penutup minimal pada graf kipas F_n adalah:

- $\alpha(F_n) = n - 1$
- $\alpha_1(F_n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{untuk } n \text{ genap} \\ \frac{n+1}{2}, & \text{untuk } n \text{ ganjil, terpengaruh oleh tertutupnya } v_0 \end{cases}$

4.2 Saran

Dalam penulisan ini terdapat beberapa kesulitan dalam mencari referensi mengenai pembahasan secara mendetail tentang graf kipas (*Fan Graph*) maka penulis menyarankan kepada peneliti selanjutnya untuk bisa memilih bentuk graf yang lain.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir, & dkk. (2009). Teori Graf. *UIN Press*.
- Adiwijaya. (2016). *Matematika Diskrit dan Aplikasinya*. Bandung: ALFABETA.
- Bondy, J. A., & Murty, U. S. (1982). *GRAPH THEORY WITH APPLICA-*. Canada: Universitas waterloo.
- Chartrand, G., Lesniak, L., & Zhang, P. (1016). *Graphs and Digraphs Sixth Edition*. Boca Raton: CRC Press.
- G. C., L. L., & P. Z. (1986). *Graphs and Digraphs Second Edition*. Californi: a Division of Wadsworth, Inc.
- Gallian, J. A. (2007). *A Dynamic Survey of Graph Labeling*. *Graphs and Digraphs Second Edition*. (1986). CALIFORNI: a Division of Wadsworth, Inc.
- H. S. (2012). Titik dan Sisi penutup minimal pada graf lintasan beranting dan graf sikel berambut.
- HIJRIYAH, NURUL, & H. W. (2012). Titik dan Sisi Penutup pada Graf Bintang dan Graf Roda. *Jurnal Chaucy*.
- M. J. (2017). Bilangan Titik penutup dan Sisi penutup pada graf komplemen dari graf konjugasi dari gruf dihidral.
- Marsudi, M. S. (2016). *Teori Graf*. Malang: UB Press.
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung.
- Purwanto. (1998). Teori Graph. *IKIP Malang*.
- Rossen, K. H. (2012). *Discrete Mathematics and Its Applications*. New York: McGraw-Hill.
- S. R., & M.S., D. L. (n.d.). GRUP AUTOMORFISME GRAF KIPAS DAN GRAF KIPAS GANDA.
- Saidah, C. R., & Kusmayadi, T. A. (2019). The k -Metric Dimension of $Nk+Pn$ Graph and Starbarbell Graph. *Proceedings of the SEMANTIK Conference of Mathematics Education (SEMANTIK 2019)* (pp. 18-22). Atlantis Press SARL.
- Sugeng, K. A., & dkk. (2014). *TEORI GRAF DAN APLIKASINYA*. Depok: Universitas Indonesia.
- TEORI GRAF. (2009). Titik dan Sisi Penutup pada Graf Bintang dan Graf Roda. (2012). *Jurnal Chaucy*.
- Wilson, R. J. (1996). *Introduction to Graph Theory*. England: Addison Wesley Longman Limited.