

LAPORAN SKRIPSI

**PENENTUAN HARGA OPSI BELI EROPA DENGAN VOLATILITAS
STOKASTIK HESTON MENGGUNAKAN SIMULASI MONTE CARLO**

**EUROPEAN CALL OPTION PRICING WITH HESTON STOCHASTIC
VOLATILITY USING MONTE CARLO SIMULATION**



FANI ANGGRAENI SAPUTRI

NIM. 20106010026

**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2024

SKRIPSI

**PENENTUAN HARGA OPSI BELI EROPA DENGAN VOLATILITAS
STOKASTIK HESTON MENGGUNAKAN SIMULASI MONTE CARLO**

**EUROPEAN CALL OPTION PRICING WITH HESTON STOCHASTIC
VOLATILITY USING MONTE CARLO SIMULATION**

**Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat Sarjana
Ilmu Matematika**



FANI ANG GRAENI SAPUTRI

NIM. 20106010026

**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2024

PERSETUJUAN TUGAS AKHIR



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga



FM-UINSK-BM-05-03/R0

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Fani Anggraeni Saputri

NIM : 20106010026

Judul Skripsi : Penentuan Harga Opsi Beli Eropa dengan Volatilitas Stokastik Heston menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr. wb.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Pembimbing I

Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si.
NIP. 19800505 200801 1 028

Yogyakarta, 14 Agustus 2024
Pembimbing II

Muhammad Rashid Hilmi, S.Si., M.Sc.
NIP. 19920309 202012 1 001

HALAMAN PENGESAHAN



**KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1611/Un.02/DST/PP.00.9/08/2024

Tugas Akhir dengan judul : Penentuan Harga Opsi Beli Eropa dengan Volatilitas Stokastik Heston menggunakan Simulasi Monte Carlo

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : FANI ANGGRAENI SAPUTRI
Nomor Induk Mahasiswa : 20106010026
Telah diujikan pada : Jumat, 23 Agustus 2024
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Dr. Sugiyanto, S.Si, ST., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 66cbcd907a84a



Penguji I

Muhamad Rashid Hilmi, S.Si, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 66cbcd62ead3bb



Penguji II

Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 66cbcd2533a72



Yogyakarta, 23 Agustus 2024

UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 66cbf618c2bad

SURT PERNYATAAN KEASLIAN

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Fani Anggraeni Saputri
NIM : 20106010026
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 14 Agustus 2024



Fani Anggraeni Saputri

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini dipersembahkan untuk kedua orang tua, kakak serta adik tercinta, dan orang-orang tersayang yang selalu bersama dengan penulis. Teruntuk diri sendiri terimakasih telah berjuang.



HALAMAN MOTTO

"Impian hanyalah awal; bangkit dan berjuanglah untuk menjadikannya kenyataan."

"Allah tidak mengubah keadaan sesuatu kaum, sehingga mereka mengubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri".

Q.S Ar-Ra'd: 11



PRAKATA

Alhamdulillahirobbil 'alamin, segala puji syukur atas rahmat Allah SWT atas izin-Nya penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penentuan Harga Opsi Beli Eropa dengan Volatilitas Stokastik Heston menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo” sebagai syarat dalam menyelesaikan studi S1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Sholawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi besar Muhammad SAW sebagai *uswatun hasanah* dalam meraih kesuksesan di dunia dan akhirat.

Pada penulisan skripsi ini, tidak terlepas berkat adanya doa, bantuan, dukungan dan bimbingan dari berbagai pihak. Maka, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan rasa terimakasih kepada:

1. Prof. Noorhaidi, M.A, M.Phil., Ph.D., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
2. Dr. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku ketua Program Studi Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Aulia Khifah Futhona, M.Sc., selaku Dosen Penasihat Akademik.
5. Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si. dan Muhammad Rashif Hilmi, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan arahan, masukan dan nasihat selama penulisan skripsi ini.
6. Seluruh Dosen Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah memberikan ilmu selama di bangku kuliah, serta seluruh karyawan dan staf UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
7. Kedua orang tua tercinta, Bapak Abdul Rauf dan Ibu Sumini yang selalu memberikan semangat dan motivasi baik moril, materil dan do'a kepada penulis hingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Kakak laki-laki saya Andika Roni Saputra, terimakasih atas segala nasihat, motivasi dan dukungan yang telah diberikan selama ini.

9. Adik perempuan saya Ayu Puspita Sari, terimakasih telah menjadi sumber inspirasi dan semangat.
10. Teman-teman seperantauan dari Lombok, terimakasih atas dukungan dan kebersamaannya.
11. Sahabat, Dinda Sofiatun Laila, Siti Iseu Nurparida, Alivia Rahmadhani, dan Yuyun Yuliani yang selalu bersama dan mendukung penulis selama masa penulisan skripsi ini.
12. Teman-teman Matematika 2020 yang sudah bersama selama masa perkuliahan.
13. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini, semoga Allah SWT membalas kebbaikannya.



DAFTAR ISI

PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
SURT PERNYATAAN KEASLIAN.....	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
INTISARI.....	xvi
ABSTRACT.....	xvii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Batasan Masalah.....	5
1.3. Rumusan Masalah	5
1.4. Tujuan Penelitian.....	5
1.5. Manfaat Penelitian.....	6
1.6. Tinjauan Pustaka	6
1.7. Sistematika Penulisan	10
BAB II LANDASAN TEORI	11
2.1. Investasi.....	11
2.2. Saham	13

2.3.	<i>Return</i>	14
2.3.1	<i>Net Return</i>	15
2.3.2	<i>Gross Return</i>	15
2.3.3	<i>Log return</i>	16
2.4.	Risiko.....	16
2.5.	Resiko Saham	17
2.6.	Gerak Brown	17
2.7.	Lemma Ito	20
2.8.	Opsi (<i>Option</i>).....	21
2.8.1	Kontrak berjangka (<i>Future contract</i>)	21
2.8.2	Kontrak Opsi (<i>Option Contract</i>)	21
2.9.	<i>Geometric Brownian Motion</i> (GBM)	25
2.10.	<i>Cox Ingersoll Ross</i> (CIR).....	27
2.11.	Proses Stokastik	28
2.12.	Volatilitas Stokastik.....	28
2.13.	Pergerakan Harga Saham.....	30
2.14.	Simulasi.....	33
BAB III	METODE PENELITIAN	36
3.1.	Jenis Penelitian	36
3.2.	Sumber Penelitian.....	36
3.3.	Alat Penelitian	37
3.4.	Tahap-tahap Analisis Data	37
3.5.	<i>Flowchart</i>	38

BAB IV PENENTUAN OPSI SAHAM MENGGUNAKAN METODE SIMULASI MONTE CARLO DENGAN MODEL VOLATILITAS STOKASTIK HESTON	39
4.1. Simulasi Monte Carlo	39
4.2. Opsi Beli Eropa (<i>European Call Option</i>) Menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo	41
4.3. Model Volatilitas Stokastik Heston	42
BAB V STUDI KASUS	47
5.1. Deskripsi Data	47
5.2. Perhitungan Logaritma <i>Return</i>	49
5.3. Hasil Numerik Estimasi Parameter Model Heston	50
5.4. Penentuan Harga Opsi Beli	51
5.5. Perubahan Harga Opsi Beli Eropa Terhadap Perubahan Nilai Parameter <i>Strike Price</i>	55
BAB VI PENUTUP	57
6.1. Kesimpulan	57
6.2. Saran	58
DAFTAR PUSTAKA	59
LAMPIRAN	63
BIOGRAFI PENULIS	97

DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka dengan penelitian yang relevan	8
Tabel 5. 1. Nilai Parameter Model Heston.....	50
Tabel 5. 2. Parameter Menentukan Harga Opsi	51
Tabel 5. 3. Harga dan Standar Error Opsi Beli Eropa.....	52



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1. Instrumen Pasar Modal.....	2
Gambar 2. 1. <i>Payoff long call option</i>	22
Gambar 2. 2. <i>Payoff long put option</i>	23
Gambar 3. 1. <i>Flowchart</i> penelitian.....	38
Gambar 5. 1. Grafik Penutupan Harga Saham Amazon Periode 30 Juli 2023 – 30 Juli 2024	47
Gambar 5. 2. Grafik volatilitas harian saham Amazon	48
Gambar 5. 3. Grafik nilai logaritma return harga saham Amazon	50
Gambar 5. 4. Perbandingan harga opsi beli simulasi Monte Carlo model Heston dan Standar.....	54
Gambar 5. 5. Grafik Perubahan Harga Opsi terhadap nilai <i>strike price</i>	55

DAFTAR SIMBOL

S_t	: harga saham pada saat t
S_{t-1}	: harga saham pada saat $t - 1$
R_t	: nilai logaritma <i>return</i> harga saham pada waktu t
T	: waktu hingga jatuh tempo
r	: suku bunga bebas resiko
K	: harga saham kesepakatan (<i>strike price</i>)
$S(T)$: harga saham pada akhir kontrak
v_t	: volatilitas saham
C	: harga opsi beli Eropa
e	: bilangan eksponensial
κ	: laju pergerakan volatilitas menuju rata-ratanya (<i>mean reversion</i>)
σ	: standar deviasi dari volatilitas harga saham
θ	: rata-rata varian jangka panjang
ρ	: koefisien korelasi
S_0	: harga saham awal
V_0	: volatilitas awal
SE	: standar <i>error</i>
M	: banyaknya simulasi
N	: ukuran sampel
dB	: gerak <i>Brown</i>
$dB_{1,t}, dB_{2,t}$: gerak <i>Brown</i> yang berkorelasi

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penutupan, Logaritma <i>Return</i> , dan Volatilitas saham Amazon periode 30 Juli 2023 – 30 Juli 2024	63
Lampiran 2. Hasil Perhitungan Opsi Beli Eropa Metode Simulasi Monte Carlo dengan Model Heston dan Monte Carlo Standar terhadap <i>Strike Price</i> dan Harga Pasarnya	75
Lampiran 3. Grafik Penutupan Harga Saham, Volatilitas Harian dan Logaritma <i>Return</i>	77
Lampiran 4. Volatilitas Harian dan Parameter Heston	78
Lampiran 5. Perhitungan Opsi Beli simulasi Monte Carlo dengan model Heston	79
Lampiran 6. Perhitungan Opsi Beli Monte Carlo Standar	81
Lampiran 7. Perubahan Harga Opsi Beli Eropa Terhadap Perubahan Nilai Parameter <i>Strike Price</i>	83
Lampiran 8. Grafik Perbandingan Opsi Beli simulasi Monte Carlo Heston dan Monte Carlo Standar dengan simulasi berbeda.....	84
Lampiran 9. Grafik Perubahan Harga Opsi Beli Terhadap Nilai Parameter <i>Strike Price</i>	85
Lampiran 10. Paper Skripsi	86

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

INTISARI

PENENTUAN HARGA OPSI BELI EROPA DENGAN VOLATILITAS STOKASTIK HESTON MENGGUNAKAN METODE SIMULASI MONTE CARLO

oleh

FANI ANGGRAENI SAPUTRI

NIM. 20106010026

Opsi saham adalah kontrak yang memberikan hak kepada pemegangnya untuk membeli atau menjual saham pada harga tertentu dalam periode waktu tertentu. Dilihat dari jenisnya ada dua macam opsi yaitu *call option* dan *put option*. Dalam penelitian ini menggunakan metode simulasi Monte Carlo dengan volatilitas stokastik Heston untuk menentukan opsi beli tipe Eropa. Metode simulasi Monte Carlo merupakan metode yang digunakan untuk memperkirakan harga opsi dengan mensimulasikan pergerakan harga aset dan volatilitasnya. Model stokastik Heston merupakan model volatilitas penentuan harga opsi saham yang memberikan estimasi volatilitas yang lebih akurat. Model Volatilitas Stokastik menyatakan dua persamaan *brownian motion* yang berkorelasi, diantaranya *Geometric Brownian Motion* (GBM) sebagai evolusi harga saham dan *Cox Ingersoll Ross* (CIR) sebagai evolusi dari Volatilitas. Model heston sendiri memiliki parameter utama, diantaranya: θ adalah rata-rata varian jangka panjang, κ adalah laju *mean reversion*, σ adalah standar deviasi dari volatilitas harga saham, dan ρ adalah korelasi antara pergerakan harga aset dan volatilitasnya. Penggunaan metode simulasi Monte Carlo dalam penentuan harga opsi beli Eropa dengan volatilitas stokastik Heston pada saham Amazon menghasilkan solusi yang cukup baik dibandingkan dengan Monte Carlo standar karena model Heston lebih akurat dalam menangkap volatilitas stokastik dengan baik. Hasil simulasi Monte Carlo menunjukkan bahwa semakin banyak simulasi yang dilakukan, nilai standar *error* yang dihasilkan akan semakin kecil dan semakin mendekati harga opsi sebenarnya. Hasil simulasi juga menunjukkan bahwa penurunan nilai parameter *strike price* akan meningkatkan harga opsi beli Eropa, sehingga menjadikannya pilihan yang baik pada analisis opsi di kondisi volatilitas yang tidak konstan.

Kata kunci : Simulasi Monte Carlo, Model Volatilitas Stokastik Heston, Opsi Beli

ABSTRACT

EUROPEAN CALL OPTION PRICING WITH HESTON STOCHASTIC VOLATILITY USING MONTE CARLO SIMULATION METHOD

by

FANI ANGGRAENI SAPUTRI

NIM. 20106010026

Stock options are contracts that give the holder the right to buy or sell shares at a specified price within a specified period of time. From the type, there are two types of options, call option and put option. In this study using the Monte Carlo simulation method with Heston stochastic volatility to determine European type call options, the Monte Carlo simulation method is a method used to estimate option prices by simulating the movement of asset prices and their volatility. The Heston stochastic model is a stock option pricing volatility model that provides more accurate volatility estimates. The stochastic volatility model states two correlated Brownian motion equations, including Geometric Brownian Motion (GBM) as the evolution of stock price and Cox Ingersoll Ross (CIR) as the evolution of volatility. The Heston model itself has main parameters, including: *tetha* is the average long-run variance, *kappa* is the rate of mean reversion, *sigma* is the standard deviation of stock price volatility, and *rho* is the correlation between asset price movement and its volatility. The use of the Monte Carlo simulation method in pricing European call options with Heston stochastic volatility on Amazon stock produces a fairly good solution compared to standard Monte Carlo because the Heston model is more accurate in capturing stochastic volatility well. The Monte Carlo simulation results show that the more simulations performed, the smaller the standard error value and the closer to the actual option price. The simulation results also show that decreasing the value of the strike price parameter will increase the price of the European call option, making it a good choice for option analysis under conditions of inconstant volatility.

Keywords: Monte Carlo Simulation, Heston Stochastic Volatility Model, Call Option

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

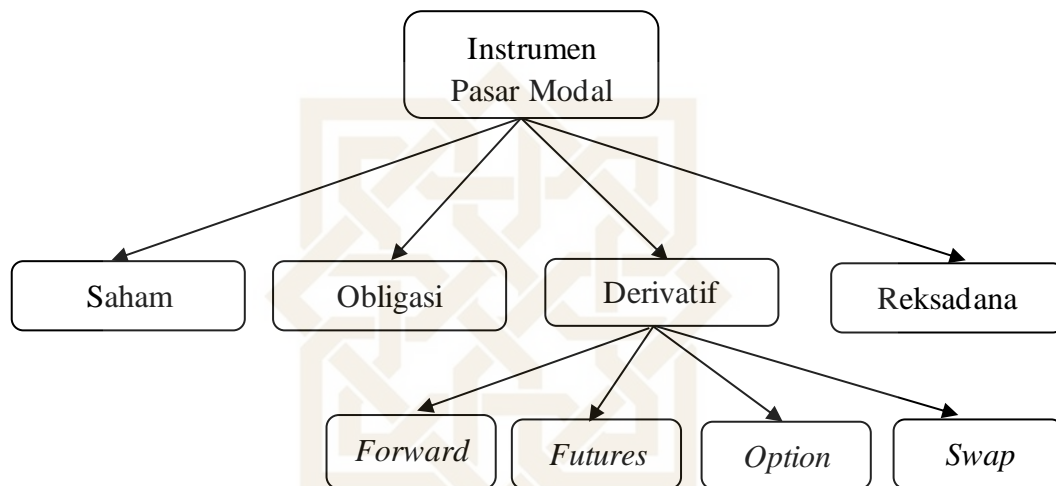
Jual beli adalah aktivitas rutin yang biasa dilakukan oleh setiap orang untuk memenuhi kebutuhannya. Pada kenyataannya, tindakan ini juga dapat berupa jual beli barang atau jasa. Dalam hal jual beli, transaksi dapat dilakukan secara langsung (dengan bertemu langsung dengan penjual atau pembeli) atau tidak langsung (digital).

Kegiatan jual beli melibatkan dua belah pihak diantaranya pembeli dan penjual. Pembeli dan penjual harus memiliki keuntungan yang sama. Ini terjadi ketika pembeli mendapatkan barang dan jasa yang mereka butuhkan dengan tarif yang telah ditentukan oleh penjual, kemudian membayar tarif tersebut kepada penjual dan kemudian mendapatkan keuntungan dari hasil penjualan. (Ulum, 2020). Dalam konteks yang lebih luas, aktivitas jual beli ini juga terjadi di pasar modal, tempat di mana berbagai instrumen keuangan seperti saham, obligasi, dan reksadana diperjualbelikan.

Pasar modal memiliki peran yang penting karena menjalankan dua fungsi sekaligus, yaitu fungsi ekonomi dan fungsi keuangan. Fungsi ekonomi karena menyediakan fasilitas untuk mempertemukan dua kepentingan yaitu pihak yang memiliki dana dan pihak yang memerlukan dana. Sedangkan fungsi keuangan karena memberikan kemungkinan dan kesempatan untuk memperoleh keuntungan (*return*) bagi pemilik dana sesuai dengan karakteristik investasi yang dipilih (Husnan, 2005 : 4). Dengan adanya pasar modal, diharapkan investasi dalam transaksi efek atau sekuritas di Indonesia akan terus berkembang dan menarik minat investasi bagi para pemilik modal, baik investor lokal maupun asing.

Investasi pasar modal yang sedang banyak diminati secara luas pada saat ini adalah investasi saham (Kurniawan, 2016). Orang-orang yang berinvestasi dalam saham akan memiliki sebagian kecil kepemilikan dari perusahaan tersebut dan

berpotensi memperoleh keuntungan dari kenaikan harga saham. Bunga yang ditawarkan pihak peminjam (emiten) adalah salah satu cara investasi saham dapat menarik investor. Karena mereka menerima modal awal dari investor, emiten juga memiliki keuntungan. Bahkan penerbitan saham menjadi target utama bagi suatu perusahaan untuk modal pendanaan.



Gambar 1. 1. Instrumen Pasar Modal

Menurut Undang-Undang Nomor 8 Tahun 1995 tentang pasar modal, yang termasuk dalam kategori instrumen keuangan pasar modal adalah surat pengakuan hutang, surat berharga komersial, saham, obligasi, reksadana, unit penyertaan investasi kolektif, kontrak berjangka komoditi, serta instrumen derivatif. Berdasarkan penjelasan pada UU Pasar Modal tersebut, dapat disimpulkan bahwa salah satu instrumen keuangan yang diinvestasikan di pasar modal adalah instrumen derivatif. Instrumen derivatif adalah instrumen keuangan yang merupakan turunan (*derivative asset*) dari instrumen utamanya (*underlying asset*) baik yang bersifat penyertaan maupun hutang (Mamduh, 2004). Instrumen ini relatif masih jarang diperdagangkan di Indonesia.

Instrumen derivatif merupakan salah satu instrumen keuangan yang diperdagangkan di pasar modal Indonesia. Nilai derivatif dapat diperoleh dari aset yang mendasarinya, aset tersebut berupa saham, obligasi, komoditas, dan bahkan aset tidak terwujud. Secara umum instrumen derivatif yang diperdagangkan di Indonesia diantaranya: *Forward*, *futures*, *option*/opsi, dan *swap*. Salah satu

instrumen keuangan yang banyak diperdagangkan di pasar keuangan adalah opsi saham. Opsi saham merupakan kontrak keuangan yang memberikan hak kepada pemegangnya untuk membeli atau menjual saham dengan harga tertentu pada waktu yang telah ditentukan. Berdasarkan periode waktu pelaksanaannya opsi dibedakan menjadi, opsi tipe Eropa (*European Option*) dan opsi tipe Amerika (*American Option*). Opsi tipe Eropa hanya dapat dilaksanakan pada waktu jatuh tempo, sedangkan opsi tipe Amerika dapat dilaksanakan kapan saja hingga waktu jatuh tempo (Fabozzi, 2000).

Opsi merupakan hak yang dimiliki oleh suatu pihak untuk membeli atau menjual kepada pihak lain sejumlah efek pada harga dan dalam waktu tertentu. Terdapat dua macam opsi yaitu *call option* dan *put option*. *Call option* atau opsi beli, memberikan hak kepada pemiliknya untuk membeli aset pada harga tertentu yang disebut harga penyerahan (*exercise price* atau *strike price*). Sebaliknya, *put option* atau opsi jual, memberikan hak kepada pemegang opsi untuk menjual saham aset tertentu sesuai harga yang telah ditetapkan. Opsi memiliki fleksibilitas yang sangat tinggi, jangkauan luas, dapat dikembangkan dan sangat menguntungkan (Anoraga & Pakarti, 2003).

Di bidang keuangan, opsi memainkan peran penting dalam strategi investasi dan manajemen risiko. Opsi memberikan kesempatan kepada individu dan institusi untuk membeli atau menjual aset acuan pada harga tertentu dalam periode tertentu. Derivatif keuangan ini banyak digunakan di berbagai pasar, termasuk saham, komoditas, dan mata uang.

Pasar opsi yang terus berkembang membutuhkan pemahaman untuk memprediksi pergerakan harga opsi dan memprediksi berbagai kemungkinan yang dapat terjadi, dengan tujuan memaksimalkan keuntungan dan meminimalkan kerugian. Terdapat berbagai metode yang dapat digunakan untuk menentukan harga opsi, seperti Black-Scholes, metode Binomial, dan metode simulasi Monte Carlo. Metode yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah metode simulasi Monte Carlo. Metode Simulasi Monte Carlo merupakan metode komputasi yang digunakan untuk memperkirakan hasil statistik dengan menghasilkan sejumlah besar jalur acak

(simulasi) dan menghitung rata-rata dari hasil tersebut (Hutahaean, 2018). Metode ini digunakan untuk memperkirakan harga opsi dengan mensimulasikan pergerakan harga aset dan volatilitasnya berdasarkan model yang digunakan.

Pada Metode Simulasi Monte Carlo diperlukan model untuk mendukung prediksi agar lebih akurat. Beberapa model yang sering digunakan diantaranya: Monte Carlo standar, Model Heston untuk Volatilitas Stokastik, Model Monte Carlo Geometri, Model Monte Carlo dengan Rantai Markov (Markov Chain Monte Carlo, MCMC), dan sebagainya. Metode yang umum digunakan adalah Monte Carlo standar, yang didasarkan pada asumsi bahwa harga aset mengikuti geometrik Brownian dengan volatilitas konstan. Namun, asumsi volatilitas konstan sering kali tidak sesuai dengan kondisi pasar sebenarnya yang menyebabkan kurangnya akurasi dalam penentuan harga opsi. Sedangkan Monte Carlo dengan model stokastik Heston merupakan salah satu model volatilitas stokastik yang banyak digunakan dalam penentuan harga opsi saham. Volatilitas stokastik itu sendiri adalah konsep dalam dunia keuangan yang menjelaskan bahwa tingkat fluktuasi harga aset tidak konstan, melainkan berubah-ubah secara acak (stokastik) dari waktu ke waktu. Volatilitas juga merupakan indikator risiko yang penting bagi investor karena semakin tinggi volatilitas semakin tinggi pula risiko investasi. Dengan menggunakan model stokastik Heston, para pelaku pasar dapat memperoleh estimasi volatilitas harga saham yang lebih akurat (Heston, 1993).

Model volatilitas stokastik Heston dikembangkan oleh Steven Heston pada tahun 1993 dan kemudian dikaji ulang oleh peneliti asal Thailand dalam jurnal yang disusun oleh Woraphon Wattanorn dan Kedwadee Sombultawee. Mereka menggunakan model ini untuk memprediksi harga saham yang cenderung fluktuatif, terutama pada saham konvensional dari negara berkembang. Menurut mereka, model Heston lebih baik dibandingkan model Black-Scholes karena memiliki tingkat kesalahan yang lebih kecil (Wattanorn & Sombultawee, 2021). Amazon merupakan salah satu perusahaan teknologi terbesar di dunia dengan kapitalisasi pasar yang sangat besar dan volatilitas harga saham yang signifikan. Saham Amazon sering menjadi subjek perdagangan opsi, baik oleh investor ritel

maupun institusional. Mengingat volatilitas yang tinggi dan ketidakpastian di pasar teknologi, saham Amazon merupakan contoh yang ideal untuk diterapkan dalam penelitian ini.

1.2. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah agar memaksimalkan pengerjaan pada penelitian ini diantaranya:

1. Opsi Beli Eropa dengan metode simulasi monte carlo menggunakan model volatilitas stokastik heston dan Monte Carlo standar.
2. Data saham yang diambil merupakan data penutupan pada saham Amazon (AMZN).
3. Menggunakan *software Microsoft Excel* dan R studio 4.3.2.
4. Nilai dari harga saham (\$181.710), kappa dengan nilai 1, suku bunga bebas resiko (5.5%), dan waktu jatuh tempo selama 172 hari.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, maka rumusan masalah yang akan dikaji adalah sebagai berikut:

1. Bagaimanakah langkah-langkah menentukan harga opsi beli Eropa dengan metode simulasi Monte Carlo menggunakan Volatilitas Stokastik Heston?
2. Bagaimana perbandingan metode simulasi Monte Carlo dengan Volatilitas Stokastik Heston dan Monte Carlo Standar dalam menghitung harga opsi beli Eropa pada data saham Amazon?
3. Bagaimana pengaruh *strike price* terhadap harga opsi beli Eropa pada data saham Amazon?

1.4. Tujuan Penelitian

Penulisan skripsi ini dimaksud sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana S1 di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga. Di samping itu penulisan skripsi ini bertujuan untuk:

1. Mengetahui langkah-langkah menentukan harga opsi beli Eropa dengan simulasi Monte Carlo menggunakan Volatilitas Stokastik Heston.
2. Membandingkan metode simulasi Monte Carlo menggunakan Volatilitas Stokastik Heston dan Monte Carlo Standar pada data saham Amazon dalam penentuan harga opsi beli Eropa.
3. Menganalisis pengaruh *strike price* terhadap harga opsi beli Eropa pada data saham Amazon.

1.5. Manfaat Penelitian

1. Bagi penulis

Untuk menambah wawasan dan pengetahuan tentang cara menentukan harga opsi beli Eropa dengan metode simulasi Monte Carlo menggunakan Volatilitas Stokastik Heston.

2. Bagi khasanah ilmu pengetahuan

Dapat digunakan sebagai bahan kajian bagi siapa yang ingin mempelajari cara penentuan harga opsi khususnya pada opsi beli tipe Eropa

3. Bagi Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.

Menambah penelitian mengenai penerapan matematika dalam bidang-bidang ekonomi terutama masalah penentuan harga opsi.

1.6. Tinjauan Pustaka

Terdapat beberapa penelitian relevan yang berkaitan dengan topik ini telah dilakukan, antara lain:

1. Penelitian berjudul “Penentuan Harga Opsi Dengan Volatilitas Stokastik Menggunakan Metode Monte Carlo” oleh Chalimatusadiah, Donny Citra

Lesmana, dan Retno Budiarti program studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Institut Pertanian Bogor pada tahun 2021. Pada jurnal ini peneliti melakukan simulasi Monte Carlo sehingga memberikan kesimpulan bahwa parameter harga *strike*, harga saham awal dan waktu jatuh tempo memiliki pengaruh terhadap harga opsi yang konsisten dengan teori harga opsi. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data historis mingguan dari harga penutupan dan volatilitas saham *Microsoft Corporation* (MSFT) pada periode 10 Juli 2017 – 9 Maret 2020. Data harga penutupan saham bersumber dari *website yahoo finance* dan data volatilitas saham MSFT bersumber dari *website alphaquery*.

2. Penelitian berjudul “Penentuan Opsi Saham Menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo Dengan Model Penetapan Volatilitas Stokastik Heston” oleh Andini Fadillah Sari program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati Bandung pada tahun 2023. Pada skripsi ini diambil data saham yang berasal dari Perusahaan Tesla, Inc. dengan simbol perdagangan TSLA dengan Nomor Berkas Komisi 001-34756 yang berasal dari Amerika Serikat Washington DC. Kesimpulan berdasarkan hasil analisis dari beberapa percobaan volatilitas dari tiga bulan, empat bulan, enam bulan, dan satu tahun sebelum last trade dari saham TSLA tipe *call option*, membuktikan bahwa semakin besar volatilitas maka semakin besar harga opsi sahamnya.
3. Penelitian berjudul “Penentuan Harga Opsi Beli Eropa Dengan Metode Simulasi Monte Carlo (studi Kasus Saham PT Astra Internasional Tbk)” oleh Mazyatul Asna program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta pada tahun 2011. Pada skripsi ini diambil data harga saham penutupan harian PT Astra Internasional Tbk. (16 Juni 2010 – 30 Desember 2010) dengan kesimpulan apabila opsi beli Eropa dijual dengan harga yang lebih rendah dari

Rp3.695,99 perlembar saham, maka investor seharusnya mempertimbangkan untuk membeli opsi beli Eropa tersebut.

4. Penelitian berjudul “Simulasi Monte Carlo dalam Menentukan Nilai Opsi Saham” oleh Wiwik Shofiyaul Munaroh program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang Malang pada tahun 2008. Pada skripsi ini digunakan data saham yang diambil dari situs resmi PT.Telekomunikasi Indonesia pada tanggal 17 Juni 2008 dan 28 Agustus 2008. Kesimpulan dari skripsi ini adalah bahwa simulasi Monte Carlo dapat memprediksikan harga saham dan menentukan suatu nilai opsi saham. Hasil simulasi nilai opsi menunjukkan bahwa semakin banyak perulangan maka nilai estimasi rata-rata yang diperoleh semakin konvergen.

Perbandingan antara penelitian pada skripsi ini dan penelitian yang telah dipaparkan di atas dapat disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka dengan penelitian yang relevan

No	Peneliti	Persamaan	Perbedaan	Hasil
1	Chalimatusadiah, dkk.	Penelitian dengan Volatilitas Stokastik Menggunakan Metode Monte Carlo	Penelitian ini menggunakan data saham penutupan Microsoft Corporation (MSFT) pada periode 10 Juli 2017 – 9 Maret 2020 dan dengan bantuan <i>software</i> SPSS 17.0	Hasil simulasi Monte Carlo dengan volatilitas stokastik model Heston untuk menentukan opsi tipe Eropa, opsi beli (<i>call</i>) dan opsi jual (<i>put</i>), memberikan kesimpulan bahwa apabila nilai parameter harga <i>strike</i> menurun maka harga opsi <i>call</i> akan meningkat dan harga opsi <i>put</i> akan menurun, demikian sebaliknya.
2	Andini Fadillah	Penelitian dengan Volatilitas Stokastik	Penelitian ini menggunakan data saham penutupan	Metode Monte carlo dengan volatilitas stokastik model Heston untuk menentukan opsi beli (<i>call</i>) Eropa ,

		Menggunakan Metode Monte Carlo	Perusahaan Tesla. Inc dan dengan bantuan <i>software pyrhon</i> .	didapatkan hasil analisis dari beberapa percobaan volatilitas dari saham TSLA tipe call option, membuktikan bahwa semakin besar volatilitas maka semakin besar harga opsi sahamnya.
3	Maziyatul Asna	Penelitian Opsi Beli Eropa menggunakan model Monte Carlo	Penelitian ini menggunakan data harga saham penutupan harian PT Astra Internasional Tbk. (16 Juni 2010 – 30 Desember 2010) dan dengan bantuan <i>software Matlab</i> .	Monte carlo dengan model standar opsi beli (<i>call</i>) tipe Eropa, didapatkan kesimpulan apabila opsi beli Eropa dijual dengan harga yang lebih rendah dari Rp3.695,99 perlembar saham, maka investor seharusnya mempertimbangkan untuk membeli opsi beli Eropa tersebut.
4	Wiwik Shofiyaul Munaroh	Penelitian Opsi menggunakan model Monte Carlo	Penelitian ini menggunakan harga saham yang diambil dari situs resmi PT. Telekomunikasi Indonesia pada tanggal 17 Juni 2008 dan 28 Agustus 2008 dan <i>software Matlab</i> .	Metode simulasi Monte Carlo untuk menentukan opsi beli (<i>call</i>) dan opsi jual (<i>put</i>) dengan tipe Asia, didapatkan kesimpulan bahwa simulasi Monte Carlo dapat memprediksikan harga saham dan menentukan suatu nilai opsi saham. Hasil simulasi nilai opsi menunjukkan bahwa semakin banyak perulangan maka nilai estimasi rata-rata yang diperoleh semakin konvergen.

1.7. Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini disusun dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini membahas tentang uraian teori studi literatur yang menunjang penulisan skripsi.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini membahas mengenai metode pengumpulan data, metode pengolahan data dan skema penelitian pada skripsi.

BAB IV PENENTUAN HARGA OPSI BELI TIPE EROPA DENGAN VOLATILITAS STOKASTIK HESTON MENGGUNAKAN METODE SIMULASI MONTE CARLO

Bab ini membahas tentang penentuan harga opsi beli Eropa dengan volatilitas stokastik heston menggunakan metode monte carlo.

BAB V STUDI KASUS

Bab ini berisi proses analisis data dan menafsirkan hasilnya secara rinci serta mengimplementasikan dengan menggunakan *software* Rstudio.

BAB VI PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan pada bab sebelumnya dan saran yang membangun atas kekurangan dari hasil penelitian yang dilakukan.

BAB VI PENUTUP

6.1. Kesimpulan

Dari pembahasan yang telah diperoleh pada penelitian ini, didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Menentukan harga opsi beli Eropa dengan metode simulasi Monte Carlo menggunakan volatilitas stokastik Heston, terlebih dahulu dilakukan analisis pada saham yang akan digunakan. Kemudian tentukan parameter-parameter yang diperlukan oleh model volatilitas stokastik Heston seperti volatilitas harian saham, rata-rata varian jangka panjang (θ), laju *mean reversion* (κ), standar deviasi dari volatilitas harga saham (σ), dan korelasi antara pergerakan harga aset dan volatilitasnya (ρ). Lalu hitung nilai *pay off* opsi pada saat jatuh tempo, dan gunakan perhitungan *pay off* untuk menghitung opsi beli Eropa. Terakhir lakukan simulasi Monte Carlo sebanyak mungkin untuk mendapatkan hasil yang maksimum.
2. Perbandingan antara metode simulasi Monte Carlo dengan model volatilitas stokastik Heston dan Monte Carlo standar, pada monte Carlo dengan model Heston memberikan hasil yang lebih akurat, terutama pada jumlah simulasi yang rendah. Pada simulasi rendah, model Heston menghasilkan harga opsi yang lebih rendah dibandingkan dengan Monte Carlo standar, hal ini mencerminkan bahwa model Heston dapat menangkap volatilitas stokastik dengan lebih baik. Untuk *standar error*, model Heston cenderung menurun atau sama dengan Monte Carlo standar pada sebagian besar simulasi yang menunjukkan bahwa model Heston menghasilkan estimasi yang lebih stabil dan konsisten seiring dengan peningkatan jumlah simulasi. Hal ini menandakan model Heston memiliki akurasi yang lebih baik dari Monte Carlo standar. Sehingga penerapan model volatilitas stokastik Heston untuk menentukan harga opsi beli Eropa dapat memberikan informasi yang relevan kepada investor saat melakukan transaksi di pasar modal. Hal ini dikarenakan

model Heston terbukti lebih baik dalam memberikan estimasi yang lebih realistis dan sesuai dengan kondisi pasar, menjadikannya pilihan yang lebih baik untuk analisis penilaian opsi, terutama ketika kondisi volatilitas yang tidak konstan.

3. Hasil simulasi Monte Carlo model Heston dan Monte Carlo standar memberikan kesimpulan bahwa apabila nilai parameter *strike price* menurun maka harga opsi beli Eropa akan meningkat. Hal ini sesuai dengan perilaku umum dari opsi beli yaitu dimana opsi beli menjadi kurang bernilai dengan semakin tingginya *strike price* (K). Monte Carlo model Heston menghasilkan harga opsi beli Eropa cenderung lebih dekat dengan harga pasarnya dibandingkan dengan Monte Carlo standar. Monte Carlo model Heston juga menunjukkan konsistensi lebih baik dalam mendekati harga pasar pada berbagai tingkat *strike price*.

6.2. Saran

Bagi penelitian selanjutnya, diharapkan dapat dilakukan perbaikan yang dapat mengurangi nilai *error* dan meningkatkan efisiensi dari metode Monte Carlo. Selain itu juga dapat melakukan upaya perbaikan model Volatilitas Stokastik Heston pada penelitian ini.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR PUSTAKA

- Anoraga, P., & Pakarti, P. (2003). *Pengantar pasar modal* (Cet.4). Jakarta : Rineka Cipta.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 8, 637–654. <http://dx.doi.org/10.1086/260062>
- Brealey, R. A., Myers, S. C., & Allen, F. (2003). Principles of Corporate Finance. *Corporate Finance*, 143–155. <https://doi.org/10.4324/9781003380610-11>
- Brown, R. (2009). *The Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics*. 4, 161–173. <https://doi.org/10.1080/14786442808674769>
- Fabozzi, F. J. (2000). *Manajemen Investasi: buku 2*. Salemba Empat.
- Halim, A. (2005). *Analisis Investasi*. Jakarta Salemba Empat (PT Salemba Emban Patria).
- Harrison, R. L. (2010). *Introduction to Monte Carlo Simulation*. 1204, 17–21. <https://doi.org/10.1063/1.3295638>
- Hartono, J. (2003). *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*. Yogyakarta:BPFE.
- Hartono, J. (2013). Teori portofolio dan analisis investasi edisi kedelapan. Yogyakarta: Bpfe, 96.
- Heston, S. L. (1993). A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. *Review of Financial Studies*, 6(2), 327–343. <https://doi.org/10.1093/rfs/6.2.327>
- Hull, J. C. (2006). *Options, Futures, and Other Derivatives*.
- Hull, J. C. (2012a). *Options, and Other Derivatives* (eight). New Jersey: Prentice Hall.
- Hull, J. C. (2012b). *Options, Futures and Other Derivatives* (eight). New Jersey:

Prentice Hall.

Husnan, S. (2005). *Dasar – dasar Teori Fortofolio dan Analisis Sekuritas* (4th ed.). Unit Penerbit dan Percetakan AMP YKPN.

Hutahaean, H. D. (2018). Analisa Simulasi Monte Carlo Untuk Memprediksi Tingkat Kehadiran Mahasiswa dalam Perkuliahan. *Journal of Informatic Pelita Nusantara*, 3(1), 41–45.

Kijima, M. (2002). *Stochastic Processes with Applications to Finance* (1st Editio). <https://doi.org/10.1201/9781420057607>

Korajczyk, R. A., Lucas, D., & McDonalds, R. (1992). *Equity Issues with Time-Varying Asymmetric Information; Journal of Financial Quantitative Analysis*. 27, 397–417.

Kurniawan, C. (2016). Pengaruh Investasi Terhadap Perekonomian Indonesia. *Jurnal Media Wahana Ekonomika*, 12(4), 1–9. <https://doi.org/10.31851/jmwe.v12i4.3005>

Mamduh, M. H. (2004). *Manajemen Keuangan* (1st ed.). Yogyakarta : BPFE.

Meng, Y. (2009). *Bayesian Analysis of a Stochastic Volatility Model*.

Mooy, M. N., Rusgiyono, A., & Rahmawati, R. (2017). Penentuan Harga Opsi Put Dan Call Tipe Eropa Terhadap Saham Menggunakan Model Black-Scholes. *Jurnal Gaussian*, 6(3), 407–417.

Mulyadi. (2001). *Akuntansi manajemen : konsep, manfaat dan rekayasa* (3rd ed.). Jakarta: Salemba Empat.

Ningrum, Ramadhian, A., & Seru, F. (2022). Penerapan Gerak Brown Geometrik Untuk Memprediksi Harga Saham PT. Astra International Tbk. Pada Masa Pandemi Covid-19. *J. Ris. & Ap. Mat*, 06(02), 93–104.

Oktavia, I., & Nugraha, S. K. G. (2018). *FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI HARGA SAHAM*. 414–422.

- Pakpahan, K. (2003). Strategi investasi di pasar modal. The Winners. In *The WINNERS: Vol. Vol. 4*.
- PUTRI, F. K., & TIAHHJONO, J. D. (2011). PENGARUH ANALISIS FUNDAMENTAL TERHADAP. *Jurnal Bisnis Indonesia*, 2.1.
- Reilly, Frank, K., & Keith, C. B. (2000). *Investment Analysis and Fortofolio Management* (Sixth Edit). New York: The Dryden Press.
- Ross, S. M. (1998). Introduction to Probability Models. In *Journal of the American Statistical Association* (10th ed., Vol. 93, Issue 441).
<https://doi.org/10.2307/2669658>
- Ross, S. M. (1999). *Simulation*.
- Ruppert, D. (2006). Statistics and Finance: An Introduction. In *Journal of the American Statistical Association* (Vol. 101, Issue 474).
<https://doi.org/10.1198/jasa.2006.s103>
- Saptadi, A. (2007). *Saptadi A. Pengaruh Return On Investment (ROI), Price Earning Ratio (PER), Dan Earning Per Share (EPS) Terhadap Harga Saham Pada Perusahaan Manufaktur Yang Terdaftar Di Bursa Efek Jakarta*.
- Seto, A. A., Fauzan, R., Santoso, A., Dewi, I. D. P., Rahmah, W., Yahya, D. R., Dewi, C. K., Dasman, S., Jumiaty, E., Haryadi, R. M., & Peristiwa, H. (2023). *Teori Portofolio & Analisis Investasi*. Global Eksekutif Teknologi.
- Tandelilin, E. (2010). *Portofolio dan Investasi: Teori dan aplikasi*.
- Tandelilin, E. (2018). Dasar-dasar Manajemen Investasi. *Accounting and Management Journal*, 2(1), 1–34. <https://doi.org/10.33086/amj.v2i1.67>
- Trimono, T., Di Asih, I. M., & Ispriyant, D. (2017). PEMODELAN HARGA SAHAM DENGAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION DAN VALUE AT RISK PT CIPUTRA DEVELOPMENT Tbk. 6, 261–270.
- Ulum, M. (2020). *PRINSIP-PRINSIP JUAL BELI ONLINE DALAM ISLAM DAN*

PENERAPANNYA PADA E-COMMERCE ISLAM DI INDONESIA. 17(01), 49–64.

Vasicek, O. A. (1977). An Equilibrium Characterization of the Term Structure. *Journal of Financial Economics*, 177–188.

Wattanatorn, W., & Sombultawee, K. (2021). The Stochastic Volatility Option Pricing Model: Evidence from a Highly Volatile Market. *Journal of Asian Finance, Economics and Business*, 8(2), 686–695.
<https://doi.org/10.13106/jafeb.2021.vol8.no2.0685>

Yang, Y. (2013). *Applied & Computational Mathematics Program Master 's Thesis Valuing a European Option with the Heston Model The School of the Mathematical Sciences*. 1–61.

