

SKRIPSI

GRAF PRIMA KOPRIMA ATAS GRUP HINGGA



M.SHOFIYULLOH
20106010029
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2024

GRAF PRIMA KOPRIMA ATAS GRUP HINGGA

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



diajukan oleh

M.SHOFIYULLOH

20106010029

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2024



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : M.Shofiyulloh

NIM : 20106010029

Judul Skripsi : Graf Prima Koprime Atas Grup Hingga

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 03 Desember 2024

Pembimbing I

Pembimbing II

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si

Arif Munandar, M.Sc

NIP. 19660731 200003 2 001

NIP. 19920721 201903 1 013



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-2340/Un.02/DST/PP.00.9/12/2024

Tugas Akhir dengan judul : Graf Prima Koprime Atas Grup Hingga

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : M. SHOFIYULLOH
Nomor Induk Mahasiswa : 20106010029
Telah diujikan pada : Jumat, 20 Desember 2024
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 676931578ba20



Penguji I

Arif Munandar, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6768e36cdb2ba



Penguji II

Aulia Khifah Futhona, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6768e27149ccc



Yogyakarta, 20 Desember 2024
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6769315785d39

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : M.Shofiyulloh

NIM : 20106010029

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 3 Desember 2024



M.Shofiyulloh

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN



Penulis mempersembahkan karya sederhana ini kepada

Almamater UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

HALAMAN MOTTO



”Orang tanpa ilmu itu telah mati sebelum ia mati, sedangkan orang berilmu itu
tetap hidup walaupun ia telah mati.”

-Ta’limul Muta’alim-

PRAKATA

Allhamdulillahirabbil'alamin, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat, serta hidayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Graf Prima Koprime Atas Grup Hingga". Penulisan skripsi ini diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai gelar Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini terdapat banyak hambatan dan halangan. Namun berkat adanya motivasi, bantuan, bimbingan, dan dorongan dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta serta dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan arahan dan bimbingan kepada penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
2. Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika.
3. Arif Munandar, M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik dan dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan pengarahan kepada penulis selama menempuh pendidikan.
4. Seluruh dosen dan staf Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan ilmu bermanfaat dan memberikan pelayanan administrasi akademik.
5. Keluarga Penulis, Bapak Jarwani, Ibu Fitriyatun, Mas Rohmad Muhibbullah,

Mbak Ulfa, Mas M. Taufiqurrohman dan Adik M. Nashiruddin yang memberikan segala perhatian, pengorbanan, dan dukungan perjalanan pendidikan penulis. Tanpa cinta dan semangat yang mereka berikan, penulis tidak akan bisa sampai pada titik ini. Mereka adalah sumber inspirasi dan kekuatan penulis, yang selalu meyakinkan penulis untuk terus berusaha, tidak pernah menyerah, dan selalu berdoa agar penulis dapat meraih cita-cita yang penulis impikan.

6. Keluarga besar mahasiswa Program studi Matematika UIN Sunan Kalijaga, khususnya matematika angkatan 2020 dan 2019 yang telah bersama sama membangun pengalaman pemilih selama masa kuliah.
7. Keluarga Pondok Pesantren Fatchul Huda, Para Kyai, Gus, Guru dan Santri yang senantiasa memberikan do'a, semangat dan motivasi kepada penulis.
8. Sahabat-Sahabat korp Sapphire yang selalu memotivasi penulis.
9. Keluarga KKN 111 Tieng, Zaid, Arya, Ipeh, Arina, Geiska, Sayyidah, mbak Al, Mega, Nisa yang selalu memberikan suport kepada penulis.
10. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan, yang secara langsung dan tidak langsung membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua yang membacanya. Penulis juga berharap kritik dan saran yang membangun.

Yogyakarta, 12 Desember 2024

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iv
HALAMAN MOTTO	v
PRAKATA	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR LAMBANG	xiii
INTISARI	xiv
ABSTRACT	xv
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Batasan Masalah	2
1.3. Rumusan Masalah	3
1.4. Tujuan Penelitian	3
1.5. Manfaat Penelitian	4
1.6. Tinjauan Pustaka	4
1.7. Metode Penelitian	5
1.8. Sistematika Penulisan	6
II DASAR TEORI	7

2.1. Graf	7
2.1.1. <i>Adjacent</i> dan Insiden	9
2.1.2. Derajat Vertek	10
2.1.3. Jenis-Jenis Graf	11
2.1.4. Konektivitas	13
2.1.5. Graf Euler dan Graf Hamilton	17
2.1.6. Graf Planar	22
2.2. Grup	25
2.2.1. Subgrup	27
2.2.2. Grup Abelian dan Grup Siklik	28
2.2.3. Grup Dihedral dan Grup Quaternion	29
2.2.4. Teorema Lagrange	32
2.3. Teori Bilangan	35
2.3.1. Keterbagian	36
2.3.2. Faktor Persekutuan Terbesar	37
2.3.3. Sifat Bilangan Prima	38
III Graf Prima Koprime Atas Grup Hingga	40
3.1. Konsep Dasar Graf Prima Koprime Atas Grup Hingga	40
3.2. Graf Euler dan Graf Hamilton pada Graf $\Theta(G)$	44
3.3. Graf Komplit dan Graf Planar pada Graf $\Theta(G)$	50
3.4. Konektivitas Vertex pada Graf $\Theta(G)$	56
IV PENUTUP	67
4.1. Kesimpulan	67
4.2. Saran	68
DAFTAR PUSTAKA	69
Curriculum Vitae	71

DAFTAR TABEL

2.1 Derajat Setiap Vertek pada Graf G	11
---	----



DAFTAR GAMBAR

1.1 Skema Metode Penelitian	6
2.1 Graf G secara umum	8
2.2 Graf dan Subgraf	9
2.3 Graf G untuk menunjukan <i>adjacent</i> dan insiden	10
2.4 Graf G untuk menunjukan derajat vertek	11
2.5 Graf Reguler	12
2.6 Graf Kosong	12
2.7 Graf Komplit	12
2.8 Graf Cycle	13
2.9 Graf G untuk menunjukan walk	13
2.10 Graf G dan H untuk konektifitas	15
2.11 Komponen penyusun graf H	16
2.12 Contoh Graf Terhubung	16
2.13 Graf Tidak Terhubung	16
2.14 Graf Euler	18
2.15 Graf Hamilton	19
2.16 Contoh Graf 1-tough	20
2.17 Graf G untuk Menunjukkan Planaritas	22
2.18 Graf Planar G	22
2.19 Graf $K_{3,3}$	23
2.20 Graf K_5	24
3.1 Graf $\Theta(\mathbb{Z}_4)$	41

3.2	Diameter Graf Terhubung Θ Tidak Lebih Dari 2	43
3.3	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_4)$	44
3.4	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_8)$	45
3.5	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_5)$	45
3.6	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_6)$	47
3.7	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_9)$	47
3.8	Sirkuit Hamilton pada graf Dihedral	49
3.9	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_5)$	50
3.10	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_3)$	53
3.11	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_8)$	54
3.12	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_{2^i})$	54
3.13	Contoh Graf Tidak Planar	56
3.14	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_8)$	57
3.15	Graf $\kappa\Theta(\mathbb{Z}_8)$	58
3.16	Graf $\Theta(\mathbb{Z}_6)$	59
3.17	Graf $\kappa\Theta(\mathbb{Z}_6)$	59
3.18	Graf $\Theta(D_6)$	62
3.19	Graf $\kappa\Theta(D_6)$	62
3.20	Graf $\Theta(Q_3)$	66

DAFTAR LAMBANG

$x \in A$: x anggota A
\mathbb{N}	: himpunan semua asli
\mathbb{Z}	: himpunan semua bilangan bulat
■	: akhir suatu bukti
$p \Rightarrow q$: jika p maka q
\Leftrightarrow	: jika dan hanya jika
$\Theta(G)$: Graf prima koprima atas grup hingga
$ G $: Order grup G
D_{2n}	: Grup dihedral berorder $2n$
Q_{4n}	: Grup quaternion berorder $4n$
$o(g)$: Order elemen g
$\kappa(\Theta(G))$: Konektifitas vertek grap prima koprima atas grup G
$G \cong H$: Sebuah <i>bijektif</i> f antara himpunan simpul $V(G)$ dan $V(H)$

INTISARI

GRAF PRIMA KOPRIMA ATAS GRUP HINGGA

Oleh

M.Shofiyulloh

20106010029

Graf prima koprima atas grup hingga merupakan representasi grup hingga pada graf dengan memandang anggota grup sebagai vertek dari graf dan dua vertek berbeda x dan y *adjacent* jika dan hanya jika Faktor Persekutuan Terbesar dari order x dan order y adalah 1 atau prima. Penelitian ini mengkaji keterkaitan antara sifat-sifat graf prima koprima atas grup hingga dengan sifat-sifat grup hingga itu sendiri, serta karakteristik graf prima koprima atas grup hingga yang merupakan graf Euler untuk sembarang grup hingga. Selain itu, penelitian ini membahas karakteristik graf prima koprima atas grup \mathbb{Z}_n dan grup D_{2n} , yang mencakup graf terhubung, graf lengkap, graf planar, dan graf Hamilton untuk berbagai nilai $n \in \mathbb{N}$. Penelitian ini juga membahas konektivitas vertek pada graf prima koprima atas grup \mathbb{Z}_n dan grup D_{2n} untuk sembarang $n \in \mathbb{N}$.

Kata kunci : graf prima koprima, grup hingga.

ABSTRACT

PRIME CO PRIME GRAPH OF A FINITE GROUP

By

M.Shofiyulloh

20106010029

The coprime prime graph of a finite group is a representation of the finite group on a graph, where the group elements are viewed as vertices of the graph, and two distinct vertices x and y are adjacent if and only if the greatest common divisor (GCD) of the orders of x and y is 1 or a prime number. This study examines the relationship between the properties of the coprime prime graph of a finite group and the properties of the finite group itself, as well as the characteristics of the coprime prime graph of a finite group that is an Euler graph for any finite group. Furthermore, the study discusses the characteristics of the coprime prime graph of the groups \mathbb{Z}_n and D_{2n} , including connected graphs, complete graphs, planar graphs, and Hamiltonian graphs for various values of $n \in \mathbb{N}$. The study also explores the vertex connectivity of the coprime prime graph for the groups \mathbb{Z}_n and D_{2n} for any $n \in \mathbb{N}$.

Keyword : finite group, prime coprime graph.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Graf merupakan salah satu konsep di bidang matematika yang banyak diaplikasikan untuk berbagai hal, seperti menyelesaikan persoalan penjadwalan, pengoptimalan hingga penggambaran molekul pada bidang kimia. Akhir akhir ini, makin banyak penelitian graf yang dimanfaatkan untuk menggambarkan objek-objek abstrak seperti penggambaran teori grup yang dipresentasikan pada graf. Graf hadir untuk membuat konsep abstrak seperti grup menjadi bentuk fisik dengan relasi antar elemennya dapat terlihat kasat mata.

Penelitian representasi graf dari berbagai struktur aljabar seperti grup bukan sesuatu hal baru, Artur Cayley (1878) orang pertama kali yang merepresentasikan grup berhingga pada graf. Oleh karenanya representasi grup pada graf ini kemudian disebut dengan Cayley Digraf. Cayley digraf (Gallian, 2021) didefinisikan untuk grup berhingga G dan himpunan S yang merupakan generator dari G . Setiap elemen grup G merupakan vertek pada graf $Cay(S : G)$, dan dua vertek x dan y saling terhubung jika dan hanya jika terdapat $s \in S$ sehingga $xs = y$. Kelarev (2002) memperkenalkan power graf sebagai graf yang verteknya adalah semua elemen dari G dan vertek berbeda a dan b akan saling *adjacent* jika dan hanya jika $a^x = b$ atau $b^y = a$ untuk suatu x dan y bilangan bulat positif. Penelitian lain mengenai power graf dalam konteks grup berhingga dilakukan oleh (Cameron, 2011). Penelitian dilanjutkan oleh (Ali, 2020) yang melakukan penelitian mengenai power graf pada

grup khusus yaitu dihedral dan quaternion.

Penelitian tentang representasi grup ke graf yang memperhatikan order grup dilakukan oleh (Al-Hasanah, 2019) yang mendefinisikan order graf sebagai graf yang terbentuk dari representasi grup berhingga G dengan memandang derajat grup G sebagai vertek dan vertek g dan h saling *adjacent* jika $o(g)|o(h)$ atau $o(h)|o(g)$. Sementara itu, (Sattanathan, 2009) melakukan penelitian tentang graf order prima yang didefinisikan elemen dalam grup G sebagai vertek, dan elemen g, h dalam G saling *adjacent* jika dan hanya jika $\text{fpp}(o(g), o(h)) = 1$. Penelitian oleh (Ma, X., Wei, H., and Yang, L., 2014) memperkenalkan kembali dan memberi nama graf order prima sebagai graf koprima dan mempelajari berbagai sifat-sifatnya.

Avishek Adhikari dan Subarsha Banerjee (2021) memperkenalkan konsep representasi grup ke graf dalam jurnal berjudul “*Prime coprime graph of a finite group*”. Jurnal yang dibuat oleh Adhikari dan Subarsha Banerjee tersebut membahas tentang konsep dasar graf prima koprima atas grup hingga, graf prima koprima yang membentuk graf Euler, graf Hamilton, graf komplit, graf planar dan membahas konektivitas vertek pada graf prima koprima atas grup bilangan bulat modulo n yang sekaligus menjadi rujukan utama penulis dalam pembuatan Tugas Akhir ini. Tugas Akhir ini akan melengkapi hasil pembahasan jurnal yang ditulis Avishek Adhikari dan Subarsha Banerjee, dengan menambahkan pembahasan tentang graf prima koprima atas grup Dihedral D_{2n} yang membentuk graf Hamilton dan konektivitas vertek pada graf prima koprima atas grup dihedral D_{2n} .

1.2. Batasan Masalah

Batasan masalah berperan penting dalam sebuah penelitian. Batasan masalah digunakan untuk menghindari adanya pelebaran ataupun penyimpangan pokok

penelitian sehingga pembahasan lebih terarah dan memudahkan dalam pembahasan sehingga tujuan penelitian akan tercapai. Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Konsep dasar graf prima koprima atas grup hingga.
2. Pembahasan tentang karakteristik graf prima koprima atas grup hingga yang membentuk graf Euler dan graf Hamilton.
3. Pembahasan tentang karakteristik graf prima koprima atas grup hingga yang membentuk graf planar dan graf komplit.
4. Pembahasan konektivitas pada graf prima koprima atas grup hingga.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan di atas, kemudian dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana konsep dasar graf prima koprima atas grup hingga ?
2. Bagaimana karakteristik dari graf prima koprima atas grup hingga sehingga membentuk graf Euler dan graf Hamilton ?
3. Bagaimana karakteristik dari graf prima koprima atas grup hingga sehingga membentuk graf planar dan graf komplit ?
4. Bagaimana konektivitas graf prima koprima atas grup hingga ?

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penulis dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari konsep dasar graf prima koprima atas grup hingga.

2. Mempelajari tentang karakteristik graf prima koprima atas grup hingga yang membentuk graf Euler dan graf Hamilton.
3. Mempelajari tentang karakteristik graf prima koprima atas grup hingga yang membentuk graf planar dan graf komplit.
4. Mempelajari konektivitas pada graf prima koprima atas grup hingga

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan pemahaman tentang konsep dasar graf prima koprima atas grup hingga.
2. Memberikan pemahaman tentang karakteristik graf prima koprima atas grup hingga yang membentuk graf Euler dan graf Hamilton.
3. Memberikan pemahaman tentang karakteristik graf prima koprima atas grup hingga yang membentuk graf planar dan graf komplit.
4. Memberikan pemahaman konektivitas pada graf prima koprima atas grup hingga

1.6. Tinjauan Pustaka

Penelitian tentang representasi grup ke graf yang memperhatikan order grup dilakukan oleh Al-Hasanat (2019) yang mendefinisikan order grup sebagai graf yang terbentuk dari representasi grup berhingga G dengan memandang derajat dari grup G sebagai vertek dan vertek g insiden dengan h jika $o(g)|o(h)$ atau $o(h)|o(g)$. Sementara itu, Sattanathan (2009) melakukan penelitian tentang graf order prima

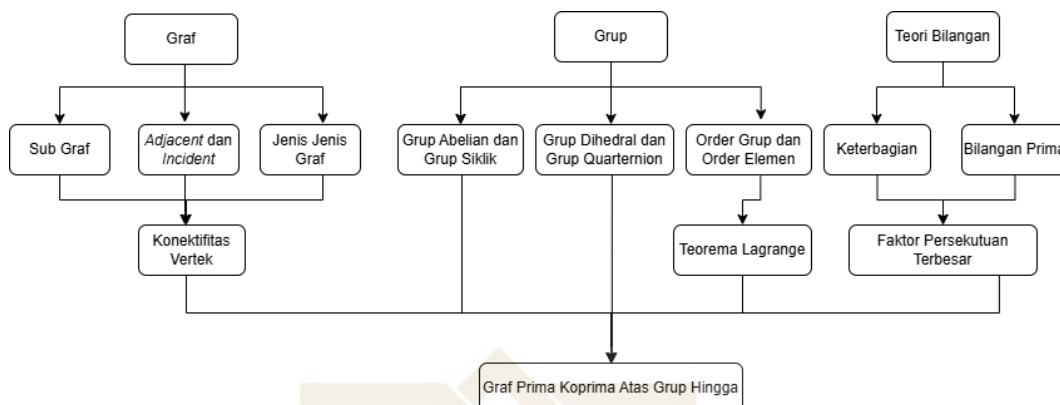
yang didefinisikan elemen dalam grup G sebagai vertek, dan elemen g, h dalam G saling adjacent jika dan hanya jika $FPB(o(g), o(h)) = 1$.

Penelitian Avishek Adhikari dan Subarsha Banerjee (2021) membahas tentang konsep dasar graf prima koprima atas grup hingga, graf prima koprima yang membentuk graf Euler, graf Hamilton, graf komplit, graf planar dan membahas konektivitas vertek pada graf prima koprima atas grup bilangan bulat modulo n . Penelitian ini akan melengkapi hasil pembahasan jurnal yang ditulis Avishek Adhikari dan Subarsha Banerjee, dengan menambahkan pembasan tentang graf prima koprima atas grup Dihedral D_{2n} yang membentuk graf Hamilton dan konektifitas vertek pada graf prima koprima atas grup dihedral D_{2n} .

1.7. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode studi literatur. Studi literatur diambil dari buku-buku referensi, jurnal-jurnal terkait topik penelitian yaitu; konsep dasar graf prima koprima atas grup hingga dan konektivitas vertek. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penulisan ini adalah:

1. Membahas konsep dasar dari teori graf, teori grup dan teori bilangan.
2. Membahas konsep dasar dari graf prima koprima atas grup hingga.
3. Membahas representasi grup hingga pada graf prima koprima.
4. Membahas konektivitas vertek pada graf prima koprima atas grup hingga.



Gambar 1.1 Skema Metode Penelitian

1.8. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini terbagi menjadi empat bab, yaitu sebagai berikut:

- BAB 1** : Bab ini membahas tentang latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian, dan sistematika penulisan.
- BAB 2** : Bab ini membahas tentang dasar-dasar dari teori graf, teori grup dan teori bilangan yang mendasari representasi grup berhingga pada graf prima koprima.
- BAB 3** : Bab ini membahas tentang konsep dasar graf prima koprima atas grup hingga, graf prima koprima atas grup hingga yang dapat membentuk graf Euler, graf Hamilton, graf komplit, graf planar, dan konektivitas vertek pada graf prima koprima atas grup hingga.
- BAB 4** : Bab ini berisikan tentang kesimpulan penelitian dan saran dari penulis terhadap pengembangan penelitian..

BAB IV

PENUTUP

Bab penutup ini akan diberikan kesimpulan dan saran-saran yang dapat diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

4.1. Kesimpulan

Graf prima koprima atas grup hingga merupakan representasi grup berhingga pada graf dengan memandang anggota grup sebagai vertek dari graf dan dua vertek berbeda x, y *adjacent* jika dan hanya jika $FPB(o(x), o(y))$ sama dengan 1 atau $FPB(o(x), o(y)) = p$, dimana p adalah bilangan prima. Adapun karakteristik graf prima koprima atas grup hingga adalah memiliki himpunan dominasi $\{e\}$ dengan bilangan dominasinya adalah 1, himpunan $\{x\}$ merupakan himpunan dominasi dari graf prima koprima atas grup hingga jika dan hanya jika $o(x) = 1$ atau $o(x)$ adalah bilangan prima. Graf prima koprima atas grup hingga adalah graf terhubung yang diameternya tidak lebih dari 2 sedangkan grithnya adalah 3.

Karakteristik graf prima koprima atas grup hingga yang merupakan graf Euler adalah jika dan hanya jika order dari grup adalah ganjil dan setiap elemen non-identitas dari grup memiliki order prima, sedangkan graf prima koprima atas grup bilangan bulat dengan oprasi penjumlahan modulo dua bilangan prima berbeda \mathbb{Z}_{pq} dengan $p < q$ adalah graf Hamilton jika dan hanya jika $p = 2$, sementara graf prima koprima atas grup dihedral D_{2n} adalah graf Hamilton.

Karakteristik graf prima koprima atas grup hingga yang merupakan graf komplit adalah jika dan hanya jika semua order elemen dari grup adalah bilangan

non komposit, graf prima koprima atas grup siklik dengan order prima juga merupakan graf komplit, dan graf prima koprima atas grup dihedral D_{2n} dengan n adalah prima juga membentuk graf komplit. Sedangkan graf prima koprima atas grup \mathbb{Z}_n dengan $n = 3$ atau $n = 2^i$ dimana $i \in \mathbb{N}$ merupakan graf planar.

Konektifitas vertek graf prima koprima atas grup dihedral D_{2n} dengan n merupakan bilangan prima adalah $2n - 1$, sedangkan konektifitas vertek graf prima koprima atas grup dihedral D_{2n} dengan n merupakan bilangan komposit adalah jumlah elemen yang memiliki order prima ditambah 1, yang berakibat konektifitas vertek graf prima koprima atas grup dihedral D_{2pq} dimana p, q merupakan bilangan prima berbeda dengan $p < q$ adalah $pq + p + q - 1$. Sementara konektifitas vertek graf prima koprima atas grup dihedral D_{2p^m} dimana p merupakan bilangan prima dan m merupakan anggota bilangan asli adalah $p^m + p$.

4.2. Saran

Saran yang akan penulis sampaikan untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Penelitian selanjutnya dapat membahas indeks-indeks konektifitas yang dapat terbentuk dari graf prima koprima atas grup siklik dan grup dihedral.
2. Penelitian selanjutnya dapat membahas tentang graf prima koprima atas struktur aljabar atau jenis grup lain, misal grup bebas torsi dan grup non abelian.

DAFTAR PUSTAKA

- Adhikari, Avishek dan Banerjee, Subarsha. 2021. *Prime coprime graph of a finite group*. Novi Sad Journal of Mathematics.
- Al-Hasanat, Bilal N, Al-Hasanat, Ahmad S and Ma'an, Jordan. 2019. *Order Graph: A new representation of finite groups*. International Journal of Mathematics and Computer Science. vol 14,808-819.
- Ali,F., S. Fatima, dan W. Wang. 2020 . On the power graphs of certain finite groups. Linear Multilinear Algebr., pp. 1–15.
- Cameron, P.J, dan S. Gosh. 2011. *The power graph of a finite group*. Discrete Math., vol. 311, no. 13, pp. 1220–1222.
- Chvatal, V. 1973. *Tough graph and HAMiltonion circuit*. Discrete Math.5, 215-228.
- Dummit, D.S. and Foote, R.M. 2004 *Abstract algebra*, volume 3. Wiley Hoboken
- Gallian, Joseph. 2021. *Contemporary abstract algebra*. Chapman and Hall/CRCs.
- Kelarev,A. V and Quinn,S. J. 2002. *Directed graphs and combinatorial properties of semigroups*. J. Algebr., vol. 251, no. 1, pp. 16–26
- Ma, X.,Wei, H., and Yang, L. 2014. *The coprime graph of a group*. Int. J. Group Theory 3,3, (13-23)
- Malik, DS and Mordeson, John N and Sen, MK. B. 2007. *MTH 581-582: Introduction to Abstract Algebra*. United States of America : Citeseer

Munandar, Arif. 2022. *Pengantar Matematika Diskrit dan Teori Graf*. Sleman : Penerbit Deepublish (CV Budi Utama).

Rosen, Kenneth H. 2011. *Elementary number theor.* Pearson Education London

Sattanathan, M., and Kala, R. 2009. *An introduction to order prime graph*. Int. J. Contem. Math.sci. 4,9-12(174-183)

Yamasaki, Y. 2018 *Ramanujan caylay graph of the generalized quaternion group* and the hardy-littlewood conjecture. Mathmetatical Modelling for Next Generation Cryptography : CREST Crypto-Math Project, pages 159-175.