

SEJARAH PERKEMBANGAN TEORI BILANGAN BULAT
DAN PENGARUHNYA TERHADAP PERKEMBANGAN
MATEMATIKA MODERN

(TINJAUAN HISTORIS TENTANG PERKEMBANGAN TEORI BILANGAN
SEBAGAI SALAH SATU CABANG ILMU MATEMATIKA)



SKRIPSI

Diajukan Kepada Fakultas Tarbiyah

Universitas Islam Negeri (UIN) Sunan Kalijaga Yogyakarta

Guna Memenuhi Sebagian Syarat Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan Islam

Oleh:

SAHIDIN MAGHROBI
NIM. 98434000

Di bawah bimbingan:

Dr. Talib Hashim Hasan, M. Sc., M. Ag.

Muqowim, M. Ag.

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN TADRIS MIPA FAKULTAS TARBIYAH
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2006

HALAMAN PENGESAHAN

**JURUSAN TADRIS MIPA
FAKULTAS TARBIYAH
UIN SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA**

Usuluan Proposal Skripsi dengan judul:

**“SEJARAH PERKEMBANGAN TEORI BILANGAN BULAT DAN
PENGARUHNYA TERHADAP PERKEMBANGAN MATEMATIKA MODERN
(Tinjauan Historis Tentang Perkembangan Teori Bilangan Sebagai Salah Satu
Cabang Ilmu Matematika)”**

Disusun oleh :

Nama : Sahidin Maghrobi
NIM : 98434000
Jurusan : Tadris Pendidikan Matematika
Alamat : PP. Nurul Ummah Kotagede Yogyakarta

Yogyakarta, Januari 2006

Dosen Pembimbing I



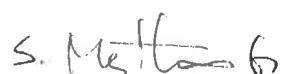
Dr. Talib Hashim, M. Sc, M. Ag
NIP. 111 111

Dosen Pembimbing II



Mucowith, M. Ag
NIP. 150205981

Mahasiswa



Sahidin Maghrobi
NIM. 98434000

Mengetahui :

Ketua Jurusan



Dra. Hj. Meizer SN, M. Si
NIP. 150 219 153

Sekretaris Jurusan



Drs. H. Sedyo Santosa, SS., M. Pd
NIP. 150 249 226

Penasehat Akademik



Dra. Hj. Nuraini Kusumastuti
NIP. 150 254 994

Dr. Talib Hashim Hasan, M. Sc., M. Ag.
Dosen Fakultas Tarbiyah
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

NOTA DINAS

Lampiran : 6 (enam) Eksemplar Skripsi
Hal : Skripsi Saudara Sahidin Maghrobi

Kepada Yth.
Dekan Fakultas Tarbiyah
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di- Yogyakarta

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Setelah meneliti, membimbing, dan mengoreksi seperlunya, kami selaku pembimbing penulis skripsi saudara:

Nama : Sahidin Maghrobi
NIM : 98434000
Fak/Jurusan : Tarbiyah/ MIPA Pendidikan Matematika
Judul : SEJARAH PERKEMBANGAN TEORI BILANGAN BULAT
DAN PENGARUHNYA TERHADAP PERKEMBANGAN
MATEMATIKA MODERN (TINJAUAN HISTORIS
TENTANG TEORI BILANGAN SEBAGAI SALAH SATU
CABANG ILMU MATEMATIKA)

Maka kami selaku pembimbing menganggap bahwa skripsi tersebut sudah dapat diujikan dalam Sidang Munaqosyah.

Demikian, mohon maklum adanya.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta, 28 Agustus 2006

Pembimbing I



Dr. Talib Hashim Hasan, M. Sc., M. Ag.
NIP. 111 111

Muqowim, M. Ag
Dosen Fakultas Tarbiyah
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

NOTA DINAS

Lampiran : 6 (Enam) Eksemplar
Hal : Skripsi Sudara Sahidin Maghrobi

Kepada Yth.
Dekan Fakultas Tarbiyah
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
Di- Yogyakarta

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Setelah meneliti, membimbing, dan mengoreksi seperlunya, kami selaku pembimbing penulis skripsi saudara:

Nama : Sahidin Maghrobi
NIM : 98434000
Fak/Jurusan : Tarbiyah/ Tadris Pendidikan Matematika
Judul : SEJARAH PERKEMBANGAN TEORI BILANGAN BULAT
DAN PENGARUHNYA TERHADAP PERKEMBANGAN
MATEMATIKA MODERN (Tinjauan Historis Tentang Teori
Bilangan Sebagai Salah Satu Cabang Ilmu Matematika)

Maka kami selaku pembimbing menganggap bahwa skripsi tersebut sudah
dapat diujikan dalam Sidang Munaqosyah.

Demikian, mohon maklum adanya.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta, 30 Agustus 2006
Pembimbing II

Muqowim, M. Ag
NIP. 150285 981

Drs. Endang Sulistyowati
Dosen Fakultas Tarbiyah
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

NOTA DINAS KONSULTAN

Kepada Yth.
Dekan Fakultas Tarbiyah
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di-Tempat

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Setelah membaca, meneliti, dan mengadakan perbaikan seperlunya,
maka kami selaku Konsultan berpendapat bahwa skripsi saudara:

Nama : Sahidin Maghrobi
NIM : 98434000
Fakultas : Tarbiyah
Jurusan : Tadris MIPA
Program Studi : Pendidikan Matematika
Judul : SEJARAH PERKEMBANGAN TEORI BILANGAN
BULAT DAN PENGARUHNYA TERHADAP
PERKEMBANGAN MATEMATIKA MODERN
(Tinjauan Historis Tentang Teori Bilangan Sebagai
Salah Satu Cabang Ilmu Matematika)

Telah dapat diajukan sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana
Strata Satu Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah Universitas Islam
Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Akhirnya, semoga skripsi ini bermanfaat bagi almamater, nusa,
bangsa, dan agama.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta, 20 November 2006

Konsultan,


Dra. Endang Sulistyowati
NIP. 150 292 517



DEPARTEMEN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS TARBIYAH

Jl. Laksda Adisucipto Telp. 513056 Yogyakarta 55281 Email: ty-suka@yogya.wasantara.net.id

PENGESAHAN

Nomor: UIN.02/DT/PP.01.01/753/2006

Skripsi dengan judul: "SEJARAH PERKEMBANGAN TEORI BILANGAN BULAT DAN PENGARUHNYA TERHADAP PERKEMBANGAN MATEMATIKA MODERN (Tinjauan Historis Tentang Perkembangan Teori Bilangan Sebagai Salah Satu Cabang Ilmu Matematika)"

Yang dipersiapkan dan disusun oleh:

SAHIDIN MAGHROBI

NIM. 98434000

Telah dimunaqosyahkan pada:

Hari : Jum'at

Tanggal : 22 September 2006

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Tarbiyah
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

SIDANG DEWAN MUNAQOSYAH

Ketua sidang

Arifah Khusnuryani, M. Si.
NIP. 150 301 490

Pembimbing I

Dr. Talib Hashim H., M.Sc., M. Ag.
NIP. 111 111

Penguji I

Dra. Hj. Khurul Wardati, M. Si.
NIP. 150 229 967

Sekretaris Sidang

Drs. H. Sedya Santosa, S.S., M.Pd.
NIP. 150 249 226

Pembimbing II

Mugowim, M. Ag.
NIP. 150 285 981

Penguji II

Dra. Endang Sulistyowati
NIP. 150 292 517

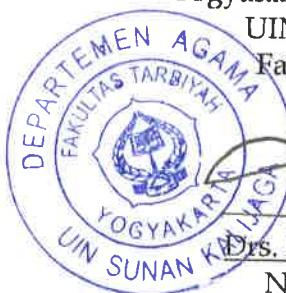
Yogyakarta, 20 Desember 2006

UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Tarbiyah

Dekan,

Drs. H. Rahmat, M. Pd
NIP. 150 037 930



HALAMAN MOTTO

وَلَا تَقْفُ مَا لَيْسَ لَكَ بِهِ عِلْمٌ، إِنَّ السَّمْعَ وَالْبَصَرَ وَالْفُؤُادَ
كُلُّ الْئِلَّا كَانَ عَنْهُ مَسْئُولًا... (الإِسْرَاء: ٣٦)

"Dan janganlah kamu ikuti sesuatu yang kamu tidak memiliki ilmu tentangnya, sesungguhnya setiap pendengaran, penglihatan, dan fu'ada akan dimintai pertanggungan jawabnya..." (QS. الإِسْرَاء: ٣٦)

HALAMAN PERSEMPAHAN

Sebuah karya sederhana untuk:

- 1. Almamater Tercinta: UIN Sunan Kalijaga
Yogyakarta;**
- 2. Ayah-Bunda Tercinta: Emang & Mamih**

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur *alhamdulillah* penyusun berikan kepada Sang Pengatur, Sang Penguasa, dan Sang Yang Ditaati; Allah 'Azza wa Jalla, atas limpahan nikmat dan karunia, sehingga sampai detik ini penyusun masih diberi kesempatan untuk menjalani lakon kehidupan dengan sebaik-baiknya dan sebenar-benarnya. Berkat rahmat-Nya pula akhirnya penyusun dapat menyelesaikan tugas akhir penyusunan skripsi sebagai tanggung jawab terhadap diri pribadi, sekaligus sebagai konsekuensi atas pilihan yang telah penyusun tentukan. Meskipun selama dalam penyusunan skripsi ini, penyusun banyak mengalami kendala dan cobaan yang hampir-hampir saja penyusun merasa putus asa, namun semuanya itu dapat diatasi dengan sebaik-baiknya.

Dengan terwujudnya penyusunan skripsi ini, tentunya tidak lepas dari adanya bantuan, bimbingan, dan arahan dari berbagai pihak dalam bentuk yang beraneka ragam. Karena itu, dalam kesempatan ini penyusun ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada pihak yang turut berpartisipasi dalam membantu menyelesaikan skripsi ini. Penyusun sampaikan ucapan terima kasih ini kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Amin Abdullah, selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Drs. Rahmat, M. Pd, selaku Dekan Fakultas Tarbiyah UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Dra. Hj. Maizer Said Nahdi, M. Si, selaku Ketua Jurusan Tadris.
4. Bapak Drs. H. Sedya Santosa, S. S., M. Pd, selaku Sekretaris Jurusan Tadris.
5. Ibu Hj. Khurul Wardati, M. Si, selaku Ketua Program Studi Pendidikan Matematika.

6. Ibu Dra. Hj. Nur'aini Kusumastuti, selaku Penasehat Akademik; atas kebijaksanaan bimbingannya selama penyusun menjadi mahasiswa.
7. Bapak Dr. Talib Hashim Hasan, M. Sc., M. Ag, selaku Dosen Pembimbing I; atas nasehat, bimbingan, dan arahannya selama penyusunan skripsi ini.
8. Bapak Muqowim, M. Ag, selaku Dosen Pembimbing II; atas nasehat, bimbingan, dan arahannya selama penyusunan skripsi ini.
9. Bapak Sardi, Bapak Joko dan Ibu Susan; selaku staf TU Jurusan Tadris yang sabar, gigih, dan ulet dalam menjalankan tugasnya.
10. Ayah-Bunda tercinta: Emang dan Mamih yang tiada henti-hentinya meneteskan keringat dan air mata disertai do'a demi kebahagiaan anak-anaknya.
11. Seluruh keluarga besar di Jungklang: Bapak Umu & Mak Umu (almh); Bapak Ali (alm) & Mak Ijah.
12. Keluarga Besar di Pamulang, Tangerang: Kang Atu & A'a, Bapak Warita & Ibu, Te' Yani & Suami, Te' Ade, Te' Lely & Suami, Te' Lia & Suami; Te' Iffa (6), Ade Azkia (3), Kak Melia (8), Ade AuL (7), Dik Kemal (4), & dik Kiki (3).
13. Sahabat Andie beserta keluarga di Pondok Indah-Jaksel: Bapak Taryono & Ibu, Mbak Ratna & Si kecil Jojo, serta dik Panji.
14. Keluarga Besar Podok Pesantren Nurul Ummah Kotagede Yogyakarta.
15. Mas Faat & Mbak Rahma, serta si kecil Bintang Avicenna; atas kepercayaan yang belum bisa kuwujudkan dengan sempurna. Juga Si Om "Byzonx" Nizar; atas kebersmaannya selama 2 tahun di Paddy Computer.
16. Sahabat-sahabat Medical di Jakarta: Epi T di RS Medistra Jaksel; Ermi, Erika, TS, & Gemboel di RS Pantai Indah Kapuk Jakbar.
17. Pelanggan setia Paddy Computer: 'Ade' Anadyah, Yely, Rusdiana, Teampunk Speed, Garenk, Faiz, Ayoek, BendoL, Pak Haji Wayan, Nanuk & Inung, Pedro,

- Rima; GP2: Icha, Micky, & Endang; Kos Melati: daNi, Wulan, Tira, & Pita; Rr. Maya, Puji eL, Umi, Mbak Lidya, Mia, Ayu; atas kepercayaannya.
18. Keluarga Besar di lokasi KKN 55: Dusun Pacar II, Girisuko 4, Panggang, Gunungkidul: Pak Kardi & keluarga; Trio Koecloex: Irma MauLidNA, Ika, dan Wasini; Girisuko 2: Yiyik; Girisuko 3: Zaki.
19. Sahabat-sahabat yang akan terus mengudara di angkasa Jogjakarta: Yahya 'Gazzebo', Fauzi 'duL Rohman', Khabib 'Sulhan', dan Agung 'el-Kariem'. Selamat datang di Reuni Akbar 18 tahun mendatang.

Atas bantuan dan partisipasi mereka, penyusun hanya bisa berdoa, semoga amal baik mereka mendapatkan imbalan yang setara dari Yang Kuasa, amin.

Penyusun menyadari, bahwa penyusunan skripsi yang sederhana ini masih banyak terdapat kekurangan dan kelemahan. Oleh sebab itu, penyusun sangat mengharapkan saran dan kritik, serta masukan dari siapa saja yang berkenan memberikannya. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi siapa saja yang dapat mengambil manfaatnya, *amin*.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta 10 Juli 2006
Penyusun,


Sahidin Maghrobi

NIM 98434000



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PENGESAHAN PROPOSAL	ii
NOTA DINAS PEMBIMBING	iii
NOTA DINAS KONSULTAN.....	iv
PENGESAHAN PENGUJI	v
HALAMAN MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	xi
ABSTRAK	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah	7
C. Batasan Masalah	8
D. Tujuan Penelitian	9
E. Kegunaan Penelitian	9
F. Metodologi Penelitian	10
1. Metode Pengumpulan Data	10
2. Teknik Analisis Data	11
G. Sistematika Penulisan Skripsi	11
BAB II LANDASAN TEORI	13
A. Penegasan Judul	13
B. Sejarah Bilangan	14
1. Pengertian Bilangan	14
2. Macam-macam Bilangan	15
3. Klasifikasi Bilangan	17
C. Tinjauan Pustaka	23

BAB III PERKEMBANGAN TEORI BILANGAN BULAT	24
A. Perkembangan Teori Bilangan Secara Umum	24
B. Perkembangan Teori Bilangan Bulat	28
C. Obyekobyek yang Dikaji dalam Teori Bilangan Bulat	30
1. Operasi Dasar dalam Bilangan Bulat	30
2. Sifat Tertutup Bilangan Bulat	32
3. Sifat-sifat Lain Bilangan Bulat	33
D. Tokoh-tokoh yang Berpengaruh dalam Teori Bilangan Bulat	34
1. Pythagoras	34
2. Euclid ($\pm 335-275$ SM)	34
3. Al-Khawarizmi	35
4. Omar Kayyam	35
5. Fibonacci	36
BAB IV PENGARUH TEORI BILANGAN BULAT TERHADAP	
PERKEMBANGAN MATEMATIKA MODERN	37
A. Perkembangan Matematika Modern	37
B. Faktor, Faktorial, dan Faktorisasi Prima	39
C. Teori Deret	43
1. Deret Hitung	43
2. Deret Ukur	45
D. Teori himpunan	47
1. Istilah-istilah dalam Teori Himpunan	48
2. Operasi Himpunan	50
3. Hasil Kali Himpunan	50
4. Relasi Himpunan	51

BAB V PENERAPAN TEORI BILANGAN BULAT DALAM	
ILMU PENGETAHUAN	53
A. Aplikasi Teori Deret dalam Ekonomi (Matematika Finansial)	53
1. Model Perkembangan Usaha	54
2. Model Bunga Majemuk	55
3. Model Pertumbuhan Penduduk	56
B. Aplikasi Bilangan Bulat dalam Ilmu Komputer	57
1. Fungsi Kaki (<i>Floor</i> dan <i>Ceiling</i>)	57
2. Representasi Bilangan Bulat pada Komputer	58
3. Perubahan Bilangan Basis 10 ke Dalam Bentuk Basis Lain	59
C. Teori Bilangan Bulat dalam Pembangkitan Kunci (Kriptografi)	60
1. Deskripsi Awal	61
2. Penerapan	62
3. Contoh Kasus	63
BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN	65
A. Kesimpulan	65
B. Saran	66
DAFTAR PUSTAKA	68

LAMPIRAN

ABSTRAK

Sejarah perjalanan ilmu pengetahuan merupakan ibarat lampu penerang bagi kehidupan manusia yang semula adalah gelap, kemudian berubah menjadi terang, dan sangat terang hingga tidak ada satupun permasalahan di dalam kehidupan manusia yang menjadi misteri.

Tidak dipungkiri lagi, bahwa perkembangan kemajuan ilmu pengetahuan sangat mempengaruhi kemajuan peradaban dan kebudayaan manusia di bidang teknologi dan telekomunikasi. Adalah peran ilmu eksak, khususnya ilmu Matematika yang tidak bisa dilepaskan dari kemajuan tersebut. Hal ini, disadari atau tidak, hampir seluruh disiplin ilmu pengetahuan membutuhkan aplikasi dari teori-teori yang ada di dalam disiplin ilmu Matematika.

Secara lebih khusus, sebenarnya Matematika Modern merupakan hasil evolusi dari perkembangan teori-teori yang ada pada Matematika Murni (*Pure Mathematics*). Namun, teori-teori yang berkembang tersebut ternyata tidak hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan seputar bilangan dan angka saja, tetapi juga dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan-permasalahan lain yang memiliki sifat matematis.

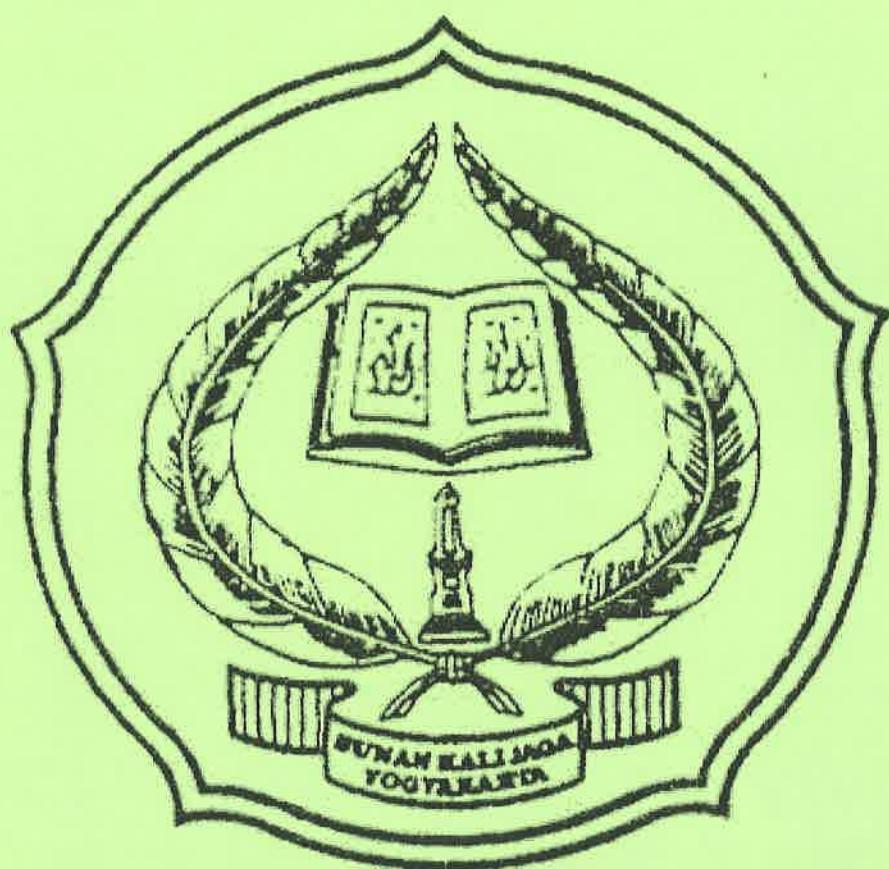
Dalam penelitian ini, yang menjadi pokok kajiannya adalah tentang sejarah perkembangan teori bilangan, khususnya teori bilangan bulat, dan pengaruhnya di dalam melahirkan kemunculan Matematika Modern.

Untuk mengetahui sejauhmana teori-teori bilangan bulat mampu mempengaruhi perkembangan Matematika Modern, tentunya hal itu tidak bisa dilepaskan dari nilai sejarahnya, seperti bagaimana kemunculan (ditemukan)nya, ilmuwan yang pertama kali merumuskannya, perkembangan selanjutnya, dan hingga dapat diaplikasikan pada bidang lain sehingga menciptakan suatu nilai (bidang) baru yang tidak bisa dipisahkan satu dengan yang lainnya.

Kemunculan Matematika Modern seperti Teori Himpunan, Matematika Finansial, Komputer, dan Kriptografi merupakan sebagian dari bidang Matematika yang di dalamnya terdapat aplikasi dari teori-teori bilangan bulat seperti teori faktorial, faktorisasi prima, kombinasi, Faktor Persekutuan ter-Besar (FPB), Kelipatan Persekutuan ter-Kecil (KPK), teori deret, aritmetika modular, ekspansi bilangan bulat, dan sebagainya.

Teori Himpunan dapat diaplikasikan dalam Kriptografi pada proses enkripsi dan dekripsi, begitu juga faktorisasi prima pada pembangkitan kunci; dalam Matematika Finansial (bidang ekonomi), teori deret dapat diaplikasikan pada Model Perkembangan Usaha, Model Bunga Majemuk (Bunga Berbunga), dan Model Pertambahan Penduduk; sedangkan dalam ilmu Komputer, ekspansi bilangan bulat, yaitu ekspansi dari basis 10 (*denary*) ke basis 2 (*binary*) merupakan aplikasi untuk menyatakan kapasitas *bit* di dalam computer, dan digunakan sebagai dasar operasional pada komputer digital elektrik yang sifatnya *turn off* dan *turn on*.

Kata Kunci: Sejarah Teori Bilangan, Teori Bilangan Bulat, Matematika Modern.



BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu dasar yang mendasari ilmu pengetahuan lain. Pada jaman-jaman Sebelum Masehi, pertama sekali Matematika digunakan sebagai sarana perhitungan dalam memprediksi persitiwa astronomi, geografi (pengukuran tanah), dan perhitungan perdagangan.¹ Pada jaman Mesir Kuno, Ilmu Aritmetika (sebagai pendahulu Matematika) digunakan untuk hal-hal praktis seperti halnya membuat Piramida.² Bahkan pada Abad Pertengahan, Matematika digunakan oleh sebagian alili filsafat sebagai metode dalam membuktikan kebenaran absolut dari ilmu Filsafat.³

Secara umum, Matematika didefinisikan sebagai bidang ilmu yang mempelajari pola dari struktur, ruang dan perubahan.⁴ Secara informal, dapat pula disebut sebagai ilmu tentang bilangan dan angka. Dalam pandangan formalis, Matematika adalah penelaahan struktur abstrak yang didefinisikan secara aksioma dengan menggunakan logika simbolik dan notasi matematika;⁵ ada pula pandangan lain, misalnya yang dibahas dalam Filosofi Matematika.

¹ R. Slamet Imam Santoso, *Capita Selecta: Sejarah Perkembangan Ilmu Pengetahuan*, Bandung: Sinar Hudaya, cet. I, 1977, hlm. 26

² *Ibid*, hlm. 226.

³ T.Z. Lavine, *Descartes: Masa Transisi Bersejarah Menuju Dunia Modern*, Yogyakarta: Jendela, cet. I, 2003, hlm. 45.

⁴ Theresia M.H. Tirta Seputro, *Pengantar Dasar Matematika: Logika dan Teori Himpunan*, Jakarta: Erlangga, 1992, hlm. 229.

⁵ Roy Hollands, *A Dictionary of Mathematics*, Jakarta: Erlangga, cet. Kelima, 1995, hlm. 81

Struktur spesifik yang diselidiki oleh matematikawan seringkali berasal dari ilmu pengetahuan alam, dan sangat umum di Fisika,⁶ tetapi matematikawan juga mendefinisikan dan menyelidiki struktur internal dalam Matematika itu sendiri, misalnya untuk mengeneralisasikan teori bagi beberapa sub-bidang, atau sebagai alat untuk membantu perhitungan biasa.

Kata “Matematika” dengan ejaan Inggris *Mathematics* berasal dari kata Latin *Mathematica* yang mengambil dari kata Yunani, yaitu “*Mathématiké*” yang diartikan berhubungan dengan pengetahuan. Kata “*Mathématiké*” tersebut diciptakan oleh ahli Filsafat dan ahli Matematika Yunani yaitu Pythagoras (569-500 SM),⁷ yang mempunyai akar kata “*mathéma*” yang berarti ilmu, pengetahuan, *science, knowledge* yang diperoleh dari kegiatan belajar.⁸

Pada awalnya, disiplin utama dalam Matematika didasarkan pada kebutuhan perhitungan dalam perdagangan, pengukuran tanah, dan untuk memprediksi persitiwa dalam astronomi.⁹ Ketiga kebutuhan ini secara umum berkaitan dengan pembagian umum bidang Matematika, yaitu studi tentang pola struktur, ruang, dan perubahan.

Pelajaran tentang struktur dimulai dengan bilangan.¹⁰ Pertama dan yang sangat umum adalah bilangan natural dan bilangan bulat, serta operasi aritmetikanya, yang semuanya itu dijabarkan dalam aljabar dasar. Sifat

⁶ The Liang Gie, *Filsafat Matematik*, Yogyakarta: Penerbit Supersukses, cet. II, 1981, hlm.

11

⁷ W. W. Rouse Ball, *A Short Account of History of Mathematics*, New York: Sterling Publishing Company, Inc., Facsimile Edition, 2001, hlm. 19.

⁸ The Liang Gie & Andrian, *Ensiklopedi Ilmu-Ilmu*, Yogyakarta: Penerbit Andi, hlm. 283.

⁹ Roy Hollands, *A Dictionary of...*, hlm. 81.

¹⁰ The Liang Gie & Andrian The, *Ensiklopedi...*, hlm. 283.

bilangan bulat yang lebih mendalam dipelajari dalam Teori Bilangan; Investigasi metode-metode untuk memecahkan persamaan Matematika dipelajari dalam aljabar abstrak, yang antara lain mempelajari tentang *ring* dan *field*, struktur yang menggeneralisasikan sifat-sifat yang umumnya dimiliki bilangan; konsep vektor, digeneralisasikan menjadi vektor ruang yang dipelajari dalam aljabar linier, yang termasuk dalam dua cabang yakni struktur dan ruang.

Ilmu tentang ruang berawal dari cabang geometri, yaitu geometri Euclid dan trigonometri dari ruang tiga dimensi (yang juga dapat diterapkan pada dimensi lainnya),¹¹ kemudian belakangan juga digeneralisasikan ke dalam geometri Non-Euclid yang memainkan peran sentral dalam teori relativitas umum. Bidang ilmu modern tentang geometri diferensial dan geometri aljabar menggeneralisasikan geometri ke beberapa arah, yakni geometri differensial yang menekankan pada konsep fungsi, derivative; sementara dalam geometri aljabar, obyek-obyek geometris digambarkan dalam bentuk sekumpulan persamaan polinomial. Teori group mempelajari konsep simetri secara abstrak dan menyediakan kaitan antara studi duang dan struktur.

Mengerti dan mendeskripsikan perubahan pada kontinuitas yang dapat dihitung adalah suatu hal yang biasa dalam ilmu pengetahuan alam, dan kalkulus dibangun sebagai alat untuk tujuan tersebut. Konsep utama yang digunakan untuk menjelaskan perubahan variabel adalah fungsi. Banyak permasalahan yang berujung secara alamiah kepada hubungan

¹¹ *Ibid*, hlm. 284.

antara kuantitas dan laju perubahannya, dan metode untuk memecahkan masalah ini adalah topik dari persamaan differensial. Untuk mempresentasikan kuantitas yang kontinyu digunakanlah bilangan riil, dan studi mendetail dari sifat-sifatnya serta sifat fungsi dari nilai riil dikenal sebagai analisis riil. Untuk beberapa alasan, amat tepat untuk menyamaratakan bilangan kompleks yang dipelajari dalam analisis kompleks. Analisis fungsional memfokuskan perhatian pada (secara khas dimensi tak terbatas) ruang fungsi, dan meletakkan dasar untuk mekanika kuantum di antara banyak hal lainnya, sehingga banyak fenomena di alam bisa dideskripsikan dengan sistem dinamis.

Secara garis besar, klasifikasi cabang Ilmu Matematika adalah sebagai berikut:

1. Cabang Matematika yang mempelajari pola struktur, yaitu topik-topik bahasan Matematika seputar pengukuran besar dan simetri angka, dan berbagai konstruk, terdiri dari: Aljabar Abstrak, Teori Bilangan, Geometri Aljabar, Teori Group, Topologi Aljabar, Aljabar Linier, Teori Graph, Aljabar Universal, Teori Kategori, dan Teori Urutan.
2. Cabang Matematika yang mempelajari tentang pola ruang, yaitu topik-topik bahasan Matematika untuk mengukur pendekatan visual kepada matematika dari topik lainnya, terdiri dari: Topologi Geometri, Geometri Aljabar, Geometri Trigonometri, Geometri Turunan, Topologi Turunan, dan Geometri Fraktal.
3. Cabang Matematika yang mempelajari tentang pola perubahan, yaitu topik-topik yang membahas cara untuk mengukur perubahan dalam

fungsi matematika, dan perubahan antar angka, terdiri dari: Aritmetika, Kalkulus, Kalkulus Vektor, Analisis Vektor, Persamaan Differensial, Sistem Dinamis, dan Teori Chaos.

Salah satu cabang Ilmu Matematika yang mempelajari tentang pola struktur adalah Teori Bilangan. Secara tradisional, teori bilangan adalah cabang dari Matematika murni yang mempelajari sifat-sifat bilangan bulat dan mengandung berbagai masalah terbuka yang dapat mudah dimengerti sekalipun bukan oleh ahli matematika.

Dalam teori bilangan dasar, bilangan bulat dipelajari tanpa menggunakan teknik dari area aritmetika lainnya. Pertanyaan tentang sifat dapat dibagi, algoritma Euklidean untuk menghitung faktor persekutuan terbesar,¹² faktorisasi bilangan bulat dalam bilangan prima, penelitian tentang bilangan sempurna, dan sifat kongruensi bilangan dibahas dalam cabang ini. Perkembangan Teori Bilangan Bulat melahirkan teori-teori baru seperti Teorema Kecil Fermat, Teorema Euler, Teorema Sisa Cina, Hukum Keresiplokalan kuadrat, dan sifat dari fungsi multiplikatif seperti fungsi Möbius dan fungsi Phi Euler. Demikian pula barisan bilangan bulat seperti faktorial dan barisan bilangan Fibonacci.

Seiring dengan perjalanan waktu, ilmu Matematika mengalami perkembangan dan kemajuan yang tidak hanya pada tiga obyek tentang pola struktur, ruang, dan perubahan saja, tetapi meluas di luar obyek utama Matematika itu sendiri sehingga melahirkan apa yang sekarang dikenal

¹² John E. Munro, *Discrete Mathematics For Computing*, New York : Chapman & Hall, 1990, hlm. 10.

dengan istilah Matematika Modern. Matematika Modern sendiri, menurut ahli sejarah Amerika Serikat, George Sarton, adalah dimulai dari sekitar abad ke-19 dan abad ke-20 yang terutama dalam hubungan khusus dengan bagian-bagiannya yang lebih sukar.¹³

Mengacu pada batasan waktu yang diuraikan oleh George Sarton di atas, maka penulis membatasi obyek yang menjadi kajian pada skripsi adalah Matematika Modern yang berkembang dalam kurun waktu abad ke-19 hingga sekarang, yang terbagi ke dalam 2 cabang utama, yakni Matematika Diskrit dan Matematika Terapan. Matematika Diskrit adalah Matematika Modern yang topik pembahasannya berhadapan dengan cabang Matematika dengan obyek yang dapat mengambil harga tertentu dan terpisah. Cabang dari Matematika Diskrit sendiri meliputi: Teori Himpunan, Teori Kombinasi, Teori Kemungkinan, Teori Komputasi, Kriptografi, Matematika Terbatas, Teori Gambar, dan Teori Permainan.

Sedangkan Matematika Terapan adalah penggunaan atau aplikasi Ilmu Matematika untuk mengatasi masalah dunia nyata. Adapun cabang dari Matematika Terapan meliputi: Mekanika, Analisa Numerik, Optimisasi, Probabilitas, Statistik, dan Matematika Finansial.

Berdasarkan latar belakang inilah, penyusun bermaksud meneliti tentang sejarah perkembangan teori bilangan bulat sebagai salah satu cabang ilmu Matematika murni yang mempelajari pola struktur, dalam kaitannya dengan kemunculan Matematika Modern.

¹³ The Liang Gie & Andrian, *Ensiklopedi Ilmu-ilmu...,* hlm. 285.

B. Rumusan Masalah

Teori bilangan merupakan salah satu cabang Ilmu Matematika yang mempelajari tentang pola struktur, dimana obyek bahasannya adalah seputar pengukuran besar atau nilai (*value*). Pada dasarnya, prinsip utama dalam Teori Bilangan ialah terletak pada operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian (aritmetika sederhana).¹⁴ Namun, seiring dengan kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi, serta tuntutan kebutuhan manusia yang semakin kompleks, operasi-operasi dasar tersebut juga mengalami perkembangan dengan menghasilkan teori-teori baru yang dapat diaplikasikan tidak hanya bidang Matematika saja, melainkan juga dapat diaplikasikan dan dikembangkan pada bidang-bidang lain seperti Komputasi, Ilmu Komputer, Analisa Numerik, Kriptografi, Matematika Finansial (Matematika Ekonomi),¹⁵ dan sebagainya, sehingga bidang-bidang inilah yang dijadikan manusia sebagai sarana untuk membantu mereka dalam memenuhi kebutuhan kompleksnya.

Dari uraian tersebut, penyusun merumuskan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimanakah sejarah perkembangan teori bilangan secara umum sebagai salah satu cabang Ilmu Matematika?
2. Sejauhmana keterkaitan teori bilangan bulat dalam mempengaruhi perkembangan Matematika Modern?

¹⁴ ST. Negoro & B. Harahap, *Ensiklopedia Matematika*, Jakarta: PT. Ghalia Indonesia, cet. IV, 2003, hlm. 12-13.

¹⁵ Theresia M.H. Tirta Seputro, *Pengantar...*, hlm. 227.

3. Bidang-bidang Matematika Modern apa sajakah yang memiliki keterkaitan dengan perkembangan teori bilangan bulat?

C. Batasan Masalah

Dalam penelitian ini, diperlukan adanya batasan masalah sehingga obyek yang diteliti tidak melebar ke obyek yang lain. Pembatasan ini ditujukan agar kajian yang diteliti benar-benar relevan dengan obyek yang telah ditentukan sebelumnya. Adapun batasan-batasan masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah:

1. Bahwa teori bilangan yang dijadikan obyek penelitian dalam skripsi ini hanya terbatas pada teori bilangan bulat.
2. Penelitian ini mengulas sejarah teori bilangan secara umum, dan teori bilangan bulat secara khusus.
3. Penelitian ini juga membahas tentang sejarah kemunculan Matematika Modern, seperti Teori Himpunan, Matematika Finansial, Komputer, dan Kriptografi.
4. Penelitian ini menelusuri seberapa jauh pengaruh teori bilangan bulat terhadap perkembangan Matematika Modern dan penerapannya dalam ilmu pengetahuan.

D. Tujuan Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa tujuan yang diharapkan mampu memberikan kontribusi terhadap wacana keilmuan Matematika, khususnya

bidang teori bilangan dan Matematika Modern. Di antara tujuan-tujuan tersebut adalah:

1. Untuk mengetahui sejarah perkembangan Matematika secara umum, khususnya sejarah teori bilangan, dan lebih khusus lagi sejarah teori bilangan bulat.
2. Untuk mengetahui sejauhmana perkembangan teori bilangan bulat dalam mempengaruhi perkembangan Matematika Modern.
3. Untuk mengetahui sejauhmana perkembangan teori bilangan bulat dapat diterapkan dalam disiplin ilmu pengetahuan.

E. Kegunaan Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa kegunaan yang diharapkan dapat dijadikan sebagai wacana baru dalam bidang teori bilangan, khususnya teori bilangan bulat dan pengaruhnya terhadap perkembangan Matematika Modern.. Kegunaan-kegunaan tersebut antara lain:

1. Secara teoritis menambah wawasan baru dalam hal sejarah dan perkembangan salah satu cabang ilmu Matematika, yaitu Teori Bilangan, khususnya Teori Bilangan Bulat.
2. Secara praktis dapat mengetahui pengaruh teori bilangan bulat dalam mempengaruhi perkembangan Matematika Modern dan penerapannya dalam disiplin ilmu pengetahuan.

F. Metodologi Penelitian

Metode penelitian adalah langkah-langkah ilmiah yang disusun berdasarkan ilmu pengetahuan yang benar untuk mendapatkan penelitian yang sah. Ada dua macam metodologi penelitian, yaitu penelitian lapangan (*Field Research*) dan penelitian kepustakaan (*Library Research*).

Metodologi penelitian yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah metodologi penelitian kepustakaan (*Library Research*), yang memanfaatkan fasilitas kepustakaan berupa buku-buu, artikel, ensiklopedia, kamus, serta sumber-sumber tertulis lain.¹⁶ Metodologi penelitian ini terdiri dari metode pengumpulan data dan teknik analisis data.

1. Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data adalah cara pengumpulan data berdasarkan pada lagkah-langkah yang berhubungan dengan penelitian ini. Adapun tahapan pengumpulan datanya meliputi:

a. Inventarisasi Data

yang dimaksud dengan inventarisasi data ialah pengumpulan karya-karya ilmiah atau kepustakaan yang berhubungan dengan topik seputar Teori Bilangan Bulat dan Matematika Modern.

b. Klasifikasi Data

Pada tahap klasifikasi data, daftar kepustakaan yang relevan dikelompokkan sesuai dengan pembahasan yang diformulasikan menurut sistematika penulisan skripsi.

¹⁶ Anton Bakker & Achmad Charris Zubair, *Metode-Metode Filsafat*, Jakarta: Ghalia Indonesia, 1984, hlm. 137.

2. Teknik Analisis Data

Teknik analisis data dalam penelitian ini bersifat deskriptif analitik, yaitu menguraikan secara sistematis materi pembahasan dari berbagai sumber kepustakaan yang kemudian dianalisis untuk mendapatkan hasil yang layak dipertanggungjawabkan.

G. Sistematika Penulisan Skripsi

Sistematika penulisan adalah rencana penulisan skripsi secara sistematis yang terdiri dari lima bab. Sistematika penulisan dalam penelitian ini adalah:

Bab I : Berisi pendahuluan yang diuraikan dalam beberapa sub bab yang terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, kegunaan penelitian, metodologi penelitian, dan sistematika penulisan skripsi.

Bab II : Berisi tentang landasan teori dan metodologi penelitian sebagai titik pangkal dalam mengulas dan menguraikan obyek penelitian yang di bahas.

Bab III : Berisi tentang perkembangan teori bilangan secara umum, perkembangan teori bilangan bulat, obyek pembahasan dalam teori bilangan bulat, dan tokoh-tokoh yang berperan dalam perkembangan teori bilangan bulat.

Bab IV : Berisi tentang pengaruh teori bilangan bulat terhadap perkembangan Matematika Modern beserta cabang-cabangnya.

Bab V : Berisi tentang penerapan teori bilangan bulat dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan.

Bab V I : Berisi penutup yang memuat kesimpulan dan saran.



BAB VI

KESIMPULAN DAN SARAN

Setelah penyusun menguraikan pokok permasalahan yang menjadi kajian pada skripsi ini dari pendahuluan sampai dengan analisis dan pembahasan, selanjutnya penyusun akan menyimpulkan beberapa hal sebagai hasil penelitian yang berkaitan dengan bab-bab sebelumnya, beserta saran-saran sebagai acuan bagi para peneliti selanjutnya.

A. Kesimpulan

1. Kemajuan peradaban dan kebudayaan manusia semakin meningkat seiring dengan perjalanan waktu. Kemajuan tersebut dapat dilihat dengan kemajuan di bidang teknologi dan telekomunikasi yang tidak bisa dilepaskan dari perkembangan dan kemajuan ilmu pengetahuan, khususnya ilmu eksak, dan lebih khusus lagi ilmu Matematika.
2. Dalam ilmu Matematika sendiri, kajian teori bilangan mempunyai peranan yang sangat besar di dalam kemajuan dan perkembangan Matematika secara umum. Dalam hal ini, teori bilangan bulat berkembang dari teori yang cukup sederhana menjadi teori yang lebih kompleks sehingga melahirkan beberapa teori baru yang memunculkan apa yang disebut Matematika Modern.
3. Obyek kajian dalam teori bilangan bulat, seperti halnya teori faktor, faktorial, faktorisasi prima, kombinasi, Faktor Persekutuan ter-Besar (FPB), Kelipatan Persekutuan ter-Kecil (KPK), teori deret, aritmetika

modular, ekspansi bilangan bulat, dan sebagainya, mempunyai pengaruh di dalam memunculkan adanya Matematika Modern seperti Teori Himpunan, Matematika Finansial, Komputer (Teori Komputasi), dan Kriptografi.

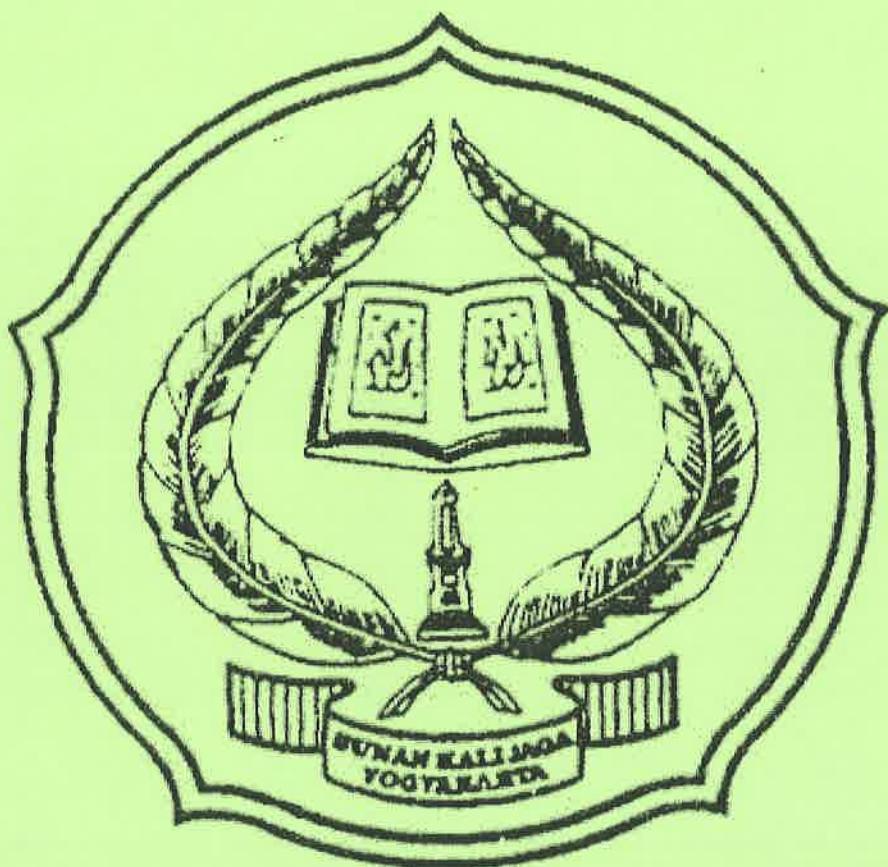
4. Di dalam Matematika Finansial (bidang Ekonomi), teori deret (deret hitung dan deret ukur) dapat diaplikasikan dalam beberapa hal di antaranya Model Perkembangan Usaha, Model Bunga Majemuk (Bunga Berbunga), dan Model Pertambahan Penduduk.
5. Di dalam Ilmu Komputer, ekspansi bilangan bulat, yaitu ekspansi dari basis 10 (*denary*) ke basis 2 (*binary*) merupakan aplikasi untuk menyatakan kapasitas *bit* di dalam computer, dan digunakan sebagai dasar operasional pada komputer digital elektrik yang sifatnya *turn off* dan *turn on*.
6. Di dalam Kriptografi, teori himpunan adalah hal yang mendasari di dalam proses enkripsi dan dekripsi yang merupakan relasi transformasi dari dua himpunan. Selain itu, dalam hal pembangkitan kunci, hal yang menjadi dasar operasionalnya adalah aplikasi dari faktorisasi prima, dan juga aritmetika modular.

B. Saran

Tujuan utama diberikannya saran-saran adalah sebagai sarana, khususnya bagi peneliti dan pihak luar yang memiliki keterkaitan dengan penelitian ini di dalam mengadakan perbaikan seperlunya, dan umumnya sebagai acuan bagi peneliti mendatang yang akan mengadakan penelitian

dengan obyek yang memiliki keterkaitan dengan penelitian ini. Saran-saran tersebut di antaranya:

1. Masih minimnya buku-buku referensi yang ada di perpustakaan UIN Sunan Kalijaga tentang sejarah Matematika, khususnya yang berkaitan dengan obyek penelitian ini. Di sarankan pihak terkait dapat mengadakan buku-buku yang berkaitan dengan Sejarah Matematika.
2. Masih minimnya buku-buku Matematika, khususnya bidang Teori Bilangan yang belum diterjemahkan ke dalam Bahasa Indonesia, sehingga penyusun harus bekerja dua kali sebelum menjadikannya sebagai sumber pustaka.
3. Masih banyaknya kajian teori bilangan bulat yang belum diuraikan pada penelitian ini, karena penyusun sengaja menyeleksinya yang sekiranya dianggap perlu saja. Bagi para pembaca dan peneliti mendatang, disarankan mengkaji teori-teori bilangan bulat lain sebagai penyeimbang dengan hasil penelitian ini.
4. Khusus bagi para peneliti di masa datang, penyusun menyarankan agar di dalam mengadakan penelitian tentang teori bilangan, hendaknya pokok kajian lebih dipersempit lagi, sehingga hasilnya dapat dipelajari secara detail, dan tentunya dapat digeneralisasikan dengan lebih baik lagi.



DAFTAR PUSTAKA

- Bakker, Anton & Charris, Achmad Zubair. *Metode-Metode Filsafat*. (Jakarta: Ghalia Indonesia, 1984)
- Berlinghoff, William P. *Mathematics : The Art of Reason*. (Boston : D.C. Heath and Company, 1968)
- Britton, Jack. R. & Bello, Ignacio. *Topics In Contemporary Mathematics*. (New York: Harper & Row Publisher, 1975)
- Chapra, Steven C. & Canale, Raymound P. *Metode Numerik*. (Jakarta: Erlangga, Edisi Kedua, Jilid 1, t.t.)
- Dubisch, Roy. *Basic Concepts of Mathematics for Elementary Teachers*. (Philippines: Addison-Weslwy Publishing Company, Inc., Third Printing, 1978)
- Dumairy. *Matematika Terapan Untuk Bisnis Dan Ekonomi*. (Yogyakarta: BPFE, Edisi Kedua, Cetakan Keduabelas, 1999)
- Fitzpatrick, J. B. & Galbraith, P. *Modern Mathematics 6: Applied Mathematics*. (New York: John Wiley & Sons, Inc., Wiley Trans-Edition, 1979).
- Flath, Daniel E. *Introduction to Number Theory*. (New York: John Wiley & Sons Inc., 1989)
- Ganley, MJ. *Cryptography And Coding III*. (New York: Oxford University Press, 1993)
- Gie, The Liang. *Filsafat Matematik*. (Yogyakarta: Penerbit Supersukses, cet. II, 1981)
- . *Lintasan Sejarah Ilmu*. (Yogyakarta: PUBIB, Cetakan Pertama, 1998)
- Gie, The Liang & Andrian, The. *Ensiklopedi Ilmu-Ilmu*. (Yogyakarta: Penerbit Andi, t.t.)
- Hollands, Roy. *A Dictionary of Mathematics*. (Jakarta: Erlangga, cet. Kelima, 1995)
- Imam, R. Slamet Santoso, Prof. *Capita Selecta: Sejarah Perkembangan Ilmu Pengetahuan*. (Bandung: Sinar Hudaya, cet. I, 1977)

- Krause, Eugene F. *Mathematics for Elementary Teachers*. (New Jersey: Prentice Hall, 1978)
- Lavine, T.Z. *Descartes: Masa Transisi Bersejarah Menuju Dunia Modern*. (Yogyakarta: Jendela, cet. I, 2003)
- Lipschutz, Symour dan Lars, Marc Lipson. *Matematika Diskrit 1: Seri Penyelesaian Soal-soal Schaum* (Jakarta: Penerbit Salemba Teknika, Jilid 1, 2001)
- Munro, John E. *Discrete Mathematics For Computing*. (New York : Chapman & Hall, 1990)
- Negoro, ST. & Harahap, B. *Ensiklopedia Matematika*. (Jakarta: PT. Ghalia Indonesia, cet. IV, 2003)
- Niven, Ivan; Zuckerman, Herbert S; & Montgometry, Gugh L. *An Introduction to The Theory of Number*. (USA: John Wiley & Sons, Inc., Fifth Edition, 1991)
- Peter, Gilbert M. & Peterson, Daniel R. *Introduction to Technical Mathematics*. (Scott Foresman & Company, Inc., 1972)
- Rosen, Kenneth H. *Elementary Number Theory And Its Applications*. (New York: Addison Wesley Publishing Company, 1993, Third Edition)
- Rouse, W. W. Ball. *A Short Account of History of Mathematics*. (New York: Sterling Publishing Company, Inc., Facsimile Edition, 2001)
- Seberry, Jennifer & Pieprzyk, Josef. *Cryptography: An Introduction to Computer Security*. (Australia: Prentice-Hall, 1989)
- Spigel, Murray R. *Teori dan Soal : Matematika Dasar* (Jakarta: Erlangga, 1984)
- Stallings, William. *Cryptography and Network Security: Principles and Practise*. (New Jersey : Prentice-Hall, International Edition, 2003)
- Stewart, B.M. *Theory of Numbers*. (New York: The Macmillan Company, t.t.)
- Stillwell, John. *Mathematics And Its History*. (USA : John Wiley and Sons, Second Edition, t.t)
- Stroud, K. A. *Matematika Teknik*, Edisi Kelima. (Jakarta: Erlangga, Jilid I, 2002)
- Suvorov, *Matematika Tingkat Tinggi*. (Jakarta: PT. Pradnya Paramita, 1977)

Stroud, K. A., *Matematika Teknik*, Edisi Kelima, Jakarta: Erlangga, Jilid I, 2002.

Suvorov, *Matematika Tingkat Tinggi*, Jakarta: PT. Pradnya Paramita, 1977.

Tirta, Theresia M. H. Seputro, *Pengantar Dasar Matematika: Logika dan Teori Himpunan*, Jakarta: Erlangga, 1992.

Wahyudin & Sudrajat, *Ensiklopedia Matematika dan Peradaban Manusia*, Tarity Samudra Berlian, cet. II, 2003.

Weber, Jean E., *Analisis Matematik: Penerapan Bisnis dan Ekonomi*, (terj). Drs. Stephen Kakisina, Jakarta: Erlangga, Edisi IV, Jilid 1, 1982.

Yahya, Yusuf dkk., *Matematika Dasar Untuk Perguruan Tinggi*, Jakarta: Ghalia Indonesia, Cetakan Kesebelas, 2004.