

SKRIPSI

**ANALISIS RISIKO PORTOFOLIO OPTIMAL MULTI INDEX MODEL
MENGUNAKAN VALUE AT RISK MONTE CARLO**



FAJAR DWI SETYAJI

21106010046

**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2025

**ANALISIS RISIKO PORTOFOLIO OPTIMAL MULTI INDEX MODEL
MENGUNAKAN VALUE AT RISK MONTE CARLO**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika



Diajukan oleh

FAJAR DWI SETYAJI

21106010046

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2025



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Fajar Dwi Setyaji

NIM : 21106010046

Judul Skripsi : Analisis Risiko Portofolio Optimal *Multi Index Model* menggunakan *Value at Risk Monte Carlo Simulation* (Studi Kasus: Saham Jakarta Islamic Index 70 (JII70) Periode Juni 2018 – Desember 2023)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunafasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 21 Februari 2025

Pembimbing I

Moh. Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si.

NIP. 19790922 200801 1 011



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-641/Un.02/DST/PP.00.9/05/2025

Tugas Akhir dengan judul : Analisis Risiko Portofolio Optimal Multi Index Model menggunakan Value at Risk Monte Carlo

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : FAJAR DWI SETYAJI
Nomor Induk Mahasiswa : 21106010046
Telah diujikan pada : Rabu, 05 Maret 2025
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang/Penguji I

Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si
SIGNED

Valid ID: 6808620bb7815



Penguji II

Muhamad Rashif Hilmi, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 68036683ef712



Penguji III

Sri Istiyarti Uswatun Chasanah, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6805c8079ad9b



Yogyakarta, 05 Maret 2025
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 68187261c8a6c

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Fajar Dwi Setyaji
NIM : 21106010046
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 21 Februari 2025



Fajar Dwi Setyaji

HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk kedua orang tua saya, kakak, adik, keluarga, keluarga besar, sahabat serta teman-teman yang senantiasa memberikan doa dan harapannya kepada saya hingga saat ini. Skripsi ini juga saya persembahkan kepada Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.



HALAMAN MOTTO



as simple as water

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah rabbil'alamin, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat serta hidayah-Nya kepada kita semua, sehingga skripsi dengan judul “Analisis Risiko Portofolio Optimal *Multi Index Model* menggunakan *Value at Risk Monte Carlo Simulation* (Studi Kasus: Saham *Jakarta Islamic Index 70 (JII70)* Periode Juni 2018 – Desember 2023)” ini dapat diselesaikan dengan baik.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini terdapat banyak tantangan. Namun dengan adanya bantuan, bimbingan dan motivasi dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat diselesaikan. Oleh karena itu, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Almamater UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah memberikan ruang dan kesempatan bagi saya untuk terus belajar dan berkembang. Semoga UIN Sunan Kalijaga semakin maju dan menjadi tempat lahirnya para generasi penerus yang berprestasi dan berhati mulia.
2. Prof. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika.
4. Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan petunjuk dan arahan selama menempuh pendidikan.
5. Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing skripsi yang selalu memberikan waktu, bimbingan, wejangan serta makan-makannya selama penyusunan skripsi ini.
6. Seluruh dosen dan staf UIN Sunan Kalijaga yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat dan memberikan pelayanan akademik yang baik.
7. Kedua orang tua tersayang, Bapak Suradjimin dan Ibu Asih Murniyanti yang telah memberikan segalanya dalam kehidupan ini.
8. Kakakku Ridwan Setya Atmaja dan adikku Nindita Khairunnisa yang selalu mendoakan dan memberikan bantuan.

9. Keluarga besarku yang tercinta, yang selalu memberikan doa dan dukungan kepada saya di mana pun kalian berada.
10. Teman-teman cowok Matematika 2021 yang selalu lawak dan solid.
11. Teman-teman cewek Matematika 2021 yang selalu memberikan *support* satu sama lain.
12. Teman-teman KKN yang selalu memberikan bantuan dan dukungan.
13. Teman-teman kampus yang pernah saya temui walaupun saya tidak ingat semua.
14. Teman-teman masa kecil di kampung halaman yang telah memberikan kenangan dan doa-doanya.
15. Teman-teman TK, SD, SMP dan SMK yang kadang-kadang ketemu dan selalu memberikan bantuan serta dukungan.
16. Semua orang yang tidak dapat saya sebutkan satu per satu yang mungkin telah membantu dalam penulisan skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan berkah bagi semua orang yang membacanya. Penulis juga berharap saran dan kritik yang membangun.

Yogyakarta, 29 Januari 2025

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR LAMBANG	xv
ABSTRAK.....	xvi
ABSTRACT	xvii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Batasan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Rumusan Masalah.....	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Tinjauan Pustaka	6
1.7 Sistematika Penulisan.....	8
BAB II DASAR TEORI.....	10
2.1 Variabel <i>Random</i>	10
2.2 Probabilitas.....	10
2.2.1 Distribusi Probabilitas	11
2.3 Ekspektasi.....	12
2.4 Variansi.....	13
2.5 Kovariansi.....	13
2.6 Korelasi.....	13
2.7 Matriks	14
2.8 Operasi Matriks.....	14

2.8.1 Penjumlahan dan Pengurangan Matriks	14
2.8.2 Perkalian Matriks	15
2.8.3 Matriks Identitas	16
2.8.4 Matriks Transpose	16
2.9 Analisis Multivariat	17
2.9.1 Matriks Data Multivariat	17
2.9.2 Matriks Varian Kovarian	17
2.10 Turunan Parsial	18
2.10.1 Turunan Parsial Berderajat Dua	18
2.11 Pengali Lagrange	19
2.11.1 Satu Pengali Lagrange	19
2.11.2 Lebih dari Satu Pengali Lagrange	20
2.12 Pasar Modal	20
2.13 Pasar Modal Syariah	20
2.14 Investasi	21
2.15 Saham	22
2.16 Saham Syariah	23
2.17 Analisis Saham Individu	24
2.17.1 <i>Return</i>	24
2.17.2 <i>Risiko</i>	26
2.18 Portofolio	26
2.18.1 Portofolio Efisien	27
2.18.2 Portofolio Optimal	28
2.19 PT Bursa Efek Indonesia (PT BEI)	28
2.20 <i>Jakarta Islamic Index 70 (JII70)</i>	29
2.21 Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)	30
2.22 <i>Market Capitalization (SIZE)</i>	30
2.23 <i>Book to Market (BM)</i>	31
2.24 Sertifikat Bank Indonesia (SBI)	32
2.25 <i>Risk-Free Rate</i>	32
2.26 <i>Beta dan Alpha</i>	33
2.27 <i>Excess Return to Beta ERB dan Cut-Off Point C *</i>	34
2.28 <i>Short Selling</i>	35

2.29 Regresi	36
2.29.1 Asumsi Klasik dalam Regresi	36
2.29.2 Regresi Linear Sederhana	40
2.29.3 Regresi Linear Berganda	41
2.30 <i>Single Index Model</i>	43
2.31 <i>Multi Index Model</i>	44
2.32 <i>Value at Risk (VaR)</i>	45
2.33 <i>Monte Carlo Simulation</i>	45
2.34 Uji Validasi	47
BAB III METODE PENELITIAN	49
3.1 Jenis Penelitian	49
3.2 Jenis dan Sumber Data	49
3.3 Variabel Penelitian	50
3.4 Populasi dan Sampel	50
3.5 Metode Pengumpulan Data	51
3.6 Metode Analisis Data	52
3.7 <i>Flowchart</i>	54
BAB IV PEMBAHASAN	55
4.1 Portofolio Optimal <i>Multi Index Model</i>	55
4.1.1 Definisi, Konstruksi dan Asumsi <i>Multi Index Model</i>	55
4.1.2 Model Indeks Orthogonal	56
4.1.3 <i>Return</i> dan <i>Expected Return</i> Saham <i>Multi Index Model</i>	59
4.1.4 Variansi dan Kovariansi Saham <i>Multi Index Model</i>	60
4.1.5 Proporsi Saham Portofolio Optimal <i>Multi Index Model</i>	62
4.1.6 <i>Expected Return</i> dan Volatilitas Portofolio Optimal <i>Multi Index Model</i> ...	66
4.2 <i>Value at Risk</i> Monte Carlo <i>Simulation</i>	68
4.2.1 <i>Value at Risk (VaR)</i>	68
4.2.2 Periode Waktu	69
4.2.3 Tingkat Kepercayaan	70
4.2.4 VaR dengan Monte Carlo <i>Simulation</i> pada Portofolio	70
BAB V STUDI KASUS	73
5.1 Data Penelitian	73
5.2 Seleksi Data	73

5.3 Konstruksi <i>Multi Index Model</i>	74
5.3.1 Rata-rata Residual <i>Return</i> Saham Bernilai Nol.....	74
5.3.2 Indeks Orthogonal.....	75
5.3.3 Kovariansi antara Residual <i>Return</i> Saham dengan Indeks Bernilai Nol ..	77
5.4 Asumsi <i>Multi Index Model</i>	79
5.4.1 Kovariansi antar Residual <i>Return</i> Saham Bernilai Nol.....	79
5.5 Menghitung Nilai α_i *, β_{i1} *, β_{i2} *, β_{i3} * dan $\alpha_i, \beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3}$	80
5.6 Mengitung Nilai <i>ERB</i> dan C *.....	81
5.7 Menentukan Proporsi Saham	82
5.8 <i>Expected Return</i> dan Volatilitas Portofolio Optimal <i>Multi Index Model</i>	85
5.9 Uji Normalitas <i>Return</i> Saham Pembentuk Portofolio	85
5.10 Membuat Simulasi <i>Expected Return</i> dan Volatilitas Saham	87
5.11 Membuat Simulasi <i>Expected Return</i> dan Volatilitas Portofolio	87
5.12 Estimasi VaR pada Tingkat Kepercayaan 95% dengan Periode 1 Bulan	89
5.13 Uji Validasi	91
5.14 Portofolio Optimal <i>Multi Index Model</i> dan VaR Monte Carlo <i>Simulation</i>	92
BAB VI PENUTUP	94
6.1 Kesimpulan.....	94
6.2 Saran.....	95
DAFTAR PUSTAKA.....	96
LAMPIRAN	99
A. Data Penelitian.....	99
B. Portofolio Optimal <i>Multi Index Model</i>	106
C. <i>Value at Risk</i> Monte Carlo <i>Simulation</i>	123
D. Uji Validasi.....	127
Curriculum Vitae	131

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Posisi Penelitian.....	7
Tabel 2.1 Contoh <i>Expected Return</i> dan Risiko Portofolio	27
Tabel 2.2 Tabel <i>Kupiec's Test</i>	47
Tabel 3.1 Data Penelitian	50
Tabel 5.1 <i>Expected Return</i> dari 22 Saham yang Konsisten	73
Tabel 5.2 Korelasi antar Indeks.....	75
Tabel 5.3 Koefisien Regresi antar Indeks.....	76
Tabel 5.4 Korelasi antar Indeks yang Baru	77
Tabel 5.5 Korelasi antara Residual <i>Return</i> Saham dengan Indeks	78
Tabel 5.6 Matriks Variansi-Kovariansi antar Residual <i>Return</i> Saham.....	79
Tabel 5.7 Nilai α_i^* , β_{i1}^* , β_{i2}^* , β_{i3}^*	80
Tabel 5.8 Nilai α_i , β_{i1} , β_{i2} , β_{i3}	81
Tabel 5.9 Nilai <i>ERB</i> dan C^*	81
Tabel 5.10 Estimasi <i>ERi</i> Saham	82
Tabel 5.11 Nilai Z_i dan w_i Pertama	83
Tabel 5.12 Nilai Z_i dan w_i Kedua.....	84
Tabel 5.13 Proporsi Saham.....	84
Tabel 5.14 <i>Expected Return</i> dan Volatilitas Portofolio.....	85
Tabel 5.15 Uji Normalitas <i>Return</i> Saham dan Portofolio	86
Tabel 5.16 Simulasi <i>Expected Return</i> dan Volatilitas Saham yang Pertama	87
Tabel 5.17 Simulasi <i>Expected Return</i> dan Volatilitas Portofolio yang Pertama	88
Tabel 5.18 Nilai <i>Value at Risk</i> (VaR)	90
Tabel 5.19 Uji <i>Likelihood Ratio</i>	91
Tabel 5.20 Nilai Portofolio	93

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1 <i>Flowchart</i> Penelitian.....	54
Gambar 4.1 Grafik Portofolio Optimal.....	62
Gambar 4.2 <i>Flowchart</i> VaR Monte Carlo <i>Simulation</i>.....	72
Gambar 5.1 Proporsi Saham	85
Gambar 5.2 Plot Simulasi Nilai Portofolio Berdasarkan <i>Return</i> Portofolio.....	88
Gambar 5.3 Histogram Distribusi VaR Monte Carlo	90



DAFTAR LAMBANG

Y : variabel dependen

X : variabel independen

i, k, j : jumlah unit individu

t : jumlah unit waktu

R : *return*

I : indeks

α : *alpha*

β : *beta*

ε : error

μ : *mean*

σ^2 : variansi

σ : risiko



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

ABSTRAK

Analisis Risiko Portofolio Optimal *Multi Index Model* menggunakan *Value at Risk Monte Carlo Simulation*

(Studi Kasus: Saham *Jakarta Islamic Index 70 (JII70)* Periode Juni 2018 – Desember 2023)

Oleh

Fajar Dwi Setyaji

21106010046

Investasi merupakan keterikatan atau komitmen dari sumber aset saat ini dengan harapan mendapatkan keuntungan di masa depan. Dalam berinvestasi terdapat keuntungan (*return*) dan risiko. Untuk memaksimalkan *return* dan meminimalkan risiko, dibentuklah sebuah portofolio. Portofolio adalah sekumpulan aset yang dimiliki oleh suatu badan atau perorangan. Portofolio dibagi menjadi dua yaitu portofolio efisien dan portofolio optimal. Portofolio efisien adalah portofolio yang memiliki *return* tinggi dengan risiko tertentu atau memiliki risiko rendah dengan *return* tertentu. Sementara itu, portofolio optimal adalah portofolio yang dipilih oleh investor dari sekian banyak portofolio efisien dengan tingkat *return* dan risiko sesuai dengan preferensinya. Metode yang digunakan dalam menentukan portofolio optimal dalam penelitian ini adalah *Multi Index Model*. Kemudian akan dianalisis risikonya menggunakan *Value at Risk (VaR) Monte Carlo Simulation*. Penelitian ini memiliki tujuan untuk mengetahui proses analisis portofolio optimal *Multi Index Model* dan *VaR Monte Carlo Simulation*, kemudian mengetahui besarnya proporsi saham, *expected return*, volatilitas serta mengetahui estimasi kerugian maksimum dari portofolio. Data yang digunakan adalah saham yang secara konsisten terdaftar dalam *Jakarta Islamic Index 70 (JII70)* periode Juni 2018 – Desember 2023. Kemudian data dianalisis menggunakan bantuan *Microsoft Excel*, *SPSS* dan *Python*. Dihasilkan portofolio optimal dengan proporsi saham yaitu ADRO (62,80%), AKRA (11,51%), ITMG (4,60%) dan MAPI (21,09%). Adapun tingkat *expected return* portofolio sebesar 4,01% per bulan dengan volatilitas sebesar 7,34% per bulan. Kemudian diperoleh nilai *VaR* yaitu -16,90%, sehingga apabila modal awal investor sebesar Rp1 miliar, maka estimasi kerugian maksimum pada tingkat kepercayaan 95% diperkirakan tidak akan melebihi Rp169.086.252,39 per bulan.

Kata Kunci: *Jakarta Islamic Index 70*, *Monte Carlo Simulation*, *Multi Index Model*, Portofolio Optimal, *Value at Risk*.

ABSTRACT

Risk Analysis of Optimal Portfolio in Multi-Index Model Using Value at Risk Monte Carlo Simulation

(Case Study: Stocks in the Jakarta Islamic Index 70 (JII70) for the Period June 2018 – December 2023)

By

Fajar Dwi Setyaji

21106010046

Investment is the commitment of current asset resources with the expectation of generating future profits. In investing, there are both returns and risks. To maximize returns and minimize risks, a portfolio is constructed. A portfolio is a collection of assets owned by an entity or an individual. Portfolios are classified into two types: efficient portfolios and optimal portfolios. An efficient portfolio is one that provides a high return for a given level of risk or a low risk for a given level of return. Meanwhile, an optimal portfolio is the one selected by an investor from the set of efficient portfolios based on their return and risk preferences. The method used in this study to determine the optimal portfolio is the Multi-Index Model. The associated risk is then analyzed using the Value at Risk (VaR) Monte Carlo Simulation. This study aims to examine the process of analyzing an optimal portfolio using the Multi-Index Model and VaR Monte Carlo Simulation, as well as to determine the proportion of stocks, expected return, volatility, and the estimated maximum loss of the portfolio. The data used in this study consist of stocks that have been consistently listed in the Jakarta Islamic Index 70 (JII70) during the period from June 2018 to December 2023. The data were analyzed using Microsoft Excel, SPSS, and Python. The results indicate that the optimal portfolio consists of the following stock proportions: ADRO (62.80%), AKRA (11.51%), ITMG (4.60%), and MAPI (21.09%). The expected portfolio return is 4.01% per month, with a volatility of 7.34% per month. Furthermore, the VaR value is determined to be -16,90%, implying that if an investor's initial capital is IDR 1 billion, the estimated maximum loss at a 95% confidence level is projected not to exceed IDR 169,086,252.39 per month.

Keywords: Jakarta Islamic Index 70, Monte Carlo Simulation, Multi-Index Model, Optimal Portfolio, Value at Risk.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada akhir zaman ini, investasi sering kali menjadi perbincangan publik. Tidak heran jika tingkat investasi dari tahun ke tahun semakin naik. Masyarakat berlomba-lomba untuk mencapai kehidupan yang sejahtera, yang tidak terbebani lagi dengan masalah ekonomi atau Generasi Z menyebutnya dengan istilah *financial freedom*. Untuk mencapai *financial freedom* tersebut, hampir mustahil jika hanya mengandalkan pendapatan pokok saja. Oleh karena itu, masyarakat kini berbondong-bondong melakukan investasi dan menjadikan investasi tersebut sebagai pendapatan pasif yang berguna untuk mencapai *financial freedom*.

Investasi merupakan keterikatan atau komitmen dari sumber aset saat ini dengan harapan mendapatkan keuntungan di masa depan (Bodie *et al*, 2018). Investasi juga dapat didefinisikan sebagai penanaman modal dalam suatu perusahaan guna mendapatkan suatu keuntungan. Adapun menurut Hartono (2022), investasi adalah penundaan konsumsi saat ini dan digunakan untuk produksi yang efisien guna memperoleh manfaat di masa depan.

Islam memiliki pandangan lain dalam investasi, yang dikenal dengan investasi syariah. Definisi dari investasi syariah tidak jauh berbeda dengan investasi biasa atau konvensional, akan tetapi yang membedakan hanyalah prinsipnya. Investasi syariah harus berdasarkan pada prinsip syariah. Menurut Nadjib (2008), prinsip syariah yang dimaksud yakni terhindar dari riba, gharar dan maysir. Di dalam Al-Qur'an sudah dijelaskan mengenai larangan riba, gharar dan maysir. Larangan riba dijelaskan dalam QS. Al-Baqarah ayat 275 yang berbunyi:

ذٰلِكَ بِاَنَّهُمْ قَالُوْۤا اِنَّمَا الْبَيْعُ مِثْلُ الرِّبَاۤءِ وَاَحَلَّ اللّٰهُ الْبَيْعَ وَحَرَّمَ الرِّبَاۤءِ

Artinya: “Yang demikian itu karena mereka berkata bahwa jual beli sama dengan riba. Padahal Allah telah menghalalkan jual beli dan mengharamkan riba.”

Lalu larangan gharar dijelaskan dalam QS. Al-Mutaffifin ayat 1 – 3 yang berbunyi:

وَيْلٌ لِّلْمُطَفِّفِينَ الَّذِينَ إِذَا اكْتَالُوا عَلَى النَّاسِ يَسْتَوْفُونَ وَإِذَا كَالُوهُمْ أَوْ وَزَنُوهُمْ يُخْسِرُونَ

Artinya: “Celakalah bagi orang-orang yang curang (dalam menakar dan menimbang)! (Yaitu) orang-orang yang apabila menerima takaran dari orang lain mereka minta dicukupkan, dan apabila mereka menakar atau menimbang (untuk orang lain), mereka mengurangi.”

Kemudian larangan maysir dijelaskan dalam QS. Al-Maidah ayat 90 yang berbunyi:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا إِنَّمَا الْخَمْرُ وَالْمَيْسِرُ وَالْأَنْصَابُ وَالْأَزْلَامُ رِجْسٌ مِّنْ عَمَلِ الشَّيْطَانِ فَاجْتَنِبُوهُ لَعَلَّكُمْ تُفْلِحُونَ

Artinya: “Wahai orang-orang yang beriman! Sesungguhnya minuman keras, berjudi, (berkurban untuk) berhala, dan mengundi nasib dengan anak panah, adalah perbuatan keji dan termasuk perbuatan setan. Maka jauhilah (perbuatan-perbuatan) itu agar kamu beruntung.”

Dari ayat-ayat tersebut, maka para investor muslim diharapkan dapat memilih berinvestasi menggunakan saham syariah. Definisi dari saham syariah dan saham konvensional juga tidak jauh berbeda. Saham adalah tanda kepemilikan seseorang atau badan terhadap suatu perusahaan (Tandelilin, 2010). Adapun saham syariah adalah saham yang diterbitkan oleh perusahaan yang sudah memenuhi kriteria dari prinsip-prinsip syariah (Tandelilin, 2010).

Berinvestasi tentunya mengharapkan sebuah keuntungan, tetapi tidak menutup kemungkinan bisa juga mendapatkan kerugian. Untuk itu lebih baik dilakukan sebuah analisis pembentukan portofolio terlebih dahulu sebelum berinvestasi. Portofolio dapat memaksimalkan keuntungan yang akan didapatkan dan meminimalisir kerugian yang akan ditanggung dalam berinvestasi, dikarenakan portofolio memungkinkan seorang investor untuk berinvestasi dalam banyak aset, tidak hanya mengandalkan satu aset saja.

Portofolio adalah sekumpulan aset yang dimiliki oleh suatu badan atau perorangan. Menurut Fabozzi (1999), dalam pembentukan sebuah portofolio, investor berusaha memaksimalkan keuntungan pada tingkat kerugian tertentu. Portofolio dibagi menjadi dua yaitu portofolio efisien dan portofolio optimal. Portofolio efisien adalah portofolio yang memiliki *expected return* yang tinggi dengan tingkat risiko tertentu atau memiliki risiko yang rendah dengan tingkat *expected return* tertentu. Sementara itu, portofolio optimal adalah portofolio yang dipilih oleh investor dari sekian banyak portofolio efisien dengan tingkat *return* dan risiko tertentu sesuai dengan preferensinya.

Terdapat banyak metode dalam pembentukan sebuah portofolio optimal. Harry Markowitz telah memperkenalkan konsep teori portofolio optimal modern pada tahun 1952. Kemudian pada tahun 1963, William Sharpe menyederhanakan model Markowitz dengan mengembangkan *Single Index Model* (SIM). Selanjutnya Sharpe (1964), Lintner (1965) dan Mossin (1966) mengembangkan *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Sampai pada tahun 1976, Stephen A. Ross mengembangkan *Multi Index Model* (MIM). Model ini memperluas konsep SIM dengan menggunakan lebih dari satu faktor atau indeks untuk menjelaskan *return* dan risiko dari suatu aset. Faktor tersebut antara lain, faktor ekonomi seperti inflasi dan suku bunga, faktor industri tertentu atau berbagai faktor dari perusahaan.

Investor dapat melakukan analisis dengan menghitung nilai *Value at Risk* (VaR) pada portofolio untuk lebih mempertimbangkan risiko dalam berinvestasi. VaR dapat memberikan gambaran tentang kerugian maksimum yang akan terjadi, sehingga investor dapat bersiaga dalam menanggung kerugian tersebut serta investor dapat mengukur dan mengelola risiko tersebut dengan menetapkan batasan kerugian yang dapat diterima.

Value at Risk merupakan alat analisis risiko yang cukup populer untuk saat ini. Terdapat banyak metode yang digunakan dalam analisis VaR yang pertama adalah *Variance-Covariance* yang ditemukan oleh Fischer Black dan Myron Scholes pada tahun 1980-an. Lalu pada tahun 1994, JP Morgan mengembangkan metode *Historical Simulation*. Kemudian pada tahun yang sama, JP Morgan

kembali mengembangkan metode VaR lainnya yang dikenal dengan Monte Carlo *Simulation*. Metode ini menggunakan simulasi membangkitkan bilangan *random* berdistribusi normal yang sesuai dengan karakteristik data. Lalu bilangan *random* tersebut digunakan untuk memodelkan berbagai kemungkinan hasil kerugian maksimum berdasarkan distribusi yang dipilih.

Seiring dengan berjalannya waktu, metode yang digunakan dalam pembentukan portofolio optimal dan analisis VaR berkembang menjadi lebih kompleks. Setiap metode memiliki kelebihan dan kekurangannya masing-masing yang dapat membantu investor untuk membuat suatu keputusan dalam berinvestasi. Oleh karena itu, dari penjabaran di atas, penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang analisis risiko dari portofolio optimal *Multi Index Model* menggunakan *Value at Risk Monte Carlo Simulation* dengan studi kasus saham-saham syariah.

1.2 Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, akan ditentukan batasan masalah dalam penelitian ini, agar pembahasan tidak panjang lebar, sehingga pembahasan bisa fokus dalam beberapa hal diantaranya:

1. Metode yang digunakan dalam pembentukan portofolio optimal adalah *Multi Index Model* dengan variabel indeks yang digunakan adalah Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG), *Market Capitalization* (SIZE) dan *Book to Market* (BM).
2. Estimasi kerugian maksimum menggunakan *Value at Risk Monte Carlo Simulation* pada tingkat kepercayaan 95% dengan periode waktu 1 bulan.
3. Saham yang digunakan dalam penelitian ini adalah saham yang konsisten terdaftar dalam *Jakarta Islamic Index 70* (JII70) periode Juni 2018 – Desember 2023.
4. Analisis dan pengolahan data dalam penelitian ini menggunakan bantuan dari *Microsoft Excel*, *SPSS* dan *Python*.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengetahui proses pembentukan portofolio optimal *Multi Index Model* dan proses analisis *Value at Risk Monte Carlo Simulation*.
2. Mengetahui besarnya proporsi saham, *expected return* dan volatilitas dari portofolio optimal *Multi Index Model* pada saham JII70 periode Juni 2018 – Desember 2023.
3. Mengetahui estimasi kerugian maksimum dari portofolio optimal *Multi Index Model* menggunakan *Value at Risk Monte Carlo Simulation* pada saham JII70 periode Juni 2018 – Desember 2023.

1.4 Rumusan Masalah

Berdasarkan tujuan dari penelitian, maka dapat dirumuskan beberapa masalah yang akan dikaji yaitu:

1. Bagaimana proses pembentukan portofolio optimal *Multi Index Model* dan proses analisis *Value at Risk Monte Carlo Simulation*?
2. Berapa besarnya proporsi saham, *expected return* dan volatilitas portofolio optimal *Multi Index Model* pada saham JII70 periode Juni 2018 – Desember 2023?
3. Berapa estimasi kerugian maksimum dari portofolio optimal *Multi Index Model* menggunakan *Value at Risk Monte Carlo Simulation* pada saham JII70 periode Juni 2018 – Desember 2023?

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat:

1. Manfaat Teoritis
 - a. Bagi Peneliti

Menjadi referensi akademik untuk penelitian-penelitian selanjutnya mengenai teori tentang portofolio optimal dengan metode *Multi Index Model* dan *Value at Risk* dengan metode Monte Carlo Simulation.

b. Bagi Penulis

Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan baru bagi penulis. Serta menjadikan syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika di Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

2. Manfaat Praktis

a. Bagi Investor

Menjadi sumber bacaan, referensi atau rekomendasi bagi investor yang ingin berinvestasi menggunakan saham syariah.

b. Bagi semua orang

Menjadi sumber bacaan bagi semua orang yang ingin menambah ilmu pengetahuan khususnya di bidang saham dan investasi.

1.6 Tinjauan Pustaka

Berikut beberapa penelitian terdahulu yang menjadi referensi dan sumber bacaan bagi penulis:

1. Bramadita Kunni Fauziyyah, Alan Prahutama dan Sudarno (2019), dengan judul “Analisis Portofolio Optimal menggunakan *Multi Index Model*”. Peneliti menggunakan data saham IDX30 dengan periode Januari 2014 – Desember 2018. Hasil penelitiannya adalah *Multi Index Model* membentuk 4 saham sebagai portofolio, dengan proporsi tiap sahamnya yaitu GGRM sebesar 23,675, UNVR sebesar 37,09%, BBKA sebesar 25,15% dan ASII sebesar 14,09%, dengan tingkat *expected return* sebesar 1,19% dan risiko sebesar 3,79%.
2. Danang Chandra Pradana, Di Asih I Maruddani dan Hasbi Yasin (2015), dengan judul “Penggunaan Simulasi Monte Carlo untuk Pengukuran *Value at Risk* Aset Tunggal dan Portofolio dengan Pendekatan *Capital Asset Pricing Model* sebagai Penentu Portofolio Optimal (Studi Kasus: Index

Saham Kelompok *SMinfra18*)”. Peneliti menggunakan data saham indeks kelompok *SMinfra18* periode 1 Januari 2015 – 20 Juni 2015. Hasil penelitiannya adalah terbentuk dua saham portofolio CAPM yaitu ISAT dan TBIG, dengan kepercayaan investor sebesar 95%, jika menginvestasikan dana sebesar 1 milyar, maka kerugian tidak akan melebihi Rp. 18.860.237,00 dalam jangka waktu satu hari setelah tanggal 20 Juni 2015.

3. M. Fauzan Rinaldi (2020), dengan judul “*Value at Risk Variance Covariance* dan Portofolio Optimal menggunakan Metode *Multi Index Model*”. Peneliti menggunakan data saham *Jakarta Islamic Index* (JII) periode 1 Januari 2015 – 30 September 2018. Hasil dari penelitiannya adalah diperoleh portofolio optimal dengan proporsi masing-masing saham yaitu BRBT 43,12%, UNTR 30,55%, UNVR 23,19% dan TLKM 3,14%, dengan tingkat *expected return* sebesar 3.02% dan risiko sebesar 6.51%, serta tingkat kerugian maksimum dengan tingkat kepercayaan 99% tidak lebih dari 59.310.750 dengan dana investasi sebesar 1 milyar rupiah.

Penelitian-penelitian tersebut dapat dirangkum menjadi tabel berikut:

Tabel 1.1 Posisi Penelitian

No	Peneliti	Metode Portofolio	Metode <i>Value at Risk</i>	Studi Kasus	Periode
1.	Bramadita Kunni Fauziyyah, Alan Prahutama dan Sudarno (2019)	<i>Multi Index Model</i>	-	IDX30	Januari 2014 – Desember 2018
2.	Danang Chandra Pradana, Di Asih I Maruddani dan Hasbi Yasin (2015)	<i>Capital Asset Pricing Model</i>	Monte Carlo Simulation	<i>SMinfra18</i>	1 Januari 2015 – 20 Juni 2015

3.	M. Fauzan Rinaldi (2020)	<i>Multi Index Model</i>	<i>Variance Covariance</i>	<i>Jakarta Islamic Index</i>	1 Januari 2015 – 30 September 2018
4.	Fajar Dwi Setyaji (2025)	<i>Multi Index Model</i>	Monte Carlo Simulation	<i>Jakarta Islamic Index 70</i>	Juni 2018 – Desember 2023

Persamaan dan perbedaan dengan penelitian-penelitian sebelumnya yaitu penulis menggabungkan Portofolio Optimal *Multi Index Model* dan VaR Monte Carlo Simulation. Dalam referensi penelitian sebelumnya, yang pertama hanya Portofolio *Multi Index Model*, yang kedua menggabungkan VaR Monte Carlo Simulation tetapi portofolionya menggunakan *Capital Asset Pricing Model*, yang ketiga menggabungkan Portofolio *Multi Index Model* tetapi VaRnya menggunakan *Variance Covariance*. Kemudian untuk studi kasus berbeda dengan penelitian sebelumnya di mana penulis memilih studi kasus JII70. Selanjutnya untuk periode juga berbeda di mana penulis menggunakan periode yang lebih panjang dan secara bulanan yakni Juni 2018 – Desember 2023. Dari penelitian-penelitian terdahulu, maka penulis tertarik untuk meneliti tentang analisis risiko portofolio optimal *Multi Index Model* menggunakan *Value at Risk Monte Carlo Simulation*.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bab I: Pendahuluan

Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, batasan masalah, tujuan penelitian, rumusan masalah, manfaat penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan dalam penelitian ini.

2. Bab II: Dasar Teori

Bab ini menjelaskan teori-teori dasar yang akan digunakan dalam penelitian ini antara lain Variabel *Random*, Probabilitas, Ekspektasi, Variansi, Kovariansi, Korelasi, Matriks, Analisis Multivariat, Turunan Parsial, Pengali Lagrange, Pasar Modal, Pasar Modal Syariah, Investasi,

Saham, Saham Syariah, Analisis Saham Individu, Portofolio, PT BEI, JII70, IHSG, SIZE, BM, SBI, *Risk-Free*, *Beta* dan *Alpha*, ERB dan C, *Short Selling*, Regresi, *Single Index Model*, *Multi Index Model*, VaR, Monte Carlo *Simulation* dan Uji Validasi.

3. Bab III: Metode Penelitian

Bab ini menjelaskan tentang jenis penelitian, jenis dan sumber data, variabel penelitian, populasi dan sampel, metode pengumpulan data, metode analisis data dan *flowchart* penelitian.

4. Bab IV: Pembahasan

Bab ini menjelaskan tentang persamaan umum dan rumus-rumus dari pembobotan, *expected return* dan volatilitas portofolio optimal *Multi Index Model*, serta menjelaskan konsep dan algoritma dari *Value at Risk* Monte Carlo *Simulation* yang digunakan untuk memperoleh estimasi kerugian maksimum yang mungkin terjadi.

5. Bab V: Studi Kasus

Bab ini mengaplikasikan rumus dan persamaan portofolio optimal *Multi Index Model* dan algoritma *Value at Risk* Monte Carlo *Simulation* pada data studi kasus saham *Jakarta Islamic Index 70* (JII70) periode Juni 2018 – Desember 2023.

6. Bab VI: Penutup

Bab ini menjawab, menjelaskan dan menyimpulkan dari rumusan masalah, pembahasan dan studi kasus dalam penelitian ini, yaitu tentang proses pembentukan portofolio optimal *Multi Index Model* dan proses analisis *Value at Risk* Monte Carlo *Simulation*, kemudian besarnya proporsi saham, *expected return* dan volatilitas portofolio optimal *Multi Index Model* serta estimasi kerugian maksimum dari portofolio optimal *Multi Index Model* menggunakan *Value at Risk* Monte Carlo *Simulation*. Serta penyampaian saran kepada penulis terhadap penelitian selanjutnya.

BAB VI

PENUTUP

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan rumusan masalah dan hasil penelitian, maka dapat diperoleh kesimpulan dalam penelitian ini yaitu:

- a. Proses analisis dalam pembentukan Portofolio Optimal *Multi Index Model* memiliki enam langkah, yaitu menghitung *return* saham dan *return* indeks, uji asumsi *Multi Index Model*, menghitung nilai $\alpha_i, \beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3}$, menghitung nilai *ERB* dan C^* , menentukan proporsi saham, menghitung *expected return* dan volatilitas portofolio. Kemudian untuk *Value at Risk Monte Carlo Simulation* terdapat lima langkah, yaitu uji normalitas *return* saham pembentuk portofolio, membuat simulasi *return*, *expected return* dan volatilitas dari masing-masing saham, membuat simulasi *return*, *expected return* dan volatilitas portofolio, estimasi nilai VaR pada tingkat kepercayaan dan periode tertentu, serta uji validasi nilai VaR.
- b. Diperoleh portofolio optimal *Multi Index Model* yang terdiri dari empat saham dengan proporsinya adalah ADRO (62,80%), AKRA (11,51%), ITMG (4,60%) dan MAPI (21,09%), serta diperoleh *expected return* portofolio sebesar 4,01% per bulan dengan volatilitas sebesar 7,34% per bulan.
- c. Didapatkan nilai rata-rata dari *Value at Risk Monte Carlo Simulation* dengan 10.000 simulasi yaitu sebesar -16,90%, sehingga apabila investor menanamkan modalnya sebesar Rp 1 miliar, maka estimasi kerugian maksimum pada tingkat kepercayaan 95% diperkirakan tidak akan melebihi Rp169.086.252,39 per bulan.
- d. Dihasilkan nilai risiko selama 1 bulan ke depan dengan periode 1 Januari 2024 – 31 Januari 2024. Nilai risiko tersebut cenderung mendekati prediksi dari portofolio optimal *Multi Index Model* dibanding VaR Monte Carlo

Simulation. Oleh karena itu, estimasi VaR tidak terlalu berpengaruh karena nilai kerugian yang dihasilkan tidak jauh berbeda dengan prediksi pada portofolio optimal *Multi Index Model*.

6.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan kesimpulan, berikut adalah saran yang dapat diberikan:

1. Metode yang digunakan dalam pembentukan portofolio optimal dalam penelitian ini adalah *Multi Index Model*. Karena metode ini sangat bergantung pada indeks atau faktor yang mempengaruhi prediksi *return* saham, maka pemilihan indeks sangatlah penting. Oleh karena itu, penulis menyarankan untuk memilih indeks yang lebih tepat supaya hasil dari portofolio optimal menjadi lebih akurat. Boleh juga untuk menggunakan metode lain dengan indeks yang sudah ditetapkan secara teoritis, seperti metode Fama-French *Three Factor Model* atau Fama-French *Five Factor Model*.
2. Analisis risiko dalam penelitian ini menggunakan *Value at Risk* dengan metode *Monte Carlo Simulation*. Metode ini sangat bergantung pada jumlah simulasi, tingkat kepercayaan dan periode waktu. Oleh karena itu, penulis menyarankan kepada peneliti selanjutnya untuk menentukan jumlah simulasi, tingkat kepercayaan dan periode waktu yang lebih tepat sehingga menghasilkan penelitian yang lebih baik.
3. Periode dalam penelitian ini secara bulanan yaitu dari Juni 2018 – Desember 2023. Penulis menyarankan kepada peneliti selanjutnya untuk memilih periode yang lebih panjang atau secara harian, supaya hasil analisis portofolio optimal dan *Value at Risk* menjadi lebih akurat.

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Qur'an. (2019). *Terjemahan Kementerian Agama Republik Indonesia*. Jakarta: Kementerian Agama RI.
- Anton, H., & Rorres, C. (2013). *Elementary Linear Algebra: Applications Version*. John Wiley & Sons.
- Bain, L. J., & Engelhardt, M. (1992). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics (Vol. 4)*. Belmont, CA: Duxbury Press.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2018). *Investments (Eleventh)*. New York: McGrawHill Education.
- Brealey, R. A., Myers, S. C., Allen, F., & Mohanty, P. (2018). *Principles of Corporate Finance (Vol. 12)*. McGraw-Hill Education.
- Darmadji, T., dan Fakhruddin, H.M., 2001. *Pasar Modal di Indonesia: Pendekatan Tanya Jawab*. Salemba Empat: Jakarta.
- Darmawan, D. (2016) *Metode Penelitian Kuantitatif. Edisi Ketiga*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- Dewan Syariah Nasional Majelis Ulama Indonesia (DSN-MUI). (2003). *Fatwa DSN-MUI No. 40/DSN-MUI/X/2003 tentang Pasar Modal dan Pedoman Umum Penerapan Prinsip Syariah di Bidang Pasar Modal*.
- Dowd, K. (2007). *Measuring Market Risk*. John Wiley & Sons.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2009). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. John Wiley & Sons.
- Eugene, F., & French, K. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *Journal of Finance*, 47(2), 427-465.
- Fabozzi, F. J. (2015). *Capital Markets: Institutions, Instruments, and Risk Management*. MIT Press.
- Fabozzi, F.J., (1999). *Manajemen Investasi*. Salemba Empat: Jakarta.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3-56.
- Fauziyyah, B. K., Prahutama, A., & Sudarno, S. (2019). Analisis Portofolio Optimal menggunakan Multi Index Model (Studi Kasus: Kelompok Saham IDX30 periode Januari 2014–Desember 2018). *Jurnal Gaussian*, 8(1), 58-67.
- Gujarati, D. N. (2009). *Basic Econometrics*.
- Halim, A. (2005). *Analisis Investasi*. Jakarta: Salemba Empat.

- Harjadi. (2017). Pembentukan Portofolio Saham Optimal menggunakan Metode Multi Index Model. *Universitas Negeri Jakarta*.
- Hartono, J. (2022). *Portofolio dan Analisis Investasi: Pendekatan Modul (Edisi 2)*. ANDI Yogyakarta.
- Hull, J. (2012). *Risk Management and Financial Institutions* (Vol. 733). John Wiley & Sons.
- Jensen, M. C. (1968). Problems in Selection of Security Portfolios. *Journal of Finance*, 23(2), 389-419.
- Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Pearson.
- Jorion, P. (2006). Risk Management for Hedge Funds with Position Information. Available at SSRN 969988.
- Jorion, P. (2007). Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk.
- Metropolis, N., & Ulam, S. (1949). The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*, 44(247), 335-341.
- Mishkin, F. S., & Eakins, S. G. (2012). *Financial Markets and Institutions (seventh edition)*. Prentice Hall series in finance.
- Mochammad, N. (2008). Investasi Syariah, Implementasi Konsep pada Kenyataan Empirik.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2021). *Introduction to Linear Regression Analysis*. John Wiley & Sons.
- Pradana, D. C., Di Asih, I. M., & Yasin, H. (2015). Penggunaan Simulasi Monte Carlo untuk Pengukuran Value at Risk Aset Tunggal dan Portofolio dengan Pendekatan Capital Asset Pricing Model sebagai Penentu Portofolio Optimal (Studi Kasus: Index Saham Kelompok Sminfra18). *Jurnal Gaussian*, 4(4), 765-774.
- Qudratullah, M. F. (2013). *Analisis Regresi Terapan Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi dengan SPSS*. C.V ANDI OFFSET (Penerbit Andi). Yogyakarta.
- Qudratullah, M. F., Zuliana, S. U., & Supandi, E. D. (2012). *Statistika*. SUKA Press. UIN SunanKalijaga. Yogyakarta.
- Rahmadi, D., Naufal, M. H., Rohman, A. N., & Setyaji, F. D. (2024). Kompresi Gambar menggunakan Singular Value Decomposition (SVD) dengan Python. *Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)*, 16(1).
- Ramdhan, M. (2021). *Metode Penelitian*. Ciptakan Media Nusantara.
- Reilly, F. K. (2002). *Investment Analysis and Portfolio Management*. 中信出版.

- Renggo, Y. R., & Kom, S. (2022). Populasi Dan Sampel Kuantitatif. *Metodologi Penelitian Kuantitatif, Kualitatif Dan Kombinasi*, 43.
- Rinaldi, M. F. (2020). *Value at Risk dengan Variance Covariance dan Portofolio Optimal menggunakan Metode Multi Index Model* (Doctoral dissertation, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta).
- Rubinstein, R. Y., & Kroese, D. P. (2016). *Simulation and the Monte Carlo Method*. John Wiley & Sons.
- Sharpe, W. F. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 9(2), 277-293.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425-442.
- Stewart, J. (2012). *Calculus: Early Transcendentals (Seventh Edition)*. Cengage Learning.
- Sugiyono, D. (2013). Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif dan R&D. *Alfabeta, Bandung*.
- Suharyadi & Purwanto S. K. (2016) *Statistika Untuk Ekonomi dan Keuangan Modern. Edisi Kedua*. Jakarta: Salemba Empat.
- Supandi, E. D. (2020). *Modul Praktikum Metode Statistika*. Sleman.
- Tandelilin, E. (2010). Dasar-Dasar Manajemen Investasi. *Manajemen Investasi*, 34, 117-127.
- Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 8 Tahun 1995 tentang Pasar Modal. (1995).
- Wooldridge, J. M. (2015). Control Function Methods in Applied Econometrics. *Journal of Human Resources*, 50(2), 420-445.
- www.bi.go.id
- www.bps.go.id
- www.finance.yahoo.com
- www.idx.co.id