

SKRIPSI

**INDEK KONEKTIVITAS PADA GRAF KOPRIMA DARI
GRUP DIHEDRAL**



RENDI FERIANTA

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2025

INDEK KONEKTIVITAS PADA GRAF KOPRIMA DARI GRUP DIHEDRAL

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika



diajukan oleh

RENDI FERIANTA

21106010009

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2025



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :-

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Rendi Ferianta

NIM : 21106010009

Judul Skripsi : Indeks Konektivitas Graf Koprime dari Grup Dihedral

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 19 Mei 2025

Pembimbing

Arif Munandar M.Sc.

NIP. 19920721 201903 1 013



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1034/Un.02/DST/PP.00.9/06/2025

Tugas Akhir dengan judul : Indeks Konektivitas pada Graf Koprime dari Grup Dihedral

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : RENDI FERIANTA
Nomor Induk Mahasiswa : 21106010009
Telah diujikan pada : Kamis, 22 Mei 2025
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Arif Munandar, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6847b38433360



Pengaji I

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6840fc456b541



Pengaji II

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si.,
M.Si.
SIGNED

Valid ID: 684633c9ced9e



Yogyakarta, 22 Mei 2025

UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6847d5cc21ae8

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Rendi Ferianta

NIM : 21106010009

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 14 April 2025



Rendi Ferianta

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN



Skripsi ini saya persembahkan sepenuhnya kepada almamater kampus UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, dan dua sosok luar biasa dalam hidup saya: Ibu Sri Kiswanti dan Bapak Ismanto. Keduanya telah membuat segalanya menjadi mungkin hingga saya dapat sampai pada tahap ini, sehingga skripsi ini akhirnya selesai.

Terima kasih atas segala pengorbanan, nasihat, dan doa baik yang tak pernah berhenti kalian berikan.

HALAMAN MOTTO



“Kesuksesan adalah hasil dari ketekunan dalam menghadapi kegagalan demi kegagalan, tanpa kehilangan semangat.”

— Winston Churchill

PRAKATA

Allhamdulillahirabbil'alamin, puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat, serta hidayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Indeks Konektivitas pada Graf Koprime dari Grup Dihedral". Penulisan skripsi ini diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai gelar Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini terdapat banyak hambatan dan halangan. Namun berkat adanya motivasi, bantuan, bimbingan, dan dorongan dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Ephra Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika.
3. Sri Utami Zuliana, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan kepada penulis selama menempuh pendidikan.
4. Arif Munandar, M.Sc., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Seluruh dosen dan staf Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan ilmu bermanfaat dan memberikan pelayanan administrasi akademik.

6. Kedua orang tua tercinta, Bapak Ismanto dan Ibu Sri Kiswanti yang telah memberikan doa, dukungan, dan kasih sayang yang tiada henti. Adik Yulia Rahmawati yang selalu hadir dengan drama - dramanya.
7. Keluarga besar Trah Mbah Darmo Suwito yang turut memberi dukungan dan doanya.
8. Teman - teman grup pejuang skripsi sebagai *support system* terbaik membantu *mood* mengerjakan skripsi.
9. Teman - teman grup bapak - bapak matematika angkatan 21 dengan hal - hal *random* setiap harinya.
10. Sahabat - sahabat penulis yang senantiasa memberikan semangat dan kebersamaan selama masa penggerjaan.
11. Pihak lain yang berperan dalam penggerjaan skripsi.
12. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan yang secara langsung maupun tidak langsung membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua yang membacanya. Penulis juga berharap kritik dan saran yang membangun.

Yogyakarta, 20 Mei 2025

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMBANG	xiv
INTISARI	xvi
ABSTRACT	xvii
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Batasan Masalah	4
1.3. Rumusan Masalah	4
1.4. Tujuan Penelitian	5
1.5. Manfaat Penelitian	5
1.6. Tinjauan Pustaka	6
1.7. Metode Penelitian	9
1.8. Sistematika Penulisan	10
II DASAR TEORI	12

2.1. Teori Bilangan	12
2.1.1. Keterbagian	12
2.1.2. Faktor Persekutuan Terbesar	13
2.1.3. Saling Prima	14
2.1.4. Bilangan Prima	15
2.2. Grup	15
2.2.1. Grup Komutatif dan Grup Non Komutatif	18
2.2.2. Grup Dihedral	19
2.3. Graf	25
2.3.1. <i>Adjacency</i> dan <i>Insidensi</i>	26
2.3.2. Keterhubungan	28
2.3.3. Jenis-Jenis Graf	31
2.3.4. Graf k -partit	32
2.3.5. Graf Koprime	35
2.4. Indeks Konektivitas	36
2.4.1. Indeks Zagreb Pertama	36
2.4.2. Indek Zagreb Kedua	38
2.4.3. Indek Weiner	38
2.4.4. Indek Hyper Weiner	39
2.4.5. Indek Harary	40
2.4.6. Indek Gutman	41
2.4.7. Indek Szeged	42
III PEMBAHASAN	45
3.1. Graf Koprime dari Grup Dihedral dengan $n = p^k$	45
3.2. Indeks Konektivitas Graf Koprime dari Grup Dihedral dengan $n = p^k$	48
3.3. Graf Koprime dari Grup Dihedral untuk $n = pq$	63

3.4. Indeks Konektivitas Graf Koprime dari Grup Dihedral untuk $n = pq$	67
IV PENUTUP	90
4.1. Kesimpulan	90
4.2. Saran	92
DAFTAR PUSTAKA	93
LAMPIRAN	97
Curriculum Vitae	97



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR TABEL

1.1	Tabel Persamaan dan Perbedaan	7
4.1	Tabel Indeks Konektivitas	91



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR GAMBAR

1.1	Skema Metode Penelitian	10
2.1	Pelabelan pada segi- n beraturan	20
2.2	Rotasi dan Refleksi pada Segitiga Beraturan	21
2.3	Graf G secara umum	26
2.4	Graf G untuk menunjukkan <i>adjacency</i> dan insiden	27
2.5	Graf G	28
2.6	Graf G	29
2.7	Graf G dan Graf S untuk menunjukkan graf terhubung dan graf tidak terhubung	30
2.8	Graf G	31
2.9	Graf Reguler	31
2.10	Graf Kosong	32
2.11	Graf Komplit	32
2.12	Graf <i>Cycle</i>	32
2.13	Graf G Bipartit	33
2.14	Graf Tripartit	34
2.15	Graf Tripartit Lengkap	35
2.16	Graf Koprime dari \mathbb{Z}_6	36
2.17	Graf S	37
2.18	Graf I	41
3.1	Graf Koprime D_6	47
3.2	Graf Koprime dari D_{2n} untuk $n = pq$ secara umum	65

DAFTAR LAMBANG

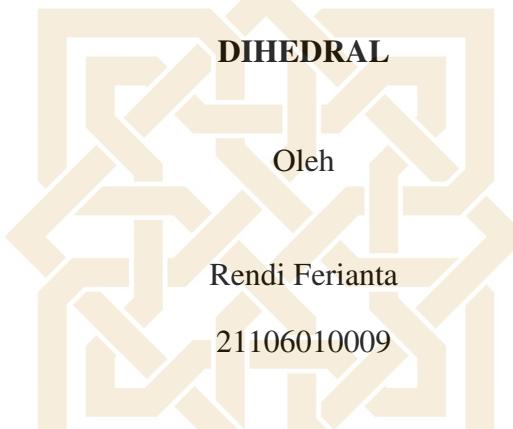
$a \in A$: a anggota dari himpunan A
D_{2n}	: grup dihedral dengan order $2n$
$\Gamma_{D_{2n}}$: graf koprime dari grup dihedral D_{2n}
Γ_G	: graf koprime dari grup G
\mathbb{Z}	: himpunan semua bilangan bulat
\mathbb{Z}_n	: himpunan semua bilangan bulat modulo n
\mathbb{R}	: himpunan semua bilangan real
$a b$: a membagi habis b
■	: akhir suatu bukti
\rightarrow	: menuju
$ a $: order dari elemen a dalam suatu grup
$\deg(v_i)$: derajat verteks v_i
$d(v_i, v_j)$: jarak antara verteks v_i dengan verteks v_j pada graf
\emptyset_n	: graf kosong dengan n verteks
K_n	: graf komplit dengan n verteks
C_n	: graf <i>cycle</i> dengan n verteks
$K_{r,s,t}$: graf tripartit lengkap dengan tiga partisi yang berukuran r, s dan t

- $M_1(G)$: Indeks Zagreb pertama pada suatu graf
 $M_2(G)$: Indeks Zagreb kedua pada suatu graf
 $W(G)$: Indeks Wiener pada suatu graf
 $WW(G)$: Indeks Hyper Wiener pada suatu graf
 $H(G)$: Indeks Harary pada suatu graf
 $Gut(G)$: Indeks Gutman pada suatu graf
 $S_z(G)$: Indeks Szeged pada suatu graf
 $n_1(e|G)$: Persekuturan jarak v_i dengan v_j kurang dari jarak v_i dengan v_k
 $n_2(e|G)$: Persekuturan jarak v_i dengan v_j lebih dari jarak v_i dengan v_k



INTISARI

INDEK KONEKTIVITAS PADA GRAF KOPRIMA DARI GRUP DIHEDRAL

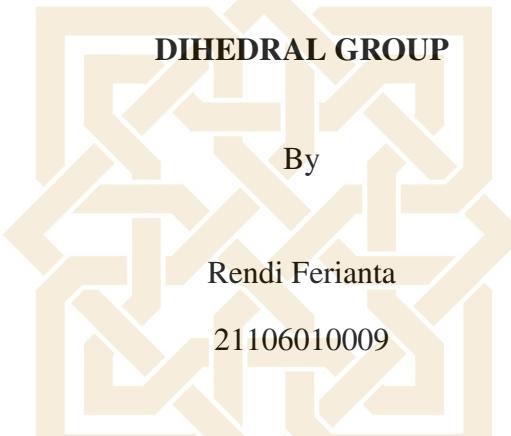


Graf koprime dari grup dihedral merupakan graf yang dibentuk dengan merepresentasikan setiap elemen dalam grup dihedral sebagai verteks, dan dua verteks saling terhubung jika dan hanya jika order elemen tersebut saling prima. Berdasarkan penelitian sebelumnya, ditemukan pola khusus pada graf koprime atas grup dihedral untuk $n = p^k$, yang menunjukkan bahwa graf tersebut merupakan graf tripartit lengkap. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji bentuk dan pola graf koprime yang terbentuk dari grup dihedral dengan $n = p^k$ dan $n = pq$, di mana p, q adalah bilangan prima ganjil dan k bilangan asli. Selain itu, penelitian ini juga menghitung dan menentukan nilai indeks konektivitas graf koprime atas grup dihedral tersebut, seperti indeks Zagreb pertama dan kedua, indeks Wiener, indeks Hyper Wiener, indeks Harary, indeks Gutman, dan indeks Szeged. Hasil penelitian yang diperoleh menunjukkan bahwa struktur graf koprime dari grup dihedral dengan $n = pq$ yang terbentuk memuat graf tripartit lengkap dan graf 4-partit lengkap. Nilai indeks konektivitas dihitung berdasarkan derajat antar verteks dan jarak antar pasangan verteks. Dengan melihat partisi - partisi yang terbentuk, nilai indeks konektivitas dapat ditentukan untuk berbagai nilai $n = pq$ lainnya.

Kata kunci : Graf Koprime, Grup Dihedral, Indeks-Indeks Konektivitas.

ABSTRACT

CONNECTIVITY INDICES ON THE COPRIME GRAPH OF THE



The coprime graph of a dihedral group is a graph constructed by representing each element of the dihedral group as a vertex, where two vertices are connected if and only if the orders of the corresponding elements are relatively prime. Based on previous research, a specific pattern was identified in the coprime graphs of dihedral groups for $n = p^k$, showing that such graphs form a complete tripartite structure. This study aims to examine the structure and patterns of coprime graphs formed from dihedral groups with $n = p^k$ and $n = pq$, where p and q are odd prime numbers, and k is a positive integer. In addition, this research calculates and determines several connectivity indices of the coprime graphs of such dihedral groups, including the first and second Zagreb indices, the Wiener index, the Hyper-Wiener index, the Harary index, the Gutman index, and the Szeged index. The results obtained show that the coprime graph of the dihedral group with $n = pq$ contains both a complete tripartite subgraph and a complete 4-partite subgraph. The values of the connectivity indices are calculated based on the degree of vertices and the distances between vertex pairs. By analyzing the partitions formed within the graph, these connectivity indices can be determined for various other values of $n = pq$ as well.

Keyword : Connectivity Indices, Coprime Graph, Dihedral Group.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Graf adalah salah satu ilmu matematika yang mempelajari tentang hubungan antar objek yang divisualisasikan dalam bentuk titik dan garis. Graf dalam bidang matematika memiliki implikasi yang luas untuk berbagai hal, seperti penyelesaian persoalan penjadwalan, pencarian rute tercepat, hingga penggambaran molekul dalam bidang kimia. Belakangan ini, semakin banyak penelitian dalam bidang graf yang dimanfaatkan untuk merepresentasikan objek-objek abstrak, seperti representasi teori grup dalam bentuk graf. Graf dapat menjadi alternatif yang membantu dalam memahami struktur grup secara lebih visual.

Penelitian representasi graf dari suatu grup hingga pertama kali diperkenalkan oleh Arthur Cayley pada tahun 1878. Artur Cayley dalam penelitiannya merepresentasikan grup berhingga G dan $A \subset G$ pada graf dengan memandang elemen-elemen dari grup G sebagai verteks, serta verteks g dan h pada grup G akan adjacent jika dan hanya jika untuk suatu $a \in A$ memenuhi $g = ah$. Graf yang dihasilkan dari penelitiannya tentang representasi grup pada graf dikenal dengan sebutan Graf Cayley. Penelitian yang dilakukan oleh (Luo dkk. , 2011) mengembangkan graf Cayley dengan memperumum struktur grup berhingga menjadi semigrup. Generalisasi graf Cayley pada semigrup berhingga serta kajian terhadap sifat-sifat yang dihasilkannya dibahas dalam (Wang, 2013). Kemudian, berbagai operasi yang dapat diterapkan pada graf Cayley dalam konteks semigrup didefinisikan pada penelitian

(Assari dan Hosseinzadeh, 2013).

Seiring berjalananya waktu, penelitian mengenai representasi grup pada graf telah banyak dilakukan. Representasi graf pada grup yang baru – baru ini dikenal adalah representasi graf koprime pada grup hingga yang dikenalkan oleh (Mardk. , 2014). Penelitian tersebut mendefinisikan jika G adalah grup hingga, maka graf koprime dari grup G , yang dilambangkan dengan $\Omega(G)$, adalah sebuah graf dengan himpunan verteks yang terdiri dari semua elemen G , di mana dua verteks berbeda dikatakan saling terhubung jika dan hanya jika memiliki order elemen yang saling prima. Penelitian lanjutan mengenai sifat – sifat graf koprime dilakukan oleh (Hamm dan Way, 2021) yang melakukan penelitian tentang parameter graf koprime pada suatu grup. Selanjutnya, penelitian yang dilakukan (Dorbidi, 2016) meneliti bentuk graf, bilangan kromatik, dan bilangan klik graf koprime dari sebuah grup. Kemudian beberapa artikel terkait yang mengkaji berbagai sifat graf koprime pada grup-grup tertentu, seperti grup bilangan bulat modulo yang dibahas oleh (Juliana, 2020), grup dihedral dengan order pangkat prima yang diteliti oleh (Gazir dkk.,2020), dan grup quarterion tergeneralisasi yang dibahas oleh (Nurhabibah dkk. ,2021).

Indeks konektivitas dalam bidang matematika adalah ukuran yang menunjukkan seberapa kuat sebuah graf terhubung. Penelitian (Qumah,2020) menjelaskan indeks konektivitas dari sebuah graf G didefinisikan sebagai jumlah minimum verteks yang harus dihapus untuk membuat graf tersebut tidak lagi terhubung. Pada awalnya, indeks konektivitas muncul dalam bidang kimia sebagai alat untuk mendeskripsikan struktur molekul, khususnya dalam mengidentifikasi keberadaan ikatan kovalen dan non-kovalen. Seiring dengan berjalananya waktu, konsep ini kemudian dipakai oleh para matematikawan untuk mengkaji berbagai jenis indeks dalam

teori graf. Salah satu penelitian awal yang membahas indeks konektivitas pada graf dilakukan oleh (Zahidah dkk. ,2021), yang meneliti indeks topologi dari graf koprime pada grup quaternion tergeneralisasi. Selain itu, (Alimon dkk. , 2020) juga membahas tentang studi yang sama, yaitu menentukan indeks Weiner dan indeks Szeged graf koprime dari grup dihedral. Penelitian terkait lainnya dalam bidang ini turut dilakukan oleh (Nurhabibah dkk.,2021), (Gazir dkk.,2020), dan (Gayatri dkk. ,2023).

Penelitian yang dilakukan oleh (Gayatri dkk. ,2023) mengkaji indeks topologi dari graf koprime untuk grup dihedral dengan orde berbentuk pangkat prima menjadi rujukan utama penulis. Pada penelitiannya membahas mengenai bentuk pola graf koprime dari grup dihedral untuk $n = p^k$ dengan p bilangan prima ganjil dan k bilangan asli. Hasil penelitiannya diperoleh representasi graf yang dapat dibentuk menjadi pola umum berupa graf tripartit lengkap. Kemudian graf tersebut diaplikasikan dalam menghitung nilai dari beberapa indeks konektivitas, di antaranya indeks harmonik, indeks Zagreb pertama, indeks Weiner dan indeks Gutman. Namun, dalam pembahasannya ditemukan beberapa kesalahan dalam perhitungan beberapa indeks. Oleh karena itu, dalam penelitian ini dilakukan perhitungan ulang terhadap indeks-indeks konektivitas tersebut dan penambahan beberapa indeks baru. Indeks konektivitas yang akan ditambahkan meliputi indeks Zagreb pertama, indeks Zagreb kedua, indeks Wiener, indeks Hyper Wiener, indeks Harary, indeks Gutman, dan indeks Szeged. Dalam penelitian ini juga, nilai n yang digunakan tidak hanya terbatas pada bentuk p^k , tetapi juga diperluas untuk $n = pq$, di mana p dan q merupakan bilangan prima ganjil.

Penelitian ini akan memperkenalkan indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral. Pembahasan di mulai dengan membahas representasi graf koprime

dari grup dihedral untuk $n = p^k$. Kemudian dilanjutkan dengan menghitung nilai dan rumus umum indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral untuk $n = p^k$. Selanjutnya sebagai pembaruan pada penelitian ini, akan dibahas bentuk dan pola umum graf koprime dari grup dihedral untuk $n = pq$. Penelitian diakhiri dengan menghitung nilai dan rumus umum indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral untuk $n = pq$.

1.2. Batasan Masalah

Skripsi ini berjudul tentang indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral yang membahas tentang representasi graf koprime dari grup dihedral dengan dibatasi pada nilai $n = p^k$ dengan nilai p yang berupa bilangan prima ganjil dan untuk k adalah bilangan asli. Kemudian dilanjutkan untuk membahas representasi graf koprime dari grup dihedral nilai $n = pq$ dengan p, q bilangan prima ganjil. Selanjutnya, pada pembahasan indeks konektivitas hanya meliputi 7 indeks konektivitas, yaitu indeks Zagreb pertama, indeks Zagreb kedua, indeks Weiner, indeks Hyper Weiner, indeks Harary, indeks Gutman, dan indeks Szeged.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan di atas, kemudian dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana pola graf koprime dari grup dihedral untuk $n = p^k$ dengan p adalah bilangan prima ganjil dan suatu k bilangan asli?
2. Bagaimana pola graf koprime dari grup dihedral untuk $n = pq$ dengan p, q adalah bilangan prima ganjil?
3. Bagaimana indeks - indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral untuk

$n = p^k$ dengan p adalah bilangan prima ganjil dan suatu k bilangan asli?

4. Bagaimana indeks - indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral untuk $n = pq$ dengan p, q adalah bilangan prima ganjil?

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penulis dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari tentang pola graf koprime dari grup dihedral untuk $n = p^k$ dengan p adalah bilangan prima ganjil dan suatu k bilangan asli.
2. Mempelajari tentang pola graf koprime dari grup dihedral untuk $n = pq$ dengan p, q adalah bilangan prima ganjil.
3. Mempelajari tentang indeks - indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral untuk $n = p^k$ dengan p adalah bilangan prima ganjil dan suatu k bilangan asli.
4. Mempelajari tentang indeks - indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral untuk $n = pq$ dengan p, q adalah bilangan prima ganjil.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan pemahaman terkait pola graf koprime dari grup dihedral untuk $n = p^k$ dengan p adalah bilangan prima ganjil dan suatu k bilangan asli.
2. Memberikan pemahaman terkait pola graf koprime dari grup dihedral untuk $n = pq$ dengan p, q adalah bilangan prima ganjil.

3. Memberikan pemahaman terkait indeks - indeks konektivitas graf koprima dari grup dihedral untuk $n = p^k$ dengan p adalah bilangan prima ganjil dan suatu k bilangan asli.
4. Memberikan pemahaman terkait indeks - indeks konektivitas graf koprima dari grup dihedral untuk $n = pq$ dengan p, q adalah bilangan prima ganjil.

1.6. Tinjauan Pustaka

Sebagai acuan yang digunakan penulis untuk landasan teori dalam penulisan skripsi ini bersumber dari buku, makalah, jurnal, dan skripsi.

1. Jurnal karya Abdul Gazir Syarifudin, I Gede Adhitya Wisnu Wardhana, Ni Wayan Switrayni, dan Qurratul Aini (2019) dengan judul *Some Properties of Coprime Graph of Dihedral Group D_{2n} When n is a prime power* membahas tentang berbagai sifat struktural dari graf koprima yang dihasilkan, termasuk karakteristik graf yang terbentuk berdasarkan sifat-sifat aljabar dari grup dihedral.
2. Jurnal karya Abdul Gazir Syarifudin, I Gede Adhitya Wisnu Wardhana, dan Ni Wayan Switrayni (2020) dengan judul *The Degree, Radius, and Diameter of Coprime Graph of Dihedral Group* membahas tentang parameter - parameter graf koprima dari grup dihedral.
3. Jurnal karya Nur Idayu Alimon, Nur Haniza Sarmin, dan Ahmad Erfanian (2020) dengan judul *The Szeged and Weiner Indices for Coprime Graph of Dihedral Groups* membahas tentang indeks Szeged dan indeks Weiner pada graf koprima dari grup dihedral.
4. Jurnal karya Marena Rahayu Gayatri, Rifdah Fadhilah, Sahin Two Lestari,

Lia Fitta Pratiwi, Abdurahim, dan I Gede Adhitya Wisnu Wardhana (2023) dengan judul *Indeks Topologi dari Graf Koprime untuk Grup Dihedral dengan Orde Pangkat Prima* membahas tentang beberapa indeks konektivitas pada graf koprime dari grup dihedral.

Pada penelitian yang dilakukan oleh penulis, terdapat beberapa perbedaan penelitian penulis dengan penelitian sebelumnya. Penelitian ini melanjutkan pengembangan dengan mencari indeks konektivitas pada graf koprime dari grup dihedral dengan mencari pola pembentukan graf untuk $n = pq$ di mana p, q adalah bilangan prima ganjil. Penelitian ini juga memperbaiki beberapa kesalahan yang terdapat pada artikel rujukan. Selanjutnya akan dijelaskan mengenai perbedaan dan persamaan yang dilakukan penulis dalam penelitiannya dengan rujukan yang telah dicantumkan. Berikut diberikan tabel persamaan dan perbedaan penelitian.

Tabel 1.1 Tabel Persamaan dan Perbedaan

No	Judul (Tahun)	Penulis	Persamaan	Perbedaan
1.	<i>Some Properties of Coprime Graph of Dihedral Group D_{2n} When n is a prime power (2019)</i>	Abdul Gazir Syarifudin, I Gede Adhitya Wisnu Wardhana, Ni Wayan Switrayni, dan Qurratul Aini	Representasi graf koprime dari grup dihedral untuk n bilangan prima.	Membahas indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral untuk $n = p^k$ dan $n = pq$.

No	Judul	Penulis	Persamaan	Perbedaan
2.	<i>The Degree, Radius, and Diameter of Coprime Graph of Dihedral Group (2020)</i>	Abdul Gazir Syarifudin, I Gede Adhitya Wisnu Wardhana, dan Ni Wayan Switrayni	Derajat verteks pada graf koprime dari grup dihedral.	Membahas indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral untuk $n = p^k$ dan $n = pq$.
3.	<i>The Szeged and Weiner Indices for Coprime Graph of Dihedral Groups (2020)</i>	Nur Idayu Haniza Sarmin, dan Ahmad Erfanian	Membahas tentang indeks Szeged dan indeks Weiner dengan n adalah bilangan prima ganjil.	Menambahkan beberapa indeks konektivitas dan menambahkan indeks konektivitas pada graf koprime dari grup dihedral dengan $n = pq$.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

No	Judul	Penulis	Persamaan	Perbedaan
3.	<i>Indeks Topologis dari Graf Koprime untuk Grup Dihedral dengan Orde Pangkat Prima (2023)</i>	Marena Rahayu Gayatri, Rifdah Fadhilah, Sahin Two Lestari, Lia Fitta Pratiwi, Abdurahim, dan I Gede Adhitya Wisnu Wardhana	Membahas tentang indeks konektivitas pada graf koprime dari grup dihedral dengan $n = p^k$ dimana p bilangan prima ganjil dan k bilangan asli.	Memperbaiki beberapa kesalahan dalam perhitungan indeks konektivitas dan menambahkan pembahasan indeks konektivitas pada graf koprime dari grup dihedral dengan $n = pq$.

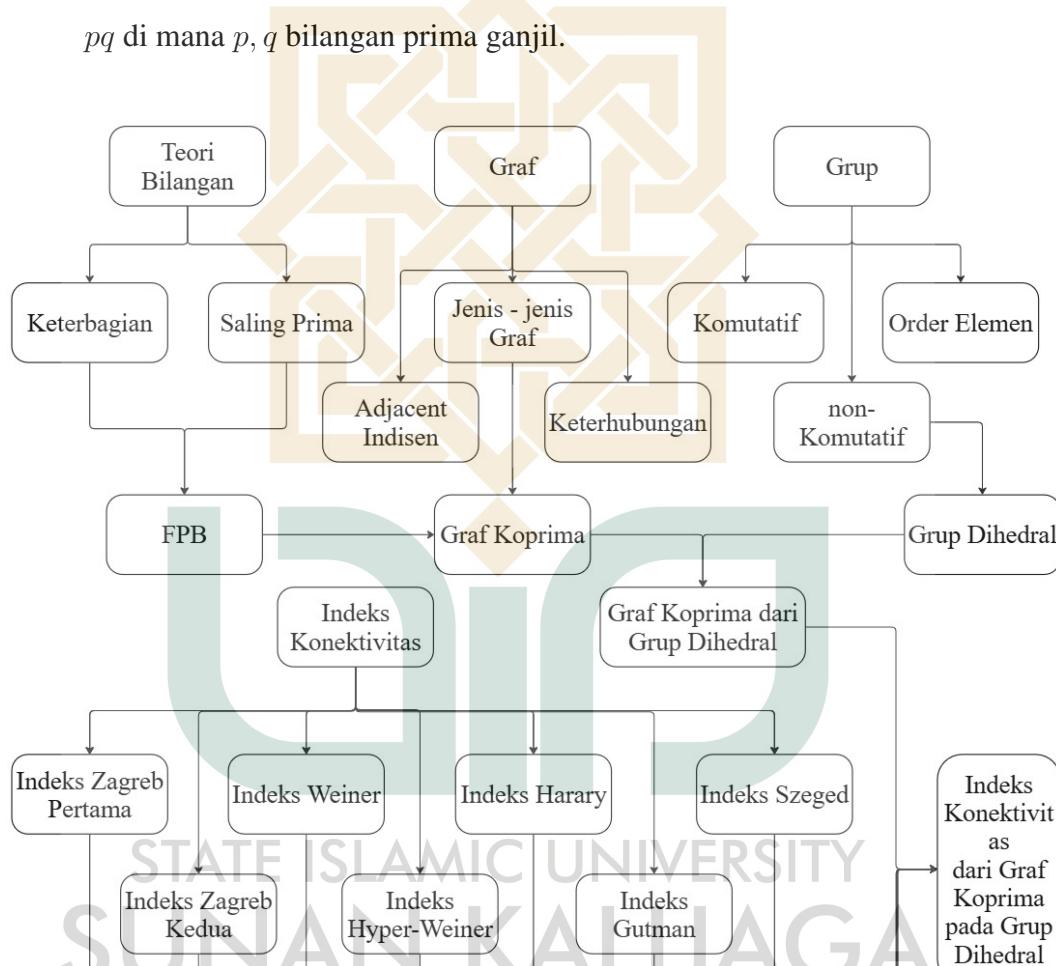
1.7. Metode Penelitian

Penelitian ini penulis menggunakan metode studi literatur. Studi literatur diambil dari buku-buku referensi, jurnal-jurnal terkait topik penelitian yaitu; konsep dasar grup dihedral, graf koprime, indeks konektivitas, dan indeks konektivitas pada pada graf koprime dari grup dihedral. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penulisan ini adalah:

1. Membahas konsep dasar dari grup dihedral dan graf koprime.
2. Membahas representasi graf koprime dari grup dihedral dengan $n = p^k$ dimana p bilangan prima ganjil dan suatu k bilangan asli.
3. Membahas indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral dengan $n =$

p^k di mana p bilangan prima ganjil dan suatu k bilangan asli.

4. Membahas representasi graf koprime dari grup dihedral dengan $n = pq$ di mana p, q bilangan prima ganjil.
5. Membahas indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral dengan $n = pq$ di mana p, q bilangan prima ganjil.

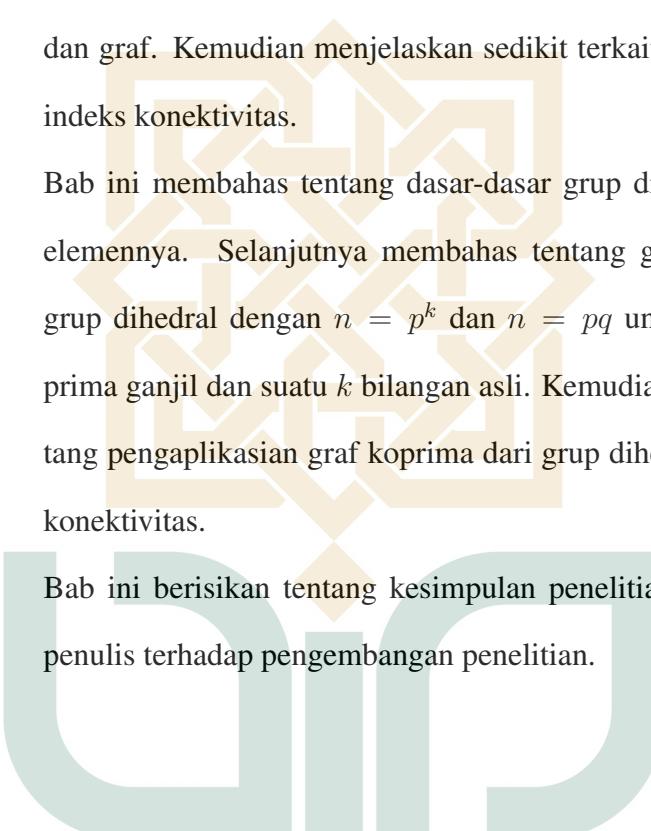


Gambar 1.1 Skema Metode Penelitian

1.8. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini terbagi menjadi lima bab, yaitu sebagai berikut:

- BAB 1** : Bab ini membahas tentang latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian, dan sistematika penulisan.
- BAB 2** : Bab ini membahas tentang dasar-dasar dari teori bilangan, grup, dan graf. Kemudian menjelaskan sedikit terkait definisi indeks - indeks konektivitas.
- BAB 3** : Bab ini membahas tentang dasar-dasar grup dihedral dan order elemennya. Selanjutnya membahas tentang graf koprima dari grup dihedral dengan $n = p^k$ dan $n = pq$ untuk p, q bilangan prima ganjil dan suatu k bilangan asli. Kemudian membahas tentang pengaplikasian graf koprima dari grup dihedral pada indeks konektivitas.
- BAB 4** : Bab ini berisikan tentang kesimpulan penelitian dan saran dari penulis terhadap pengembangan penelitian.



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB IV

PENUTUP

Bab penutup ini akan diberikan kesimpulan dan saran-saran yang dapat diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

4.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil penulis setelah menyelesaikan pembuatan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Graf koprime dibentuk dari himpunan verteks yang terdiri dari semua elemen dalam grup dihedral, di mana dua verteks saling terhubung jika dan hanya jika orde elemennya saling prima. Struktur graf koprime yang dihasilkan dari grup dihedral dengan $n = p^k$ adalah graf tripartit lengkap. Hal ini terjadi karena elemen rotasi dan elemen refleksi saling terhubung karena memiliki order elemen yang saling prima. Kemudian karena order elemen identitas adalah 1, maka semua verteks pasti terhubung pada elemen identitas. Akibatnya, terbentuk graf tripartit lengkap yang terbentuk dari elemen identitas, elemen rotasi, dan elemen refleksi.
2. Struktur graf koprime dari grup dihedral dengan $n = pq$ yang dihasilkan menjadi lebih kompleks. Elemen rotasi dapat dipisahkan menjadi tiga partisi, di mana dua partisi membentuk graf 4-partit lengkap dengan elemen refleksi dan elemen identitas, sementara satu partisi lainnya membentuk graf tripartit lengkap dengan elemen refleksi dan elemen identitas. Graf tripartit lengkap

dibentuk dari elemen rotasi berorde pq , elemen refleksi, dan elemen identitas, sedangkan graf 4-partit lengkap dibentuk dari elemen rotasi berorde p atau q , elemen refleksi, dan elemen identitas. Dengan demikian, pola graf yang terbentuk adalah graf yang memuat graf tripartit lengkap dan graf 4-partit lengkap.

3. Indeks konektivitas graf koprime dari grup dihedral dapat ditentukan dengan menganalisis derajat dan jarak berdasarkan pola graf yang terbentuk. Berikut adalah hasil indeks konektivitas yang telah diperoleh.

Tabel 4.1 Tabel Indeks Konektivitas

No	Indeks Konektivitas	$n = p^k$	$n = pq$
1.	Indeks Zagreb Pertama	$2n^3 + 5n^2 - 5n$	$(2n^3 + 9n^2 - n + 2) - (3np + p + p^2) - (3nq + q + q^2)$
2.	Indeks Zagreb Kedua	$n^4 + 4n^3 - 3n - 2n + 1$	$(n^4 + 7n^3 + 3n^2 + n - 1) - (2n^2p + np^2 + 4np - 2p) - (2n^2q + nq^2 + 4nq - 2q)$
3.	Indeks Weiner	$3n^2 - 3n + 1$	$3n^2 - 4n + p + q$
4.	Indeks Hyper-Weiner	$4n^2 - 5n + 1$	$8n^2 - 14n + 4p + 4q$
5.	Indeks Harary	$\frac{3n^2 - 1}{2}$	$\frac{3n^2 + n - p - q}{2}$

No	Indeks Konektivitas	$n = p^k$	$n = pq$
6.	Indeks Gutman	$3n^4 + 2n^3 - 6n^2 - n + 3$	$(3n^4 + 7n^3 + 4n^2 + 8n - 1) + (-6n^2p - 9np + np^2 - p + 5p^2) + (-6n^2q - 9nq + nq^2 - q + 5q^2)$
7.	Indeks Szeged	$n^4 - 4n^3 + 5n^2 - 2n$	$(n^4 - 6n^3 + 6n^2 + 9n + 4n) + (2n^2p - 5np - 6p + 2p^2) + (2n^2q - 5nq - 6q + 2q^2)$

4.2. Saran

Saran yang akan penulis sampaikan untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Penelitian selanjutnya dapat meneliti pola graf koprime untuk grup dihedral dengan n berbentuk hasil kali lebih dari dua bilangan prima, misalnya $n = pqr$ atau $n = p_1^{k_1}p_2^{k_2}\dots p_m^{k_m}$.
2. Penelitian selanjutnya dapat diarahkan pada jenis graf lain yang dibentuk dari grup dihedral, seperti graf prima-koprime, graf pangkat, atau graf yang lain.
3. Penelitian berikutnya bisa berfokus pada grup selain grup dihedral, seperti grup siklik, grup simetris, grup alternating, ataupun grup lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Alimon, N. I., Sarmin, N. H., dan Erfanian, A. (2018). *Topological indices of non-commuting graph of dihedral groups*. Malaysian Journal of Fundamental and Applied Sciences, 473-476.
- Alimon, N. I., Sarmin, N. H., dan Erfanian, A. (2020). *The Szeged and Wiener indices for coprime graph of dihedral groups*. In AIP Conference Proceedings (Vol. 2266, No. 1). AIP Publishing.
- Assari, A. dan Hosseinzadeh, N., (2013). *Graph Operations on Cayley Graphs of Semigroups*. International Journal of Applied Mathematical Research, <https://doi.org/10.14419/ijamr.v3i1.1712>.
- Burton, M. David (2007). *Elementary Number Theory Seventh Edition*. McGraw-Hill.
- Dheana, C. E. (2024). *Representasi Grup Dihedral dan Grup Quaternion Tergeneralisasi pada Graf Order Elemen*. Doctoral dissertation, UIN SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA.
- Dorbidi, H. R. (2016). *A Note on the Coprime Graph of a Group*. In International Journal of Group Theory ISSN (Vol. 5, Issue 4, pp. 17–22). <https://doi.org/10.22108/IJGT.2016.9125>
- Dummit, David. S., dan Foote, Richard. M. (2004). *Abstract Algebra*. John Wiley and Son.
- Gallian, J. (2021). *Contemporary abstract algebra*. Chapman and Hall/CRC.

Gazir, A. S., Romdhini, M.U., Switrayni, N.W. dan Aini, Q., (2019). *Some Properties of Coprime Graph of Dihedral Group D_{2n}* . In Present at 5th Biennial Group Theory International Conference.

Gazir, A. S., Wardhana, I. G. A. W., dan Switrayni, N. W. (2020). *The degree, radius, and diameter of coprime graph of dihedral group*. In Proceeding International Conference on Science. (Vol. 1, No. 1, pp. 149-154)

Gazir, A. S., Santi, L. M., Faradiyah, A. R., Wijaya, V. R., dan Suwastika, E. (2023). *Topological Indices of the Relative Coprime Graph of the Dihedral Group*. Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika, 7(3), 698-711.

Gayatri, M. R., Fadhilah, R., Lestari, S. T., Pratiwi, L. F., Abdurahim, A., dan Wardhana, I. G. A. W. (2023). *Topology Index of the Coprime Graph for Dihedral Group of Prime Power Order*. Jurnal Diferensial, 5(2), 126-134.

Gutman, I., dan Trinajstić, N. (1972). *Graph theory and molecular orbitals. Total φ -electron energy of alternant hydrocarbons*. Chemical Physics Letters, 17(4), 535–538.

Gutman, I. (1994). *A formula for the Wiener number of trees and its extension to graphs containing cycles*. Graph Theory Notes NY, 27(9), 9-15.

Hamm, J., dan Way, A. (2021). *Parameters of the Coprime Graph of a Group*. International Journal of Group Theory, 10(3), 137–147. <https://doi.org/10.22108/ijgt.2020.112121.1489>

Juliana, R., Masriani, M., Wardhana, I. G. A. W., Switrayni, N. W., dan Irwansyah, I. (2020). *Coprime Graph of Integers Modulo n Group and Its Subgroups*.

Journal of Fundamental Mathematics and Applications (JFMA), 3(1), 15–18. <https://doi.org/10.14710/jfma.v3i1.7412>

Luo, Y., Hao, Y., dan Clarke, G. T., (2011). *On the Cayley Graphs of Completely Simple Semigroups*. Semigroup Forum, 288–295.

Ma, X., Wei, H., dan Yang, L. (2014). *The coprime graph of a group*. International Journal of Group Theory. (3:13–23)

Munandar, Arif. (2022). *Pengantar Matematika Diskrit dan Teori Graf*. Sleman : Penerbit Deepublish (CV Budi Utama).

Nurhabibah, N., Syarifudin, A. G., dan Wardhana, I. G. A. W. (2021). *Some Results of The Coprime Graph of a Generalized Quaternion Group Q_{4n}* . InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics, 3 (1), 29–33.

Plavšić, D., Nikolić, S., Trinajstić, N., dan Mihalić, Z. (1993). *On the Harary index for the characterization of chemical graphs*. Journal of Mathematical Chemistry, 12, 235-250.

Qumah, L. (2020). *Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari graf non-nilradical gelanggang komutatif dengan unsur kesatuan*. Doctoral dissertation, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.

Randić, M. (1993). *Novel molecular descriptor for structure property studies*. Chemical Physics Letters, 211(4-5), 478-483.

Wang, S. F., (2013). *A Problem on Generalized Cayley Graphs of Semigroups*. Semigroup Forum, 221–223.

Wiener, H. (1947). *Structural determination of paraffin boiling points*. Journal of the American chemical society, 69(1), 17-20.

Zahidah, S., Mahanani, D. M., dan Oktaviana, K. L. (2021). *Connectivity indices of coprime graph of generalized quaternion group*. J. Indones. Math. Soc, 27(03), 285-296.

