

SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN DAN STRATEGI KONTROL OPTIMAL SERTA
EFEKTIVITAS BIAYA PADA MODEL MATEMATIKA DINAMIKA
KORUPSI**



RATNA SINTA DEWI

21106010014

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2025

**ANALISIS KESTABILAN DAN STRATEGI KONTROL
OPTIMAL SERTA EFEKTIVITAS BIAYA PADA MODEL
MATEMATIKA DINAMIKA KORUPSI**

SKRIPSI

Untuk memenuhi sebagai persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika



diajukan oleh

RATNA SINTA DEWI

21106010014

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

2025

HALAMAN PENGESAHAN



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1043/Un.02/DST/PP.00.9/06/2025

Tugas Akhir dengan judul : Analisis Kestabilan dan Strategi Kontrol Optimal serta Efektivitas Biaya pada Model Matematika Dinamika Korupsi

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : RATNA SINTA DEWI
Nomor Induk Mahasiswa : 21106010014
Telah diujikan pada : Rabu, 04 Juni 2025
Nilai ujian Tugas Akhir : A-

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 684635316b579



Penguji I

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6847e774b576



Penguji II

Arif Munandar, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 684a45d520d80



Yogyakarta, 04 Juni 2025
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 684a4a47c47e

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Ratna Sinta Dewi

NIM : 21106010014

Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Dan Strategi Kontrol Optimal Serta Efektifitas Biaya Pada Model Matematika Dinamika Korupsi

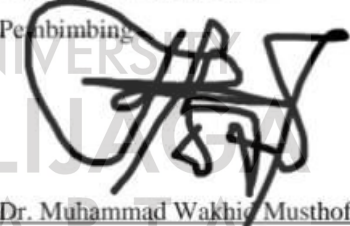
sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 24 Mei 2025

Pembimbing


Dr. Muhammad Wakhid Musthofa,
S.Si, M.Si.

NIP. 19800402 200501 1 003

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ratna Sinta Dewi
NIM : 21106010014
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 26 Mei 2025


Ratna Sinta Dewi

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini penulis persembahkan dengan rasa syukur kepada kedua orang tua tercinta, kakak yang selalu mendukung. Dan tidak lupa diriku sendiri, terimakasih telah bertahan sejauh ini. Untuk segala rasa lelah, air mata yang selalu disembunyikan, dan semangat yang tak pernah sirna.



HALAMAN MOTTO

“Nikmati setiap prosesnya dengan sabar, karena Allah lebih tahu mana yang terbaik dan kapan waktu yang terbaik itu datang”

“Karena hidup adalah tentang melanjutkan, bukan mengulang” — Tere liye



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PRAKATA

Alhamdulillahirabbil ‘alamin, puji syukur atas kehadiran Allah SWT. yang telah memberikan rahmat, hidayah, serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan dan Strategi Kontrol Optimal serta Eektivitas Biaya pada Model Matematika Dinamika Korupsi” dapat berjalan sesuai dengan rencana dan tanpa kendala yang sangat berarti. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita, Nabi Muhammad SAW. yang merupakan suri tauladan bagi umat muslim. Adapun penyusunan laporan ini merupakan salah satu syarat untuk menempuh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Selama proses penyusunan skripsi ini, dengan sungguh-sungguh penulis ingin mengakui bahwa dalam proses penulisan skripsi ini, penulis mendapat berbagai bimbingan, motivasi, bantuan serta arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan banyak terimakasih kepada :

1. Prof. Noorhaidi, M.A., M.Phil., Ph.D., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Prof. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga.
3. Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
4. Sri Utama Zuliana, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan arahan terkait masalah akademik kepada penulis selama menempuh studi di Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
5. Bapak Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing Skripsi yang telah membimbing, mengarahkan, serta memberi

nasihat kepada penulis dalam menyusun skripsi ini hingga terselesaikan dengan baik.

6. Bapak/Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga yang telah memberikan banyak ilmu, pengetahuan, pengalaman serta keteladanan selama penulis menempuh masa studi.
7. Orang tua tersayang, Bapak Kayanto Hadi Saputro dan Ibu Nunung Sa'diyah yang selalu memberikan doa, dan dukungan tanpa henti. Selalu menjadi sumber kekuatan dan motivasi agar cepat menyelesaikan skripsi ini.
8. Kakak terkasih, Tri Wibowo Mukti yang selalu mendukung penulis dalam setiap langkah, dan tidak pernah lelah memberikan nasihat serta masukan kepada penulis.
9. Diri sendiri, yang telah bertahan, berusaha, dan tidak menyerah dalam menyelesaikan skripsi ini.
10. Mas ADK, yang selalu memberikan dukungan, semangat, dan kata-kata penyemangat yang tidak ada habisnya. Selalu hadir disetiap langkah perjalanan ini, selalu memberikan kekuatan, keyakinan, dan pengingat agar terus berjalan dan tidak menyerah.
11. The Women Riot yang selalu memberikan semangat, dukungan, motivasi, serta selalu ada untuk penulis, terimakasih telah kebersamai dari masa sekolah di MA hingga sekarang.
12. Awliya, Nurul, Fadia, dan Adel yang selalu memberikan masukan, dukungan, semangat, motivasi, dan menjadi teman serta sahabat yang baik dalam setiap proses perkuliahan serta penulisan skripsi ini.
13. Teman-teman terapan angkatan 2021 yang selalu memberikan dukungan serta doa satu sama lain.
14. Teman-teman matematika angkatan 2021 yang telah kebersamai dari semester awal hingga akhir serta doa dan dukungan satu sama lain.
15. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyusun skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Terimakasih kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak terdapat kesalahan dan kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan segala bentuk kritik dan saran bagi pembaca skripsi ini demi menyempurnakan penulisan skripsi ini di masa mendatang. Semoga karya ini dapat memberikan manfaat, baik bagi penulis pribadi, perkembangan ilmu pengetahuan, maupun para pembaca.

Yogyakarta, 21 april 2025

Penulis



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
HALAMAN PERSETUJUAN.....	iii
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO.....	vi
PRAKATA.....	vii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMBANG.....	xv
INTISARI.....	xvi
ABSTRACT.....	xvii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah.....	1
1.2. Rumusan Masalah	4
1.3. Batasan Masalah.....	4
1.4. Tujuan Penelitian.....	5
1.5. Metode Penelitian.....	5
1.6. Manfaat Penelitian.....	7
1.7. Tinjauan Pustaka.....	8
1.8. Sistematika Penulisan.....	9
BAB II LANDASAN TEORI	11
2.1. Korupsi	11
2.2. Model Matematika	15
2.3. Determinan	19
2.3.1. Ekspansi Kofaktor	20
2.4. Persamaan Diferensial	22
2.4.1. Persamaan diferensial biasa	23
2.4.2. Persamaan diferensial parsial.....	23
2.5. Sistem Persamaan Diferensial	24

2.5.1. Sistem persamaan diferensial linear.....	24
2.5.2. Sistem persamaan diferensial nonlinear.....	25
2.6. Analisis Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear.....	25
2.6.1. Sistem nonlinear.....	26
2.6.2. Titik ekuilibrium	26
2.6.3. Nilai eigen dan vektor eigen	27
2.6.4. Linearisasi	29
2.6.5. Kestabilan.....	32
2.6.6. Bilangan reproduksi dasar.....	33
2.6.7. Fungsi Lyapunov.....	36
2.6.8. Prinsip invariant <i>LaSalle</i>	38
2.7. Analisis Sensitivitas	41
2.8. Kontrol Optimal	41
2.8.1. Prinsip minimum Pontryagin	43
BAB III PEMBAHASAN	44
3.1. Pemberantasan Korupsi dalam Perspektif Islam	44
3.2. Formulasi Model	46
3.2.1. Definisi kompartemen model.....	46
3.2.2. Definisi variable model.....	49
3.2.3. Definisi parameter model.....	50
3.2.4. Persamaan model	50
3.3. Analisis Model	53
3.3.1. Daerah invariant.....	53
3.3.2. Solusi positif	54
3.3.3. Titik ekuilibrium bebas korupsi	55
3.3.4. Bilangan reproduksi dasar.....	57
3.3.5. Kestabilan lokal titik ekuilibrium bebas korupsi	62
3.3.6. Kestabilan global titik ekuilibrium bebas korupsi	67
3.3.7. Titik ekuilibrium endemik korupsi.....	68
3.3.8. Kestabilan Global Titik Ekuilibrium Endemik	72
BAB IV KONTROL OPTIMAL.....	75
4.1. Analisis Sensitivitas	75
4.2. Model Kontrol Optimal	82
4.3. Simulasi Numerik.....	87

4.3.1. Solusi numerik saat $R_0 < 1$	89
4.3.2. Solusi numerik saat $R_0 > 1$	90
4.3.3. Strategi intervensi untuk meminimalkan dinamika korupsi.....	97
4.4. Strategi Hemat Biaya.....	99
BAB V PENUTUP.....	101
5.1. Kesimpulan.....	101
5.2. Saran	103
DAFTAR PUSTAKA	104
LAMPIRAN 1 Souch Code Kestabilan ($R_0 < 1$)	108
LAMPIRAN 2 Souch Code Kontrol Optimal.....	111
CURRICULUM VITAE	121

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1. Tinjauan Pustaka	8
Tabel 3.1. Simbol Variabel Model dan Definisinya	49
Tabel 3.2. Simbol Parameter Model dan Definisinya	50
Tabel 4.1. Simbol Parameter dan Deskripsinya pada Model (3.1).....	81
Tabel 4.2. Indeks Sensitivitas Parameter.....	81
Tabel 4.3. Nilai Parameter Bebas Penyakit.....	88
Tabel 4.4. Nilai Parameter Endemik	88
Tabel 4.5. Nilai Awal Subpopulasi	88
Tabel 4.6. Nilai Konstanta Bobot.....	89
Tabel 4.7. Total Infeksi yang Berhasil Diselamatkan dan Biaya yang dapat Dihindari untuk Tiga Strategi.....	99
Tabel 4.8. Total Pencegahan Infeksi dan Biaya yang Dikeluarkan Akibat Penggunaan ICER.....	99
Tabel 4.9. Total Infeksi yang Dicegah dan Biaya yang Dikeluarkan sebagai Hasil dari Penggunaan ICER.....	100

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1. Flowchart Proses Penelitian	7
Gambar 2.1. Tren Korupsi 2019-2023	12
Gambar 2.2. Tahapan Pemodelan.....	19
Tabel 3.2. Simbol Parameter Model dan Definisinya	50
Gambar 3.1. Transmisi Skematis dari Korupsi	51
Tabel 4.2. Indeks Sensitivitas Parameter.....	81
Tabel 4.3. Nilai Parameter Bebas Penyakit.....	88
Gambar 4.1. Grafik Perubahan Banyaknya Individu untuk $R_0 < 1$	90
Gambar 4.2. Grafik Simulasi Numerik Populasi Rentan dengan Kontrol Pencegahan.....	91
Gambar 4.3. Grafik Simulasi Numerik Populasi Rentan dengan Kontrol Hukuman	91
Gambar 4.4. Grafik Simulasi Numerik Populasi Rentan dengan Kontrol Pencegahan dan Hukuman	92
Gambar 4.5. Grafik Simulasi Numerik Populasi Terpapar dengan Kontrol Pencegahan.....	93
Gambar 4.6. Grafik Simulasi Numerik Populasi Terpapar dengan Kontrol Hukuman	93
Gambar 4.7. Grafik Simulasi Numerik Populasi Terpapar dengan Kontrol Pencegahan dan Hukuman	93
Gambar 4. 8. Grafik Simulasi Numerik Populasi Koruptor dengan Kontrol Pencegahan.....	94
Gambar 4.9. Grafik Simulasi Numerik Populasi Koruptor dengan Kontrol Hukuman.....	94
Gambar 4.10. Grafik Simulasi Numerik Populasi Koruptor dengan Kontrol Pencegahan dan Hukuman	94
Gambar 4.11. Grafik Simulasi Numerik Populasi Pulih dengan Kontrol Pencegahan	95
Gambar 4.12. Grafik Simulasi Numerik Populasi Pulih dengan Kontrol Hukuman	95
Gambar 4.13. Grafik Simulasi Numerik Populasi Pulih dengan Kontrol Pencegahan dan Hukuman	95
Gambar 4.14. Grafik Simulasi Numerik Populasi Jujur dengan Kontrol Pencegahan	96
Gambar 4.15. Grafik Simulasi Numerik Populasi Jujur dengan Kontrol Hukuman	96
Gambar 4.16. Grafik Simulasi Numerik Populasi Jujur dengan Kontrol Pencegahan dan Hukuman	96
Gambar 4.17. Grafik Kontrol Pencegahan (u_1)	97
Gambar 4.18. Grafik Kontrol Hukuman (u_2)	97
Gambar 4.19. Grafik Kontrol Pencegahan dan Hukuman	97

DAFTAR LAMBANG

Simbol-simbol yang digunakan dalam skripsi ini memiliki makna masing-masing sebagai berikut

$N(t)$: Total populasi dinamika korupsi pada waktu t .

$S(t)$: Jumlah individu yang rentan pada waktu t .

$E(t)$: Jumlah individu yang terpapar pada waktu t .

$C(t)$: Jumlah individu yang korupsi pada waktu t .

$R(t)$: Jumlah individu yang pulih pada waktu t .

$H(t)$: Jumlah individu yang kebal pada waktu t .

Ψ : Tingkat perekrutan individu yang rentan

β : Tingkat populasi yang memungkinkan seseorang terlibat korupsi jika memiliki kesempatan.

γ : Proporsi yang pulih menjadi rentan.

τ : Laju manusia yang terpapar menjadi korup karena kurangnya transparansi.

θ : Laju manusia yang terkorupsi menjadi pulih karena kesadaran.

μ : Tingkat kematian alami populasi manusia.

ω : Tingkat konversi dari yang pulih menjadi jujur atau rentan.

α : Tingkat manusia yang rentan menjadi jujur.

u_1 : Kontrol pencegahan

u_2 : Kontrol hukuman

INTISARI

Analisis Kestabilan dan Strategi Kontrol Optimal serta Efektivitas Biaya Pada Model Matematika Dinamika Korupsi

Oleh

RATNA SINTA DEWI

21106010014

Korupsi merupakan tindakan ilegal yang bertujuan untuk mendapatkan keuntungan pribadi maupun kelompok tertentu yang dapat merugikan kepentingan umum melalui penyalahgunaan kekuasaan, oleh karena itu pemberantasan korupsi menjadi tujuan utama di setiap negara untuk membangun ketahanan nasional. Model matematika dinamika korupsi membagi populasi model menjadi lima kompartemen, yaitu *SECRH* (*Susceptible–Expose–Corrupt–Recover–Honest*). Model ini memiliki dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas korupsi dan titik ekuilibrium endemik korupsi. Analisis kestabilan dilakukan dengan menghitung bilangan reproduksi dasar melalui matriks generalisasi, linearisasi, dan metode *Lyapunov* sedangkan analisis strategi kontrol optimal melalui prinsip minimum *Pontryagin* dengan menggunakan dua strategi pengendalian, serta metode *incremental cost effective ration* (ICER) digunakan untuk analisis strategi biaya yang efektif. Hasil analisis menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas korupsi dan titik ekuilibrium endemik korupsi stabil asimtotik, selain itu strategi kontrol dan hemat biaya yang paling optimal adalah dengan melakukan pencegahan dan hukuman.

Kata kunci : Dinamika korupsi, model matematika, kestabilan, kontrol optimal, efektivitas biaya

ABSTRACT

Stability Analysis and Optimal Control Strategy and Cost-Effectiveness of a Mathematical Model of Corruption Dynamics

By

RATNA SINTA DEWI

21106010014

Corruption is an illegal act aimed at obtaining personal or group gains that can harm the public interest through the abuse of power. Therefore, eradicating corruption is a primary goal in every country in order to build national resilience. The mathematical model of corruption dynamics divides the model population into five compartments, namely SECRH (Susceptible–Exposed–Corrupt–Recovered–Honest). This model has two equilibrium points: the corruption-free equilibrium point and the endemic corruption equilibrium point. Stability analysis is conducted by calculating the basic reproduction number through generalization matrices, linearization, and the Lyapunov method, while optimal control strategy analysis is conducted through Pontryagin's minimum principle using two control strategies, and the incremental cost-effective ratio (ICER) method is used for cost-effective strategy analysis. The analysis results show that the corruption-free equilibrium point and the endemic corruption equilibrium point are asymptotically stable. Additionally, the most optimal control and cost-effective strategy is to implement prevention and punishment measures.

Keywords : Corruption dynamics, mathematical model, stability, optimal control, cost effectiveness.

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini membahas beberapa aspek yang menjadi dasar penulisan skripsi seperti latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, dan sistematika penulisan.

1.1. Latar Belakang Masalah

Istilah “korupsi” berasal dari bahasa Latin “*corruptus*”, yang memiliki arti mengganggu atau merusak. Korupsi diartikan sebagai tindakan ilegal yang bertujuan agar mendapatkan keuntungan pribadi atau kelompok tertentu, yang merugikan kepentingan umum melalui penyalahgunaan kekuasaan (Keno & Legesse, 2023). Para ahli menjelaskan korupsi sebagai tindakan yang buruk, seperti penggelapan, suap-menyuap, serta memanipulasi keuangan yang dapat merugikan perekonomian (Rasyidi, 2014). Sedangkan menurut Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2001, korupsi diartikan sebagai tindakan ilegal yang dilakukan oleh individu atau kelompok untuk memperoleh keuntungan pribadi atau bagi perusahaan, yang berdampak merugikan keuangan negara ataupun perekonomian nasional (Sahal, 2018).

Korupsi merupakan masalah utama yang dihadapi berbagai negara, terutama negara berkembang seperti Indonesia. Korupsi dianggap sebagai masalah yang signifikan karena korupsi berkontribusi terhadap ketegangan serta konflik, oleh karena itu dinamika korupsi sangat penting untuk dikaji. Selain itu, korupsi dapat disebabkan oleh beberapa faktor utama, yaitu rendahnya gaji pejabat negara dibanding kebutuhan hidupnya, lemahnya pengawasan masyarakat, kurangnya integritas pejabat, serta lemahnya penegakan (Ka & Umat, 1976).

Pemberantasan korupsi sudah menjadi tujuan utama di setiap negara untuk membangun ketahanan nasional. Strategi untuk memberantas korupsi yaitu dengan menuntaskan dan meningkatkan reformasi birokrasi nasional. Sedangkan untuk mengurangi peluang terjadinya korupsi, maka perlu adanya birokrasi yang transparan, efisien, dan pengelolaan yang baik. Sedangkan menurut pandangan islam, strategi untuk memberantas korupsi yaitu dengan menggunakan sistem pembuktian balik yang diperkenalkan oleh Umar bin Khattab (Syarif, 2010).

Setiap muslim memiliki kewajiban untuk memberantas korupsi, karena korupsi merupakan salah satu bentuk kemungkaran yang harus diberantas (Nuzulia, 2013), sebagaimana dinyatakan dalam QS. Ali-Imran ayat 104 :

وَأَتَكُنْ مِنْكُمْ أُمَّةٌ يَدْعُونَ إِلَى الْخَيْرِ وَيَأْمُرُونَ بِالْمَعْرُوفِ وَيَنْهَوْنَ عَنِ الْمُنْكَرِ وَأُولَئِكَ هُمُ الْمُفْلِحُونَ ﴿١٠٤﴾

Yang artinya adalah “Sebaiknya di antara kalian terdapat sekelompok orang yang menyeru kepada kebaikan, mendorong perbuatan yang baik, dan mencegah perbuatan yang buruk. Mereka adalah orang-orang yang beruntung.”

Meskipun berbagai upaya telah dilakukan, namun praktik korupsi masih tetap ada dan menjadi masalah serius di banyak negara, termasuk Indonesia. Hal ini menunjukkan perlunya penelitian dan penerapan strategi yang lebih efektif. Dalam penelitian ini, penulis bertujuan untuk memodelkan dinamika korupsi dalam model matematika. Tujuannya adalah untuk menganalisis penyebaran korupsi, memahami pola perilaku korupsi, mengembangkan strategi kontrol optimal dengan dua langkah pengendalian untuk mengatasi korupsi agar tidak menjadi masalah sosial yang meluas, serta menganalisis strategi biaya yang efektif agar dapat mengukur dampak jangka panjang.

Hal ini melibatkan identifikasi variabel yang memengaruhi perilaku korupsi serta pengembangan model matematis yang menggambarkan hubungan antara variabel-variabel tersebut. Selain itu, pemodelan matematis dinamika korupsi juga membantu memahami faktor-faktor yang memengaruhi perilaku korupsi dan menentukan strategi yang tepat untuk mengatasinya. Sehingga, korupsi tidak lagi menjadi penyakit yang menular dalam masyarakat.

Penelitian mengenai model matematika dinamika korupsi ini telah dilakukan oleh Keno dan Legesse (2023), Fantaye dan Birhanu (2022), dan Alemneh (2020) dengan lokasi penelitian di Ethiopia. Dalam penelitiannya, Alemneh (2020) mengembangkan model pengendalian korupsi yang optimal dengan dua intervensi kontrol, yaitu kampanye melawan korupsi melalui media dan iklan, serta mengekspos individu yang melakukan korupsi ke penjara dan memberikan hukuman. Dengan menggunakan prinsip minimum Pontryagin, kondisi yang diperlukan untuk dinamika pengendalian korupsi yang optimal ditentukan. Hasil analisis model tersebut menunjukkan bahwa intervensi kontrol gabungan merupakan cara terbaik untuk meminimalisir korupsi. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Fantaye dan Birhanu (2022), menyelidiki dinamika pengendalian korupsi yang optimal. Hasil penelitian tersebut mengungkapkan bahwa kombinasi intervensi pencegahan dan hukuman merupakan strategi terbaik untuk mengurangi dinamika korupsi. Sedangkan Keno dan Legesse (2023), memperluas model dinamika korupsi dengan memperkenalkan kompartemen terbuka dan kontrol optimal melalui dua intervensi kontrol, yaitu pencegahan dan hukuman.

Ketiga penelitian tersebut sama-sama membahas model matematika dinamika korupsi dan kontrol optimal dengan intervensi kontrol yang berbeda. Akan tetapi, penelitian yang dilakukan oleh Alemneh (2020) dan Fantaye dan Birhanu (2022) tidak mempertimbangkan dinamika korupsi dengan analisis strategi yang hemat biaya. Oleh karena itu, penelitian yang dilakukan oleh Keno dan Legesse (2023) menganalisis strategi biaya yang efektif yang dilakukan dengan menggunakan metode *increasing cost effective ration*.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, penulis tertarik untuk mengkaji model matematika dinamika korupsi menggunakan model *Susceptible-Expose-Corrupt-Recover-Honest (SECRH)*. Model *SECRH* mempertimbangkan proses transisi individu dari status *Susceptible* (rentan terhadap korupsi) ke status *Expose* (terpapar korupsi), selanjutnya ke status *Corrupt* (terlibat dalam korupsi), kemudian ke status *Recover* (Sembuh atau taubat dari korupsi), dan akhirnya menjadi *Honest* (individu yang jujur atau kebal terhadap korupsi). Dari model ini akan dicari titik ekuilibrium,

yang terdiri dari titik ekuilibrium bebas korupsi dan titik ekuilibrium endemik, serta bilangan reproduksi dasar. Selanjutnya, kestabilan titik ekuilibrium tersebut akan dianalisis, baik secara lokal maupun global. Selain itu, dari model ini juga akan menganalisis strategi kontrol optimal serta strategi biaya yang efektif.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan, pokok permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana model matematika untuk dinamika korupsi?
2. Bagaimana analisis model dalam pemodelan matematika dinamika korupsi?
3. Bagaimana analisis kontrol optimal pada model matematika dinamika korupsi?
4. Bagaimana strategi biaya yang efektif dalam model matematika dinamika korupsi?
5. Bagaimana simulasi numerik dari model matematika pada dinamika korupsi?

1.3. Batasan Masalah

Penelitian ini terfokus pada pembahasan model matematika dinamika korupsi, analisis kestabilan titik ekuilibrium, analisis sensitivitas, analisis kontrol optimal, analisis strategi biaya yang efektif, dan simulasi numerik. Fokus utama dari penelitian ini adalah penyebaran dinamika korupsi menggunakan model *SECRH*. Metode yang digunakan untuk menganalisis kestabilan dinamika korupsi baik stabil secara lokal maupun global dilakukan dengan menghitung bilangan reproduksi dasar (R_0) menggunakan titik ekuilibrium melalui matriks generalisasi, linearisasi, dan metode *Lyapunov*. Untuk menganalisis kontrol optimal menggunakan prinsip minimum *Pontryagin* (*Pontryagin Maximum Principle*). Dan untuk menganalisis strategi biaya yang efektif dilakukan dengan menggunakan metode *incremental cost effective ration*.

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dijelaskan sebelumnya, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mengkonstruksi model matematika dinamika korupsi.
2. Menganalisis kestabilan titik ekuilibrium dalam model matematika dinamika korupsi.
3. Menentukan kontrol optimal pada model matematika dinamika korupsi.
4. Mengidentifikasi strategi biaya yang efektif dalam model matematika dinamika korupsi.
5. Mengetahui simulasi numerik dari model matematika pada dinamika korupsi.

1.5. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dan pemecahan masalah (*problem solving*). Dimana penelitian dilakukan dengan mempelajari, mencermati, dan mengidentifikasi pengetahuan dari jurnal utama serta jurnal pendukung, buku atau artikel lain yang relevan dengan topik ini, baik dari aspek korupsi maupun matematis. Langkah-langkah yang diambil untuk memodelkan dinamika korupsi adalah sebagai berikut.

1. Pengumpulan Data

Data yang digunakan diperoleh dari sumber pustaka, seperti jurnal dan buku yang relevan untuk memodelkan serta menganalisis perilaku koruptor.

2. Formulasi Model

Pemodelan matematika yang diterapkan adalah model *SECRH* (*susceptible-exposed-corrupt-recover-honest*) yang dapat mempresentasikan perilaku korupsi dengan mempertimbangkan variabel dan parameter yang relevan, seperti tingkat perekrutan, tingkat keterlibatan korupsi, tingkat probabilitas penularan, tingkat kesadaran, dan tingkat kejujuran.

3. Analisis Model

Untuk menganalisis model yang telah diformulasikan, tentukan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasarnya terlebih dahulu. Kemudian untuk mengidentifikasi kestabilan pada model sistem persamaan diferensial nonlinear lakukan linearisasi pada kestabilan lokal dan gunakan fungsi Lyapunov pada kestabilan global.

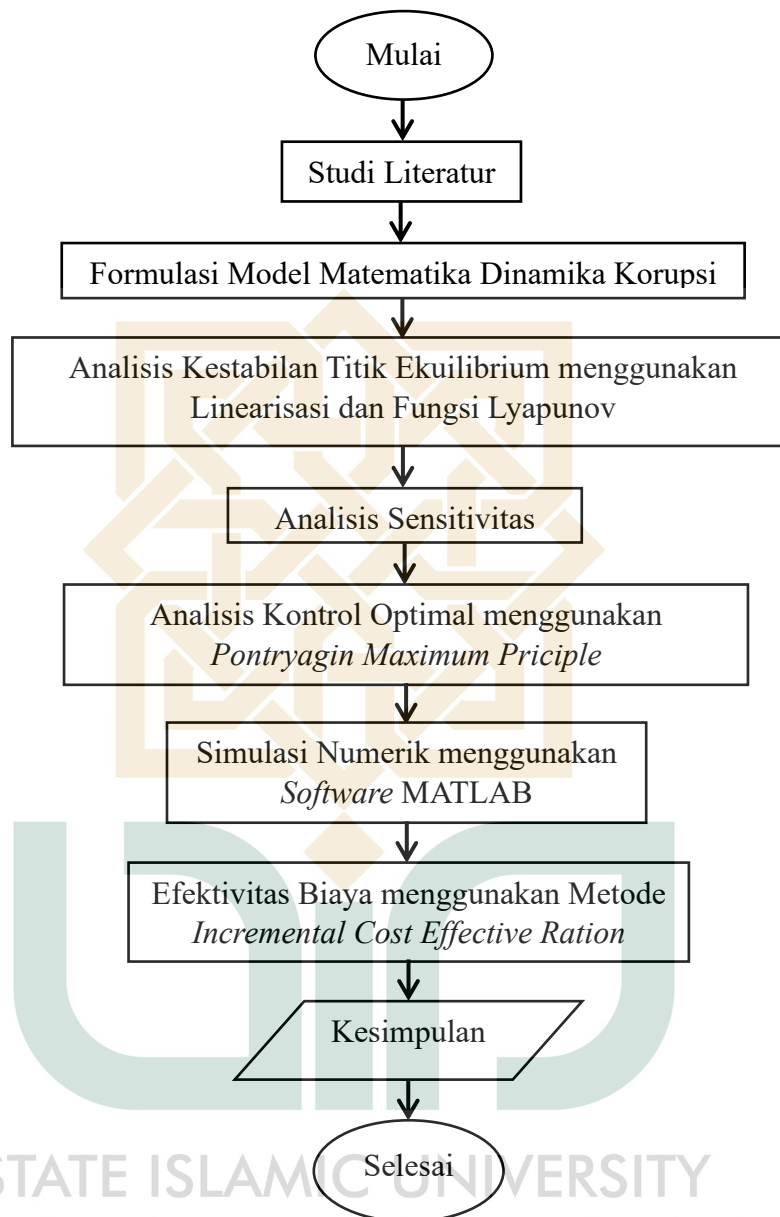
4. Analisis Kontrol Optimal

Untuk menganalisis kontrol optimal pada model yang telah di formulasikan, tentukan fungsi kontrol, fungsi tujuan, dan fungsi Hamiltonnya. Selanjutnya hitung persamaannya menggunakan *Pontryagin Maximum Principle*.

5. Simulasi Numerik

Model yang telah diformulasikan akan disimulasikan menggunakan perangkat lunak (*software*) *MATLAB* untuk mendapatkan gambaran mengenai perilaku korupsi serta strategi kontrol optimal.

Berikut adalah alur yang akan digunakan penulis untuk menyusun skripsi, yang disajikan dalam bentuk *flowchart*.



Gambar 1.1. Flowchart Proses Penelitian

1.6. Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian model matematika dinamika korupsi adalah untuk mendapatkan pemahaman mengenai pola perilaku korupsi dalam populasi melalui pendekatan matematis. Penelitian ini juga diharapkan dapat memberikan dukungan kepada pemerintah dan organisasi dalam merencanakan

langkah-langkah pencegahan yang efektif dengan memprediksi tren korupsi di masa mendatang.

1.7. Tinjauan Pustaka

Dalam penelitian ini, penulis merujuk pada jurnal yang ditulis oleh Keno dan Legesse (2023) di Nekemte, Ethiopia. Jurnal ini dijadikan referensi utama yang membahas mengenai model matematika dinamika korupsi serta analisis strategi kontrol optimal dan efektifitas biaya.

Referensi lain yang digunakan dalam tinjauan pustaka adalah jurnal oleh Danford et al. (2020). Jurnal tersebut membahas model matematika dinamika korupsi di Tanzania dan analisis terkait tindakan pengendalian.

Penulis juga melakukan tinjauan pustaka yang mengacu pada skripsi terkait teori yang diperlukan untuk membahas penelitian ini. Skripsi Hasanudin (2023) yang membahas analisis model matematika SCI (*Susceptible, Corrupt Moral, Informed Adolescent*). Selain itu, penulis merujuk pada buku-buku yang relevan dengan teori yang digunakan, antara lain buku Pemodelan Matematika, Teori Sistem, Persamaan Diferensial, Aljabar Linear Elementer, Fungsi Lyapunov, dan Kontrol Optimal.

Tabel 1.1. Tinjauan Pustaka

No	Peneliti	Judul	Pembahasan
1.	Temesgen Duressa Keno, Fekadu Mosisa Legesse	<i>Modelling and Optimal Control Strategies of Corruption Dynamics</i>	Membahas mengenai model matematika dinamika korupsi serta menganalisis strategi kontrol optimal dan efektifitas biaya
2.	Oscar Danford, Mark Kimathi, Silas Mirau	<i>Mathematical Modelling and Analysis of Corruption Dynamics</i>	Membahas tentang model matematika dinamika korupsi di Tanzania dan

		<i>with Control Measures in Tanzania</i>	analisisnya dengan tindakan pengendalian
3.	Fuad Hasanudin	Pemodelan Matematika dan Analisis pada Perilaku Pergaulan Bebas	Membahas mengenai analisis model matematika SCI

1.8. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini terdiri dari 5 (lima) bab dengan rincian sebagai berikut.

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini mencakup latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini menjelaskan teori-teori yang digunakan untuk membahas model matematika dinamika korupsi. Isinya mencakup korupsi, model matematika, persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, dan analisis sistem persamaan diferensial nonlinear, termasuk sistem nonlinear, titik ekuilibrium, nilai eigen dan vektor eigen, linearisasi, kestabilan, bilangan reproduksi dasar, fungsi Lyapunov dan prinsip invariant LaSalle. Selain itu, juga dibahas analisis sensitivitas dan kontrol optimal.

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini membahas mengenai korupsi dan upaya pemberantasannya, serta formulasi dan analisis model, yang meliputi daerah invariant, solusi positif, titik ekuilibrium, bilangan reproduksi dasar, serta analisis kestabilan lokal dan global.

BAB IV KONTROL OPTIMAL

Bab ini membahas mengenai keputusan strategi kontrol yang bertujuan untuk meminimalkan jumlah orang yang korupsi, simulasi numerik yang diperoleh menggunakan perangkat lunak (*software*) *MATLAB*, dan efektivitas biaya

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan yang diambil dari isi penelitian ini, serta jawaban atas pertanyaan yang terdapat dalam rumusan masalah. Selain itu, bab ini juga menyampaikan saran dari penulis kepada pembaca mengenai strategi pemberantasan korupsi, yang dapat dijadikan sebagai pengembangan untuk penelitian selanjutnya.

BAB V

PENUTUP

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan pada bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan yang merujuk pada rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah ditetapkan pada bab satu. Selain itu, bab ini berisi saran-saran yang diharapkan dapat menjadi pertimbangan lembaga terkait dan pemerintah serta pengembangan lebih lanjut si waktu yang akan datang.

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dan analisis pada bab tiga dan bab empat, diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Model matematika dinamika korupsi dikonstruksikan menggunakan model *SECRH* (*Susceptible, Exposed, Corrupt, Recovered, Honest*). Berdasarkan asumsi-asumsi yang telah ditetapkan, model matematika dinamika korupsi yang diperoleh berupa sistem persamaan diferensial nonlinear, yaitu :

$$\frac{dS}{dt} = \Psi - \beta SC - (\mu + \alpha)S + \gamma\omega R$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SC - (\tau + \mu)E$$

$$\frac{dC}{dt} = \tau E - (\theta + \mu)C$$

$$\frac{dR}{dt} = \theta C - (\mu + \omega)R$$

$$\frac{dH}{dt} = \alpha S + (1 - \gamma)\omega R - \mu H$$

2. Reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) yang diperoleh dari model dinamika korupsi adalah

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\tau\Psi\beta}{(\mu + \tau)(\mu + \theta)(\mu + \alpha)}$$

Selanjutnya, bilangan bilangan reproduksi dasar ($\mathfrak{R}_0$) digunakan untuk menentukan kestabilan suatu sistem. Sistem persamaan model matematika dinamika korupsi memiliki dua titik ekuilibrium, yaitu

1) Titik ekuilibrium bebas korupsi

$$x_0 = (S, E, C, R, H) = \left(\frac{\Psi}{\mu + \alpha}, 0, 0, 0, \frac{\alpha\Psi}{\mu(\mu + \alpha)} \right)$$

2) Titik ekuilibrium endemik korupsi

$$\begin{aligned} x_1 &= (S^*, E^*, C^*, R^*, H^*) \\ &= \left(\frac{\Psi + \gamma\omega R^*}{\beta C^* + \mu + \alpha}, \frac{\beta S^* C^*}{\tau + \mu}, -\frac{D_2}{D_1}, \frac{\theta C^*}{\mu + \omega}, \frac{\alpha S^* + (1 - \gamma)\omega R^*}{\mu} \right) \end{aligned}$$

Dengan

$$D_1 = \beta\mu \left(\theta + \mu + \tau + \frac{\tau\theta}{\mu + \omega} \right)$$

$$D_2 = (\mu + \alpha)(\tau + \mu)(\theta + \mu)(1 - \mathfrak{R}_0)$$

Berdasarkan analisis kestabilan titik ekuilibrium, diperoleh titik ekuilibrium bebas korupsi x_0 stabil asimtotik baik secara lokal maupun global, dan titik ekuilibrium endemik korupsi x_1 juga stabil asimtotik secara global.

3. Strategi hemat biaya yang dianalisis menggunakan metode *incremental cost effective ration* (ICER), menunjukkan bahwa strategi kontrol gabungan antara pencegahan dan hukuman tidak hanya efektif menekan korupsi tetapi juga efisien dalam hal pembiayaan untuk mencapai pendekatan yang tepat untuk diterapkan.
4. Analisis kontrol optimal dilakukan dengan menggunakan prinsip minimum Pontryagin. Analisis sebelumnya telah menunjukkan bahwa strategi pencegahan dan hukuman yang paling efektif digunakan untuk mengurangi pelaku yang korupsi dan meningkatkan individu yang jujur.
5. Simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan *software MATLAB* dengan nilai subpopulasi, bobot, dan parameter yang disimulasikan diambil dari beberapa jurnal. Hasil simulasi tersebut menunjukkan ketika bilangan reproduksi dasar $\mathfrak{R}_0 < 1$, maka individu koruptor dapat menghilang dari populasi dalam jangka waktu tertentu. Jika $\mathfrak{R}_0 > 1$ maka individu koruptor

akan menurun dan dapat hilang dari populasi dalam jangka waktu tertentu jika kontrol pencegahan diterapkan. Ketika kontrol hukuman diterapkan, individu koruptor akan menurun hanya dalam beberapa waktu, kemudian kembali naik dan dapat meningkat dalam jangka waktu tertentu. Individu koruptor menurun signifikan dan dapat hilang dari populasi dalam jangka waktu tertentu jika kontrol pencegahan dan hukuman diterapkan.

5.2. Saran

Penelitian ini merekomendasikan agar pemerintah dan lembaga antikorupsi mempertimbangkan hasil dari model matematika ini dalam merumuskan kebijakan antikorupsi serta merancang strategi pemberantasan korupsi yang lebih efektif dan efisien. Penelitian selanjutnya disarankan untuk mengembangkan model dengan mempertimbangkan faktor-faktor tambahan, seperti tingkat pendidikan, kondisi sosial dan budaya, pengaruh media sosial, serta peran teknologi informasi, guna memperoleh pemahaman yang lebih menyeluruh terhadap dinamika korupsi.

DAFTAR PUSTAKA

- Adolph, R. (2016). Peran Serta Lembaga Swadaya Masyarakat (LSM) dalam Pencegahan Terjadinya Tindak Pidana Korupsi. *12*(2), 1–23.
- Alemneh, H. T. (2020). Mathematical Modeling, Analysis, and Optimal Control of Corruption Dynamics. *Journal of Applied Mathematics*, 2020. <https://doi.org/10.1155/2020/5109841>
- Anandya, D., & Ramadhana, K. (2024). Laporan Hasil Pemantauan Tren Korupsi Tahun 2023. *Indonesia Corruption Watch*, 1–51.
- Aprilia, R., & Dedy Juliandri Panjaitan, M. (2022). *Pemodelan Matematika. Penulis. February*.
- Asiva Noor Rachmayani. (2015). *Differential Equations*.
- Corporation, B. (2008). Additional applications. In *International Series in Operations Research and Management Science* (Vol. 123). https://doi.org/10.1007/978-0-387-09421-2_10
- Danford, O., Kimathi, M., & Mirau, S. (2020a). Mathematical Modelling and Analysis of Corruption Dynamics with Control Measures in Tanzania. *Journal of Mathematics and Informatics*, 19(September), 57–79. <https://doi.org/10.22457/jmi.v19a07179>
- Danford, O., Kimathi, M., & Mirau, S. (2020b). Mathematical Modelling and Analysis of Corruption Dynamics with Control Measures in Tanzania. *Journal of Mathematics and Informatics*, 19, 57–79. <https://doi.org/10.22457/jmi.v19a07179>
- Dano, L. B., Rao, K. P., & Keno, T. D. (2022). *Modeling the Combined Effect of Hepatitis B Infection and Heavy Alcohol Consumption on the Progression Dynamics of Liver Cirrhosis*. 2022.
- Fantaye, A. K., & Birhanu, Z. K. (2022). Mathematical Model and Analysis of

- Corruption Dynamics with Optimal Control. *Journal of Applied Mathematics*, 2022. <https://doi.org/10.1155/2022/8073877>
- Fields, V. (2006). Equilibrium Solutions, Stability, and Linearized Stability. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, 5–19. https://doi.org/10.1007/0-387-21749-5_2
- Fosu, G. O., Akweitley, E., & Adu-Sackey, A. (2020). Next-generation matrices and basic reproductive numbers for all phases of the Coronavirus disease. *Open Journal of Mathematical Sciences*, 4(1), 261–272. <https://doi.org/10.30538/oms2020.0117>
- Hariato, J., & Tuturop, K. L. (2022). Analisis Sensitivitas Model Matematika Penyebaran Penyakit Tuberkulosis. *Jurnal Ilmiah Matematika Dan Terapan*, 19(1), 29–38. <https://doi.org/10.22487/2540766x.2022.v19.i1.15802>
- Ka, R., & Umat, D. A. (1976). *Korupsi di Indonesia*. 1973, 13. <http://www.jhp.ui.ac.id/index.php/home/article/viewFile/144/82>
- Keno, T. D., & Legesse, F. M. (2023). Modelling and Optimal Control Strategies of Corruption Dynamics. *Applied Mathematics and Information Sciences*, 17(4), 673–683. <https://doi.org/10.18576/amis/170416>
- Lemecha, L., & Feyissa, S. (2018). Mathematical modeling and analysis of corruption dynamics. *Ethiopian Journal of Science and Sustainable Development (EJSSD)*, 5(2), 13–26.
- Morel, J. M., Teissier, B., & Maini, P. K. (2013). Lecture notes in mathematics. In *Lecture Notes in Mathematics* (Vol. 2084).
- Mukhtar Lutfie, Syamsu Basiri, S. (2022). *Pemodelan dan Simulasi Sistem*. 16(1), 1–23.
- Munandar, A. (2021). Modul Pembelajaran Aljabar Linear Elementer. *Fakultas Sains Dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga*, 1–12.
- Musthofa, M. W., Si, M., & Sains, F. (n.d.). Modul Kuliah Pengantar Model

Matematika. 0274.

- Nuha, A. R., Resmawan, R., Mahmud, S. L., Asriadi, A., Agung, A., & Chasanah, S. I. U. (2023). Analisis Dinamik pada Model Matematika SVEIBR dengan Kontrol Optimal Untuk Pengendalian Penyebaran Penyakit Kolera. *Euler : Jurnal Ilmiah Matematika, Sains Dan Teknologi*, 11(1), 154–165. <https://doi.org/10.34312/euler.v11i1.20611>
- Nuzulia, A. (2013). Korupsi dalam Perspektif HAN. *Sinar Grafika*, September, 19.
- Olsder, G. J., & Woude, J. . van der. (2003). *Delft University Press* (Vol. 11).
- Rasmawati, R., Yahya, L., Nuha, A. R., & Resmawan, R. (2021). Determinan Suatu Matriks Toeplitz K-Tridiagonal Menggunakan Metode Reduksi Baris Dan Ekspansi Kofaktor. *Euler : Jurnal Ilmiah Matematika, Sains Dan Teknologi*, 9(1), 6–16. <https://doi.org/10.34312/euler.v9i1.10354>
- Rasyidi, M. A. (2014). Korupsi Adalah Suatu Perbuatan Tindak Pidana Yang Merugikan Negara Dan Rakyat Serta Melanggar Ajaran Agama. *Jurnal Mitra Manajemen*, 6(2), 38.
- Resmawan. (2019). *Pengantar Sistem Dinamik Semester Ganjil 2019-2020*.
- Rohayani, H., Purnama, B., Yossy, E. H., Indra, D., & Khair, F. (2023). *Analisa Dan Pemodelan Simulasi*.
- Sahal, S. (2018). Korupsi Dalam Perspektif Hukum Islam. *Et-Tijarie: Jurnal Hukum Dan Bisnis Syariah*, 1(1), 14–31. <https://doi.org/10.21107/ete.v1i1.4591>
- Saifuddin, B. (2017). *Dampak dan Upaya Pemberantasan Tindak Pidana Korupsi di Indonesia*. 11(1), 92–105.
- Salsadila, N., Efridadewi, A., & Widiyani, H. (2023). Pemberantasan Tindak Pidana Korupsi di Indonesia: Masalah dan Solusinya. *Indonesian Journal of Law and Justice*, 1(2), 9. <https://doi.org/10.47134/ijlj.v1i2.2048>
- Siroj, M. (2017). Korupsi Dalam Perspektif Hukum Islam dan Strategi

- Pemberantasannya. *Al-Ihkam: Jurnal Hukum & Pranata Sosial*, 11(2), 293–312. <https://doi.org/10.19105/al-lhkam.v11i2.1038>
- Syahril, E., & Garnadi, A. D. (2018). *Pengantar Kontrol Optimum dan Metode Numeriknya dalam Scilab*. <https://osf.io/preprints/inarxiv/kh4u2/>
- Syarif, Z. (2010). Upaya Islam dalam Membendung Budaya Korupsi. *Karsa: Journal of Social and Islamic Culture*, 17(1), 51–58.
- Van Den Driessche, P., & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, 180(1–2), 29–48. [https://doi.org/10.1016/S0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00108-6)
- Wiggins, S. (2001). Ordinary Differential. *Dynamic Models in Ecology*, 143–156.