

SKRIPSI

PERBANDINGAN METODE *LEAST TRIMMED SQUARE* (LTS) DAN ESTIMASI M PEMBOBOT ANDREW DALAM REGRESI ROBUST

(Studi Kasus: Faktor Kesejahteraan Masyarakat Pada Indeks Pembangunan Manusia 2023)



21106010052
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2025

**PERBANDINGAN METODE *LEAST TRIMMED SQUARE* (LTS) DAN ESTIMASI M PEMBOBOT
ANDREW DALAM REGRESI ROBUST**

(Studi Kasus: Faktor Kesejahteraan Masyarakat Pada Indeks

Pembangunan Manusia 2023)

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



diajukan oleh

LAILI MAHFUZHOTUL HASANAH

21106010052

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2025



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama	:	Laili Mahfuzhotul Hasanah
NIM	:	21106010052
Judul Skripsi	:	Pertandingan Metode Least Trimmed Square (LTS) dan Estimasi M Pembobot Andrew dalam Regresi Robust (Studi Kasus: Faktor Kesejahteraan Masyarakat pada Indeks Pembangunan Manusia 2023)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 6 Mei 2025

Pembimbing

Sri Utami Zuliana, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 19741003 200003 2 002

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1030/Un.02/DST/PP.00.9/06/2025

Tugas Akhir dengan judul : Perbandingan Metode Least Trimmed Square (LTS) dan Estimasi M Pembobot Andrew dalam Regresi Robust (Studi Kasus: Faktor Kesejahteraan Masyarakat pada Indeks Pembangunan Manusia 2023)

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : LAILI MAHFUZHOTUL HASANAH
Nomor Induk Mahasiswa : 21106010052
Telah diujikan pada : Kamis, 22 Mei 2025
Nilai ujian Tugas Akhir : A-

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TEAM EXAMINATION COMMITTEE



Ketua Sidang

Sri Utami Zuliana, S.Si., M.Sc., Ph.D.
SIGNED

Valid ID: 6847a6cd8845f



Examiner I

Dr. Ephra Diana Supandi, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 684788e4ecfd1



Examiner II

Deddy Rahmadi, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 68369800649c3



Yogyakarta, 22 Mei 2025

UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 68491922ba95f

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Laili Mahfuzhotul Hasanah

NIM : 21106010052

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 6 Mei 2025



Laili Mahfuzhotul Hasanah

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

KARYA SEDERHANA INI PENULIS PERSEMBAHKAN UNTUK:

KEDUA ORANG TUA PENULIS, BAPAK TIK ROSO,

IBUNDA TERCINTA USILAWATI YANG TELAH MEMBERIKAN

DO'A, KASIH

DAN CINTA NYA YANG TAK TERBATAS.

KELUARGA DEKAT, SAHABAT DAN SEMUA ORANG-ORANG YANG

PERNAH SAYA KENAL.

ALMAMATER KAMPUS TERCINTA YANG BANYAK MEMBERIKAN

WARNA DALAM HIDUP SELAMA 4 TAHUN UNIVERSITAS ISLAM

NEGERI SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

MOTTO

"Hidup bukan tentang perlombaan, tapi perjalanan dengan rute yang unik untuk setiap orang."



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PRAKATA

Alhamdulillah puji syukur kepada Allah SWT atas limpahan rahmat, nikmat dan karunia-Nya. Sholawat serta salam tercurah kepada Nabi Muhammad SAW beserta sahabatnya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul "Perbandingan Metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan Estimasi M dengan Pembobot Andrew dalam Regresi *robust* (Studi kasus: Faktor Kesejahteraan Masyarakat Pada Indeks Pembangunan Manusia 2023)". Pada penelitian tugas akhir ini, penulis mengucapkan terimakasih kepada dosen pembimbing, yaitu Ibu Sri Utami Zuliana, S.Si., M.Sc.,Ph.D., atas bimbingan, saran, dan pendampingannya selama proses penggeraan tugas akhir. Selain itu, penulis juga ingin mengucapkan terimakasih dan apresiasi kepada:

1. Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yaitu Bapak Prof. Noorhaidi S.Ag., M.A., M.Phil., Ph.D.
2. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi yaitu Ibu Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si
3. Ketua Program Studi Matematika yaitu Ibu Dr. Ephra Diana Supandi, S.Si.,S.Sc.

4. Bapak/Ibu dosen program studi Matematika dan staff Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan ilmu dan layanan terbaiknya kepada penulis dari awal perkuliahan hingga akhir.
5. Kedua orang tua penulis, bapak, ibu, kakek, nenek, dan semua keluarga besar bapak ibu yang selalu mendukung, memberikan kasih dan doa sampai penulis hingga mencapai di akhir titik perkuliahan ini.
6. Penulis menyampaikan rasa hormat dan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Bapak KH. Jalal Suyuti dan Ibunda Nyai Hj. Nelly Umi Halimah, beserta keluarga besar Pondok Pesantren Wahid Hasyim Yogyakarta, atas ilmu, doa, pengalaman serta dukungan spiritual yang diberikan selama penulis menempuh pendidikan sejak tahun 2018 sampai saat ini.
7. Keluarga besar matematika angkatan 2021 yang telah bersamai 4 tahun perkuliahan, dukungan dan kenangan manis akan selalu penulis kenang.
8. Teman-teman "Calon Orang-Orang Sukses" dari awal kenal sampai akhir ini yang selalu menjadi tempat keluh kesah perkuliahan.

9. Sahabat SMA penulis Dinda, Adin, Dini, Simi, dan Imah yang selalu menjadi teman setia dalam berbagi cerita, tempat bersandar di saat suka dan duka, serta partner sejati dalam petualangan mencari makan di pondok. Kehangatan dan kebersamaan kalian akan selalu terkenang. Sukses terus kalian.
10. Teman asrama penulis Neli, Mba Hikmah, Sheila, Firly, Tsabita, dan Azka yang senantiasa menemani hari-hari dengan kebersamaan, canda tawa, serta dukungan yang tulus.
11. Terima kasih kepada pihak lain yang tidak bisa disebutkan satu per satu yang telah membantu penulis hingga akhirnya tugas akhir ini selesai.

Semoga Allah SWT senantiasa melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan, bimbingan, serta pengajaran kepada penulis. Penulis menyadari bahwa tugas akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, dengan terbuka penulis menerima segala bentuk saran, kritik, dan masukan demi perbaikan di masa mendatang. Harapannya tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis dan semua kalangan yang membutuhkan referensi pada penelitian yang serupa.

x

Yogyakarta, 25 Februari 2025



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR LAMBANG	xviii
INTISARI	xix
ABSTRACT	xxi
I. PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Batasan Masalah	6
1.3. Rumusan Masalah	6
1.4. Tujuan Penelitian	7
1.5. Manfaat Penelitian	7

1.6. Tinjauan Pustaka	8
1.7. Sistematika Penulisan	14
II LANDASAN TEORI	16
2.1. Matriks	16
2.1.1. Jenis-Jenis Matriks	17
2.1.2. Operasi Matriks	23
2.1.3. Matriks Determinan	26
2.2. Data	27
2.3. Variabel Acak	29
2.3.1. Variabel Acak Diskrit	29
2.3.2. Variabel Acak Kontinu	30
2.4. Ekspektasi dan Variansi	30
2.4.1. Ekspektasi Distribusi Peluang	30
2.4.2. Variansi Distribusi Peluang	31
2.5. Analisis Regresi Linear	32
2.6. Metode Kuadrat Terkecil	33
2.7. Asumsi Analisis Model Regresi Linear	35
2.7.1. Independensi	36
2.7.2. Homoskedastisitas	37
2.7.3. Normalitas	38

2.7.4. Non-Multikolinearitas	40
2.8. Data Pencilan	41
2.9. Identifikasi Pencilan	42
2.9.1. Differences in Fits for Fits (DFFITS)	42
2.9.2. Cook's Distance	43
2.9.3. Leverage Values	44
2.9.4. R-Student	45
2.10. Regresi Robust	46
2.11. Indeks Pembangunan Manusia	48
2.12. Harapan Lama Sekolah	48
2.13. Rata-rata Lama Sekolah	49
2.14. Angkatan Kerja	49
2.15. Tingkat Partisipasi Angkatan kerja	50
2.16. Penduduk Miskin	50
2.17. Rumah Sakit Umum	51
III METODE PENELITIAN	52
3.1. Jenis Penelitian	52
3.2. Objek Penelitian	52
3.3. Variabel Data Penelitian	53
3.4. Jenis dan Sumber data Penelitian	53

3.5. Metode Analisis Data	54
3.6. Alat Pengolah Data	55
3.7. Flowchart Alur Penelitian	56
IV PEMBAHASAN	57
4.1. Estimasi M	57
4.2. Estimasi LTS (<i>Least Trimmed Squared</i>)	61
4.3. Breakdown Point	64
4.4. Pembobot Andrew	64
4.5. Uji Kecocokan Model	65
4.5.1. Koefisien Determinasi	65
4.5.2. Residual Standard Error (RSE)	66
V STUDI KASUS	67
5.1. Studi Kasus	67
5.2. Analisis Deskriptif	68
5.3. Metode Kuadrat Terkecil (MKT)	75
5.4. Asumsi Model Regresi Linear	78
5.4.1. Independensi	78
5.4.2. Homoskedastisitas	79
5.4.3. Normalitas	80
5.4.4. Non-Multikolinearitas	82

5.5. Deteksi Outlier	84
5.6. Regresi Robust Estimasi M Pembobot Andrew	85
5.7. Regresi Robust Estimasi LTS	88
5.8. Pemilihan Model Estimasi Terbaik	90
VI PENUTUP	92
 6.1. Kesimpulan	92
 6.2. Saran	94
DAFTAR PUSTAKA	95
LAMPIRAN	103
 A Data Penelitian	103
 B Source Code	106
 C Penciran Data	116
Biodata Penulis	119

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR TABEL

1.1 Persamaan dan Perbedaan Penelitian Sekarang dengan Penelitian Terdahulu	11
5.1 Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi	76
5.2 Nilai RSE dan R^2 untuk MKT	77
5.3 Independensi	79
5.4 Homoskedastisitas	80
5.5 Normalitas Residual	82
5.6 Hasil Uji VIF	83
5.7 Analisis pengaruh observasi terhadap model regresi	84
5.8 Ringkasan Model Regresi Estimasi M Pembobot Andrew	86
5.9 Nilai RSE dan R^2 untuk Estimasi M	87
5.10 Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi	88
5.11 Nilai RSE dan R^2 untuk LTS	89
5.12 Hasil Estimasi Parameter	90
5.13 Nilai RSE	90

DAFTAR GAMBAR

5.1	Indeks Pembangunan Manusia	68
5.2	Harapan Lama Sekolah	69
5.3	Rata-rata Lama Sekolah	70
5.4	Angkatan Kerja	71
5.5	Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK)	72
5.6	Persentase Penduduk Miskin	73
5.7	Jumlah Rumah Sakit Umum	74
5.8	Boxplot data IPM dan faktor-faktor yang memengaru- hinya di Provinsi Jawa Timur.	75
5.9	Normalitas	81

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMBANG

- Y : variabel dependen
- X_i : variabel independen ke- i
- β_0 : Konstanta
- β_k : parameter variabel independen ke- i
- ϵ_i : residual
- S_Y : standar deviasi
- F_n : distribusi kumulatif
- h_{ii} : leverage kasus ke- i
- \hat{y}_j : nilai prediksi
- t_i : R-student
- $X^T X$: matriks kovarian
- p : jumlah parameter
- \mathbb{E} : *expected values*
- σ^2 : variansi
- $\Sigma_{i=1}^n$: penjumlahan
- α, β : parameter regresi linear

INTISARI

Perbandingan Metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan Estimasi

M Pembobot Andrew dalam Regresi Robust

LAILI MAHFUZHOTUL HASANAH

21106010052

Analisis regresi berganda bertujuan untuk menganalisis hubungan antara dua variabel atau lebih. Salah satunya dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT). MKT bertujuan untuk meminimalkan kesalahan yang tidak tahan terhadap pencilan dan menyebabkan bias serta tidak akurat. Regresi *robust* merupakan salah satu metode alternatif dalam mengatasi hal tersebut. Regresi *robust* dengan perbandingan dua estimasi yaitu M dengan bobot Andrew dan *Least Trimmed Squares* (LTS). Estimasi M dirancang untuk meminimalkan pengaruh data dengan residual yang besar dengan cara menggantikan fungsi kuadrat error dengan fungsi loss yang lebih tahan terhadap pencilan. Semenanjung itu, metode LTS menggunakan prinsip pengepasan dari regresi robust dengan meminimalkan jumlah kuadrat residu terkecil, yaitu dengan mengecualikan sejumlah sisaan terbesar yang dianggap sebagai pencilan. Indeks Pembangunan Manusia merupakan salah satu indikator penting dalam kemajuan suatu negara, hal ini tidak lepas dari faktor-faktor yang mempengaruhinya seperti kesehatan, pendidikan, dan perekonomian. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pengaruh faktor ke-sejahteraan masyarakat meliputi harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah, angkatan kerja, tingkat partisipasi angkatan kerja, dan jumlah rumah sakit umum terhadap Indeks Pembangunan Manusia. Hasil penelitian menunjukkan MKT, estimasi M, dan LTS mempunyai nilai

RSE masing-masing sebesar 1,173, 0,9701, dan 1,00035. Estimasi M mempunyai nilai RSE yang paling rendah dibandingkan dua estimasi lainnya. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi M paling efektif dalam menghasilkan model dengan prediksi yang lebih baik dalam mengatasi permasalahan penciran dan multikolinearitas.

Kata kunci: *robust, Least Trimmed Squares, M, Andrew, RSE*



ABSTRACT

Comparison of the Least Trimmed Squares (LTS) Method and

M-Estimation with Andrew's Weight Function in Robust

Regression

LAILI MAHFUZHOTUL HASANAH

21106010052

Multiple regression analysis aims to analyze the relationship between two or more variables. One of them is by using the Ordinary Least Squares (OLS). OLS aims to minimize errors that are not resistant to outliers and cause bias and inaccuracy. Robust regression is one alternative method to overcome this. Robust regression compares two estimates: M with Andrew weights and Least Trimmed Squares (LTS). The M estimate is designed to minimize the influence of data with large residuals by replacing the error square function with a loss function that is more resistant to outliers. Meanwhile, the LTS method uses the principle of robust regression fitting by minimizing the smallest residual squares, i.e., by excluding the largest residuals considered outliers. The Human Development Index is one of the important indicators of a country's progress, which is influenced by factors such as health, education, and the economy. This study aims to analyze the influence of factors related to community welfare, including expected years of schooling, average years of schooling, labor force, labor force participation rate, and the number of public hospitals on the Human Development Index. The results of the study show that OLS, M estimation, and LTS have RSE

values of 1.173, 0.9701, and 1.00035, respectively. M estimation has the lowest RSE value compared to the other two estimations. This indicates that M estimation is the most effective in producing a model with better predictions in overcoming outlier and multicollinearity problems.

Kata kunci: *robust, Least Trimmed Squares, M, Andrew, RSE*



BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Menurut (Mendenhall & Reinmuth, 1971) statistika merupakan cabang ilmu sains berfokus pada proses pengambilan informasi dari sebuah data numerik. Bertujuan untuk membuat keputusan yang lebih baik mengenai suatu populasi data. Hal ini mencakup berbagai metode dan teknik untuk menyaring informasi yang relevan, mengidentifikasi pola, serta membuat prediksi. Statistika memiliki peranan penting untuk menyelesaikan persoalan dalam bidang kehidupan, seperti ekonomi, kesehatan, pendidikan, politik, kependudukan, dan lain sebagainya. Persoalan tersebut membutuhkan solusi yang dapat dihasilkan dari analisis regresi.

Konsep regresi linear pertama kali diperkenalkan oleh Sir Francis Galton pada tahun 1877 dalam penelitian biogenesisnya. Regresi linear merupakan metode statistika yang digunakan untuk menganalisis hubungan antar variabel. Bertujuan untuk memprediksi nilai variabel dependen berdasarkan variabel independen, yang disimbolkan dengan

x dan *y*.

Analisis regresi linear berganda merupakan perluasan dari regresi sederhana yang memiliki satu variabel dependen (*Y*) dan lebih dari satu variabel independen (*X*). Dalam menentukan model regresi dapat digunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) atau *Ordinary Least Square* (OLS).

Metode Kuadrat Terkecil ditemukan oleh Carl Friedrich Gauss pada tahun 1805 dengan prinsip bahwa menentukan garis linear yang memiliki kesesuaian terhadap data dengan meminimumkan jumlah *error* pada setiap pengamatannya. Metode kuadrat terkecil memerlukan beberapa asumsi regresi linear setiap melakukan pengujian hipotesis, asumsi independensi, homoskedastisitas, normalitas, dan non-multikolinearitas. Asumsi-asumsi tersebut harus terpenuhi agar regresi tidak bias.

Pelanggaran terhadap asumsi dasar berdampak pada akurasi hasil, salah satu penyebabnya adalah adanya pencilan dalam data. Pencilan merupakan nilai yang jauh berbeda atau menyimpang dalam suatu data. Hal ini dapat terjadi akibat salah memasukkan data atau alami ah dalam data. Pencilan sering dikatakan sebagai pengganggu ketika

melakukan analisis, karena dapat memengaruhi nilai rata-rata yang menyebabkan hasil estimasi bias dan tidak akurat. Jika tidak ditangani, Hal ini dapat menyebabkan pola data menyimpang dari data sebenarnya.

Salah satu pendekatan yang digunakan untuk mengatasi pengaruh pencilan adalah regresi robust. Regresi *robust* merupakan metode statistika untuk mengatasi ketidakpastian dalam data akibat pencilan atau data tidak berdistribusi normal. Regresi *robust* bertujuan untuk memberikan estimasi parameter yang lebih konsisten dan stabil (Huber, 1973). Selain itu, regresi *robust* dapat mengefisiensi dan robustness pada data yang tidak normal. Regresi *robust* dirancang untuk memberikan hasil yang tetap andal meskipun terdapat pencilan dalam data.

Penanganan pencilan dalam data akan efektif apabila menggunakan regresi *robust* untuk mengatasi pelanggaran asumsi regresi linear. Regresi *robust* memiliki beberapa metode, diantaranya metode *Least Median Square* (LMS) yang diperkenalkan oleh Hampel (1975), metode *Least Trimmed Squares* (LTS) yang diperkenalkan oleh Rousseeuw (1984), estimasi *Method of Moment* (MM) yang diperkenalkan oleh Yohai (1987), estimasi *Maximum Likelihood Type* (M) yang diperkenalkan oleh Huber (1973), dan estimasi *Scale* (S) yang diperkenalkan oleh Ro-

usseeuw & Yohai (1984).

Estimasi M merupakan metode yang banyak digunakan karena memiliki tingkat efisiensi yang tinggi dan sangat baik dalam mengestimasi parameter pencilan pada arah x (Perihatini et al., 2018). Sedangkan estimasi LTS menjadi salah satu estimasi yang memiliki nilai *breakdown point* tinggi dibandingkan dengan estimasi yang lainnya. kedua estimasi tersebut digunakan untuk mengestimasi parameter dengan mempertimbangkan ketahanan terhadap pencilan dengan pembobot *Andrews* memberikan penurunan bobot yang halus dan gradual, lebih cocok untuk pencilan yang tidak terlalu ekstrim. Perbandingan estimasi tersebut digunakan untuk mencari model terbaik dari kedua estimasi dengan melihat nilai dari *Residual Standard Error* (RSE).

Human Development Index atau Indeks Pembangunan Manusia (IPM) salah satu tolak ukur yang digunakan untuk melihat kualitas manusia pada suatu negara atau daerah. IPM menjadi indikator penting dalam kemajuan suatu negara. Terdapat tiga unsur yang digunakan untuk mengidentifikasi IPM, diantaranya kesehatan, pendidikan, dan ekonomi. Pada penelitian ini analisis regresi digunakan untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang memengaruhi IPM.

Pengaruh kesejahteraan masyarakat terhadap IPM dapat dilihat dari berbagai aspek, seperti aspek pendidikan yang menjadi peran penting dalam meningkatkan pengetahuan individu seperti harapan lama sekolah dan rata-rata lama sekolah. Aspek ekonomi dapat dilihat pada angkatan kerja, tingkat partisipasi angkatan kerja, dan persentase penduduk miskin. Serta aspek kesehatan yang menjadi tolak ukur taraf kesehatan dan kesejahteraan warga pada suatu negara dapat diukur dengan jumlah rumah sakit umum. Menurut (Putra & Ratnasari, 2016) faktor-faktor dalam setiap aspek dasar IPM cenderung memiliki hubungan yang erat satu sama yang lain karena saling memengaruhi. Kondisi ini berpotensi terjadinya pelanggaran multikolinearitas.

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk membandingkan metode LTS dan M dengan pembobot Andrew dalam regresi *robust* untuk menganalisis hubungan IPM dan faktor-faktor yang memengaruhinya. Perbandingan dilakukan berdasarkan nilai *Residual Standard Error* (RSE) untuk menilai efektivitas masing-masing metode dalam menghasilkan model yang sesuai, terutama ketika data mengandung pencilan.

1.2. Batasan Masalah

Batasan masalah diperlukan untuk menghindari kesalahpahaman terhadap tujuan awal, penulis memberikan batasan-batasan diantaranya:

1. Berfokus pada regresi *robust* dengan pelanggaran asumsi-asumsi yang mengandung pencilan.
2. Metode yang digunakan adalah metode LTS dan estimasi M dengan pembobot Andrew

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, maka diporeleh rumusan masalah diantaranya:

1. Bagaimana langkah-langkah dalam menentukan estimasi M?
2. Bagaimana langkah-langkah dalam menentukan metode LTS?
3. Bagaimana pengaplikasian regresi *robust* dengan metode LTS dan estimasi M untuk mengatasi pencilan dalam data Indeks Pembangunan Manusia?

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan pada latar belakang dan rumusan masalah yang telah dijelaskan, maka penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengetahui langkah-langkah dalam menentukan estimasi M
2. Mengetahui langkah-langkah dalam menentukan metode LTS
3. Mengetahui pengaplikasian regresi *robust* dengan metode LTS dan estimasi M untuk mengatasi pencilan dalam data Indeks Pembangunan Manusia.

1.5. Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat untuk pihak-pihak yang membutuhkan, diantaranya:

1. Bagi Peneliti

Hasil penelitian ini menambah wawasan dan pemahaman statistika tentang pemodelan regresi *robust*. Dengan penelitian ini, diharapkan peneliti dapat mengembangkan keterampilan penelitiannya menjadi lebih baik.

2. Bagi Prodi Matematika

Hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai tolak ukur sejauh mana mahasiswa dapat memahami dan menerapkan teori yang telah diberikan selama perkuliahan.

3. Bagi Pembaca

Hasil penelitian ini dapat menambah wawasan pengetahuan dan menjadikan bahan referensi bagi pembaca.

1.6. Tinjauan Pustaka

Penelitian (Huber, 1992) membahas tentang Pendekatan baru dalam teori estimasi *robust*, khususnya untuk estimasi parameter yang tidak berdistribusi normal. Huber menunjukkan bahwa estimator paling *robust* adalah estimasi yang meminimalkan supremum varians asimtotik ketika distribusi F bervariasi dalam set tertentu.

Penelitian (Rahman & Widodo, 2018) membahas tentang bagaimana mencari model terbaik dari perbandingan metode LTS, estimasi S, dan estimasi MM dalam melakukan estimasi regresi yang ditinjau dari nilai *standard error* dan *adjusted r-square* pada data produksi jagung di Indonesia tahun 2015. Dari hasil penelitian didapatkan bahwa estimasi S memiliki nilai *adjusted r-square* lebih besar dan residual standard er-

ror lebih kecil dibandingkan kedua metode lainnya, sehingga estimasi S lebih baik dalam mengestimasi parameter regresi.

Penelitian (Faizia et al., 2019) membahas tentang bagaimana mencari efektivitas penerapan metode MCD dan LTS dalam pemodelan Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Tengah dengan nilai *Adjusted R²* yang paling besar dan nilai RSE yang paling kecil. Dari hasil penelitian didapatkan bahwa regresi komponen utama MCD-LTS efektif dalam mengatasi multikolinearitas dan *outlier* pada data.

Penelitian (Akolo & Nadjamuddin, 2022), membahas tentang bagaimana mendapatkan model terbaik dan mengetahui faktor yang memengaruhi IPM di Pulau Sulawesi dengan membandingkan metode LTS dan estimasi M. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model terbaik dalam kasus tersebut adalah metode LTS dengan nilai koefisien determinasi yang tinggi menunjukkan bahwa variabel UHH, HLS, RLS, PPP dapat menjelaskan IPS dengan sangat baik.

Penelitian (Setyowati et al., 2021) membahas tentang perbandingan metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan Estimasi S pada data produksi padi Kabupaten Blitar dengan 7 variabel independen. Dari hasil penelitian didapatkan bahwa metode LTS dapat mengatasi pencilan

dan menghasilkan model terbaik, karena nilai dari koefisien determinasi yang lebih besar dari Estimasi S.

Penelitian (Atamia et al., 2021), membahas tentang faktor-faktor yang memengaruhi dan model terbaik dalam Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan membandingkan dua metode yaitu Estimasi S dan Estimasi M pembobot Huber. Dari hasil penelitian menunjukkan bahwa variabel yang berpengaruh dalam IPM adalah angka harapan hidup saat lahir, pengeluaran perkapita, dan rata-rata lama sekolah. Analisis regresi dengan Estimasi-M lebih efektif digunakan dalam memodelkan IPM dibandingkan dengan Estimasi-S.

Penelitian (Muamalah et al., 2024), membahas tentang bagaimana mendapatkan model terbaik dengan membandingkan metode LTS, Estimasi MM dan Estimasi M yang dilihat dari nilai koefisien determinasi dan Mean Square Error (MSE), pada studi kasus produksi padi Kecamatan Sekaran. Hasil dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa metode LTS menghasilkan model terbaik, karena memiliki nilai determinasi lebih besar dan nilai MSE yang lebih kecil dibandingkan Estimasi MM dan Estimasi M.

Tabel 1.1 Persamaan dan Perbedaan Penelitian Sekarang dengan Penelitian Terdahulu

No	Judul Penelitian terdahulu	Persamaan	Terdahulu	Perbedaan	Sekarang
1	<i>Robust Estimation of a Location Parameter (Huber [1992]).</i>	Penggunaan regresi <i>robust</i> dengan estimasi M.	Peter J.Huber diajukan sebagai penemu dari teori estimasi <i>robust</i> . Huber memperkenalkan konsep Estimasi M yang meminimalkan fungsi error untuk menghasilkan estimasi yang <i>robust</i> terhadap penculan.	Penggunaan Metode LTS dan Estimasi M pada regresi <i>robust</i> dengan menggunakan pembobot Andrew.	
2		Perbandingan Metode Regresi <i>robust</i> Estimasi <i>Least Trimmed Square</i> , dan Estimasi <i>Method of Moment</i> (Rahman & Widodo [2018]).	Perbandingan metode LTS, estimasi S, dan estimasi MM dalam melakukan estimasi regresi yang ditinjau menggunakan dari nilai standard error dan adjusted r-square. Dari hasil penelitian didapatkan bahwa estimasi-S memiliki nilai adjusted r-square lebih besar dan residual standard error lebih kecil.	Membandingkan Metode LTS dan Estimasi M pada regresi <i>robust</i> dengan menggunakan pembobot Andrew.	

3 Pembangunan Manusia di Jawa Tengah dengan Regresi Komponen Utama <i>robust</i> (Faizia et al. [2019]).	Penggunaan LTS untuk penanganan multikolinearitas	Keefektivitas penerapan metode MCD dan LTS dalam regresi komponen utama <i>robust</i> untuk pemodelan Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Tengah.	Penggunaan LTS dan estimasi M pembobot Andrew untuk mengatasi Multikolinearitas.
4 Perbandingan Regresi <i>Robust</i> Metode Least Trimmed Square (LTS) Dan Metode Estimasi S Pada Produksi Padi Di Kabupaten Blitar (Setyowati et al. [2021].	Perbandingan menggunakan metode LTS	Perbandingan LTS dan Estimasi S pada data produk padi Kabupaten Blitar dengan 7 variabel independen.	Membandingkan LTS dan Estimasi M pada regresi <i>robust</i> dengan menggunakan pembobot Andrew.
5 Perbandingan Analisis Regresi <i>robust</i> Estimasi S dan Estimasi-M dengan Pembobot Huber dalam Mengatasi penculan (Atamia et al. [2021].	Perbandingan menggunakan Estimasi M	Membandingkan Estimasi S dan M pembobot Huber. Dari hasil didapatkan bahwa model terbaik pada permodelan IPM adalah estimasi M	Membandingkan LTS dan Estimasi M pada regresi <i>robust</i> dengan menggunakan pembobot Andrew.

<p>Perbandingan Hasil Model Regresi <i>robust Estimasi-M</i> (<i>Method of Moment</i>), Estimasi M 6 (<i>Maximum Likelihood Type</i>), dan Estimasi LTS (<i>Least Trimmed Square</i>) pada Produksi Padi di Kecamatan Sekaran (Muamalah et al. [2024]).</p>	<p>Perbandingan menggunakan Metode LTS dan Estimasi M. Dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa metode LTS menghasilkan model terbaik</p>	<p>Membandingkan metode LTS, Estimasi MM dan M yang dilihat dari nilai koefisien determinasi dan MSE.</p> <p>M pada regresi <i>robust</i> dengan menggunakan pembobot Andrew.</p>
<p>Analisis Regresi <i>robust</i> Estimasi <i>Least Trimmed Squared</i> dan Estimasi M 7 (<i>Maximum Likelihood</i> pada Pemodelan IPM di Pulau Sulawesi (Akolo & Nadjamuddin [2022]).</p>	<p>Perbandingan menggunakan Metode LTS dan Estimasi M.</p> <p>Model terbaik dalam kasus tersebut adalah metode LTS dengan nilai koefisien determinasi yang tinggi. Tetapi tidak dijelaskan pembobotnya</p>	<p>Membandingkan LTS dan estimasi M.</p> <p>Model terbaik dalam kasus tersebut adalah metode LTS dengan nilai koefisien determinasi yang tinggi. Tetapi tidak dijelaskan pembobotnya</p>

1.7. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada penelitian ini yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini menjelaskan terkait landasan teori yang menjadi acuan, berisi tentang konsep, hipotesis dan rancangan penelitian.

BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini membahas terkait metode penelitian yang akan digunakan dalam pemecahan masalah yang berisi tentang pendekatan penelitian, sumber data, metode pengolahan data dan diagram analisis data.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dilakukan proses analisis data yang kemudian hasilnya diinterpretasikan secara terperinci.

BAB V STUDI KASUS

Pada bab ini berisi analisis terhadap suatu masalah yang dihadapi, peneliti menguraikan, menggambarkan, dan memberikan data yang relevan.

studi kasus juga memuat solusi yang diterapkan untuk menangani masalah tersebut.

BAB VI PENUTUP

Pada bab ini berisi kesimpulan dan saran dari penelitian yang dilakukan oleh penulis.



BAB VI

PENUTUP

6.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari perbandingan Metode *Least Trimmed Square* dan Estimasi M pembobot Andrew dalam regresi robust pada studi kasus Faktor Kesejahteraan Masyarakat terhadap Indeks Pembangunan Manusia tahun 2023, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Estimasi M dengan pembobot *Andrew* digunakan untuk mengurangi pengaruh pencilan dengan pembobot yang lebih kecil pada data yang jauh dari nilai prediksi.
2. Metode LTS memiliki cara mengecualikan beberapa sisa yang ekstrim sebagai pencilan dengan meminimalkan jumlah dari $\sum h_i$ kuadrat residual terkecil
3. Pengaplikasian Estimasi M Pembobot *Andrew* dalam data diketahui bahwa variabel Harapan Lama Sekolah dan Rata-rata Lama Sekolah secara signifikan memengaruhi Indeks Pembangunan

Manusia. Begitu juga dengan menggunakan Metode LTS diketahui variabel Harapan Lama Sekolah dan Rata-rata Lama Sekolah secara signifikan memengaruhi Indeks Pembangunan Manusia.

Estimasi M memiliki nilai RSE sebesar 0.7766 yang menunjukkan bahwa estimasi M menghasilkan regresi paling stabil dan akurat. Sedangkan Metode LTS memiliki nilai RSE sebesar 0,8544, menunjukkan bahwa metode ini cukup tinggi dalam menjelaskan data terhadap penciran data.

Metode Estimasi yang paling baik digunakan untuk meminimalkan kesalahan prediksi pada data faktor kesejahteraan masyarakat terhadap Indeks Pembangunan Masyarakat tahun 2023 adalah Estimasi M Pembobot Andrew memiliki nilai RSE terkecil yaitu 0.7766. Dengan persamaan model sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 37,313 + 1,049X_1 + 2,618X_2 + 5,29 \times 10^{-7}X_3 \\ - 0,013X_4 + 0,054X_5 + 0,067X_6 \quad (6.1)$$

Diperoleh bahwa setiap peningkatan satu satuan pada harapan lama sekolah (X_1) akan meningkatkan IPM (Y_1) sebesar 1,31, dengan asumsi variabel lainnya tetap.

6.2. Saran

Setelah membahas dan mengimplementasikan regresi robust pada data yang memiliki pencilan, penulis ingin menyampaikan beberapa pesan.

1. Penelitian ini telah membahas regresi robust estimate untuk MKT, untuk penelitian selanjutnya dapat diterapkan pada penggunaan untuk ridge dan lasso.
2. Penelitian ini membandingkan dua metode yaitu LTS dan estimasi M, Untuk penelitian selanjutnya dapat membandingkan metode lainnya, seperti estimasi MM, estimasi S

DAFTAR PUSTAKA

Akbar, M. & Maftukhah, L. (2007). Optimasi kekuatan tourqe pada lampu tl. *Jurnal Ilmiah Sains dan Teknologi*, 6(3):218–229.

Akolo, I. R. & Nadjamuddin, A. (2022). Analisis regresi robust estimasi least trimmed square dan estimasi maximum likelihood pada pemodelan ipm di pulau sulawesi. *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, 10(2):211–221.

Anton, H. (1990). *Elementary Linear Algebra*. John Wiley & Sons, New York, 5 edition.

Atamia, N. A., Susanti, Y., & Handajani, S. S. (2021). Perbandingan analisis regresi robust estimasi-s dan estimasi-m dengan pembobot huber dalam mengatasi outlier. In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, volume 4, pages 673–679.

Badan Pusat Statistik (2024a). Harapan lama sekolah (tahun), 2022-2024. <https://sultra.bps.go.id/statistics-table/2/Mjg0IzI=//harapan-lama-sekolah.html>. Diakses pada 12 Maret 2025.

Badan Pusat Statistik (2024b). Rata-rata lama sekolah (tahun), 2022-2024. <https://sultra.bps.go.id/statistics-table/2/Mjq1IzI=/rata-rata-lama-sekolah.html>. Diakses pada 12 Maret 2025.

Badan Pusat Statistik (2024c). Tingkat partisipasi angkatan kerja (tpak).

<https://bit.ly/44vuiCQ>. Diakses pada 12 Maret 2025.

Badan Pusat Statistik Kota Tasikmalaya (2024). Tingkat partisipasi angkatan kerja (tpak). <https://tasikmalayakota.bps.go.id/statistics-table/2/MTI0IzI=/tingkat-partisipasi-angkatan-kerja-tpak-.html>. Diakses pada 11 Maret 2025.

Belsley, D. A., Kuh, E., & Welsch, R. E. (1980). *Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity*. John Wiley & Sons, New York.

Chatterjee, S. & Hadi, A. S. (1986). Influential observations, high leverage points, and outliers in linear regression. *Statistical Science*, 1(3):379–416, DOI: [10.1214/ss/1177013622](https://doi.org/10.1214/ss/1177013622).

Donoho, D. L. & Huber, P. J. (1983). The notion of breakdown point.

A festschrift for Erich L. Lehmann, 157184.

Draper, N. (1998). *Applied regression analysis*. McGraw-Hill. Inc.

Draper, N. R., Smith, H., & Sumantri, B. (1992). *Analisis regresi terapan*. PT Gramedia Pustaka Utama.

Egbert, G. D. & Booker, J. R. (1986). Robust estimation of geomagnetic transfer functions. *Geophysical Journal International*, 87(1):173–194.

Faelassuffa, A. & Yuliani, E. (2021). Kajian tingkat partisipasi angkatan kerja terhadap indeks pembangunan manusia. *Jurnal Kajian Ruang*, 1(1).

Faizia, T., Prahatama, A., & Yasin, H. (2019). Pemodelan indeks pembangunan manusia di jawa tengah dengan regresi komponen utama robust. *Jurnal Gaussian*, 8(2):253–271.

Ghozali, I. (2009). *Ekonometrika: teori, konsep dan aplikasi dengan spss 17*. Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro, 50.

Gujarati, D. (1978). Ekonometrika dasar, diterjemahkan oleh sumarno zain. *Erlangga: Jakarta.*

Hampel, F. R. (1975). *Beyond location parameters: Robust concepts and methods.* Eidgenössische Technische Hochschule Zürich.

Huber, P. J. (1973). Robust regression: asymptotics, conjectures and monte carlo. *The annals of statistics*, pages 799–821.

Huber, P. J. (1992). Robust estimation of a location parameter. In *Breakthroughs in statistics: Methodology and distribution*, pages 492–518. Springer.

Juliandi, A., Manurung, S., et al. (2014). *Metodologi Penelitian Bisnis, Konsep dan Aplikasi: Sukses Menulis Skripsi & Tesis Mandiri.* Umsu Press.

Mahroji, D. & Nurkhasanah, I. (2019). Pengaruh indeks pembangunan manusia terhadap tingkat pengangguran di provinsi banten. *Jurnal Ekonomi-Qu*, 9(1).

Manurung, E. N. & Hutabarat, F. (2021). Pengaruh angka harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah, pengeluaran per kapita terhadap

indeks pembangunan manusia. *Jurnal Ilmiah Akuntansi Manajemen*, 4(2):121–129.

Marcus, G. L., Wattimanela, H. J., & Lesnussa, Y. A. (2012). Analisis regresi komponen utama untuk mengatasi masalah multikolinieritas dalam analisis regresi linier berganda. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 6(1):31–40.

Mendenhall, W. & Reinmuth, J. E. (1971). Statistics for management and economics.

Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2021). *Introduction to linear regression analysis*. John Wiley & Sons.

Muamalah, A. F., Ngastiti, P. T. B., & Isro'il, A. (2024). Perbandingan hasil model regresi robust estimasi m (method of moment), estimasi m (maximum likelihood type), dan estimasi Its (least trimmed square) pada produksi padi di kecamatan sekaran. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 12(3):540–548.

Nurdin, N. N., Raupong, R., & Islamiyati, A. (2014). Penggunaan regresi robust pada data yang mengandung pencilan dengan metode

momen. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, 10(2):114–123.

Perihatini, D. I. et al. (2018). Perbandingan metode estimasi lts, estimasi m, dan estimasi s pada regresi robust (studi kasus: Pembiayaan mobil pada perusahaan ‘x’tahun 2016).

Putra, D. M. & Ratnasari, V. (2016). Pemodelan indeks pembangunan manusia (ipm) provinsi jawa timur dengan menggunakan metode regresi logistik ridge. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 4(2).

Qudratullah, M. F. (2013). *Analisis Regresi Terapan: Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi dengan SPSS*. Penerbit Andi.

Rahman, M. B. & Widodo, E. (2018). Perbandingan metode regresi robust estimasi least trimmed square, estimasi scale, dan estimasi method of moment. In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, volume 1, pages 426–433.

Rousseeuw, P. & Yohai, V. (1984). Robust regression by means of s-estimators. In *Robust and Nonlinear Time Series Analysis: Proceedings of a Workshop Organized by the Sonderforschungsbereich*

123 “*Stochastische Mathematische Modelle*”, Heidelberg 1983, pages 256–272. Springer.

Rousseeuw, P. J. (1984). Least median of squares regression. *Journal of the American statistical association*, 79(388):871–880.

Rousseeuw, P. J. & Leroy, A. M. (1987). *Robust Regression and Outlier Detection*. John Wiley & Sons, New York.

Setiawan & Kusrini, D. (2010). *Ekonometrika*. Yogyakarta: ANDI.

Setyowati, E., Akbarita, R., & Robby, R. R. (2021). Perbandingan regresi robust metode least trimmed square (lts) dan metode estimasi-s pada produksi padi di kabupaten blitar. *Jurnal Matematika UNAND*, 10(3):329–341.

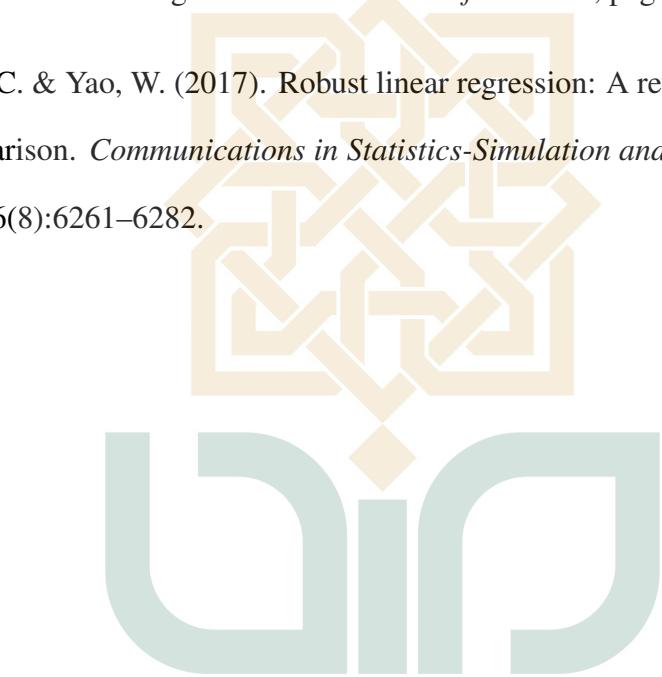
Soemartini (2007). *Pencilan (Outlier)*. Universitas Padjajaran, Bandung.

Sriningsih, M., Hatidja, D., & Prang, J. D. (2018). Penanganan multikolinearitas dengan menggunakan analisis regresi komponen utama pada kasus impor beras di provinsi sulut. *Jurnal Ilmiah Sains*, 18(1):18–24.

Vivi Silvia, S. (2020). *Statistika Deskriptif*. Penerbit Andi.

Yohai, V. J. (1987). High breakdown-point and high efficiency robust estimates for regression. *The Annals of statistics*, pages 642–656.

Yu, C. & Yao, W. (2017). Robust linear regression: A review and comparison. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(8):6261–6282.



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA