

SKRIPSI

**PEMODELAN MATEMATIKA DAN ANALISIS
KESTABILAN PADA PERCERAIAN PERNIKAHAN**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2025

**PEMODELAN MATEMATIKA DAN ANALISIS
KESTABILAN PADA PERCERAIAN PERNIKAHAN**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



diajukan oleh

NIRMA FADILA

20106010041

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2025

**SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Nirma Fadila

NIM : 20106010041

Judul Skripsi : Pemodelan Matematika dan Analisis
Kestabilan pada Perceraian Pernikahan.

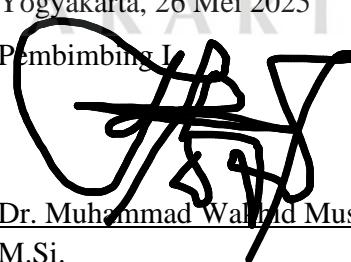
sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 26 Mei 2025

Pembimbing I


Dr. Muhammad Walid Musthofa, S.Si.,
M.Si.

NIP. 19800402 200501 1 003



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1087/Un.02/DST/PP.00.9/06/2025

Tugas Akhir dengan judul : Pemodelan Matematika dan Analisis Kestabilan pada Perceraian Pernikahan yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : NIRMA FADILA
Nomor Induk Mahasiswa : 20106010041
Telah diujikan pada : Kamis, 12 Juni 2025
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 684e38919315c



Penguji I

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 684cffbfa2651



Penguji II

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom
SIGNED

Valid ID: 684ac3844a18d



Yogyakarta, 12 Juni 2025

UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 684f88611fcab

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Nirma Fadila
NIM : 20106010041
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 26 Mei 2025



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

KARYA SEDERHANAINI PENULIS PERSEMBAHKAN UNTUK:

KEDUA ORANG TUA PENULIS, BAPAK KANANG, IBU SUPRAPTI,

DAN ADIK AURA YANG TELAH MEMBERIKAN DO'A, KASIH

DAN CINTANYA YANG TAK TERBATAS.

GURU-GURU SEJAK SAYA TK HINGGA S1 YANG TELAH MENYALURKAN

ILMUNYA TANPA PAMRIH.

KELUARGA DEKAT, SAHABAT DAN SEMUA ORANG-ORANG YANG

PERNAH SAYA KENAL.

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA DAN

PONDOK PESANTREN ALLUQMANIYYAH YOGYAKARTA.

"PARA MATEMATIKAWAN DI MANA PUN BERADA"

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

MOTTO

"Sukses tak akan datang bagi mereka yang hanya menunggu tak berbuat apa-apa, tapi bagi mereka yang selalu berusaha mewujudkan mimpi mereka."

(Alfiyyah Ibnu Malik)

"Hidup ini seperti mimpi, nikmatilah dalam kesederhanaan dan kebersyukuran. Kesabaran adalah kunci menuju ketenangan."

(Syekh Abdul Qodir Al Jailani)



PRAKATA

Alhamdulillahirobbil'alamien, puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, hidayah, serta inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul “Pemodelan Matematika dan Analisis Kestabilan pada Perceraian Pernikahan” guna memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah limpahkan kepada Nabi Muhammad SAW beserta keluarganya, yang telah menjadi teladan dan rahmat bagi seluruh alam.

Selama proses penyusunan tugas akhir ini, penulis mendapat berbagai bimbingan, motivasi, bantuan, diskusi, dan arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Noorhaidi Hasan, S.Ag., M.A., M.Phil., Ph.D, selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ibu Dr. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Dr. Ephra Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga.
4. Ibu Sri Istiyarti Uswatun Chasanah, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan arahan terkait masalah akademik kepada penulis selama menempuh studi di UIN Sunan Kalijaga.

5. Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah membimbing, mengarahkan, motivasi serta memberi nasi-hat kepada penulis dalam menyusun skripsi ini hingga terselesaikan dengan baik.
6. Seluruh dosen Program Studi Matematika dan taf Fakultas Sains dan Teknologi yang senantiasa memberikan ilmu dan layanan terbaik kepada penulis dari awal hingga akhir perkuliahan.
7. Cinta pertama dan panutanku, Bapak Kanang dan pintu surgaku, Ibu Suprapti, beliau memang tidak sempat merasakan pendidikan di bangku perkuliahan, namun beliau mampu mendidik penulis, memotivasi, mendo'akan, memberi dukungan hingga penulis mampu menyelesaikan studinya.
8. Untuk adikku tersayang Azkiya Aura Luthfiah. Terimakasih telah menjadi salah satu sumber semangat penulis sebagai anak pertama untuk berjuang dan menyelesaikan studinya.
9. Untuk seluruh keluarga Bani Shamad dan Bani Wahab yang telah memberikan dukungan yang begitu luar biasa bagi penulis sehingga penulis bisa kuliah dan mondok di Jogja dan menyelesaikan studinya.
10. Abah Kyai Na'imul Wa'in dan Ibu Nyai Hj. Siti Chamnah, selaku pengasuh Pondok Pesantren Alluqmaniyyah Yogyakarta yang selalu mendoakan terbaik buat santri-santri nya.
11. Teman-teman Ihya' Ibtisamah dan keluarga besar Pondok Pesantren Alluqmaniyyah Yogyakarta yang senantiasa menemani dan menjadi keluarga baru di perantauan Yogyakarta tercinta.

12. Teman-teman KKN 114 Kadilangu Demak yang sangat ambisius, agamis, dan supportif, terima kasih cerita 45 hari-nya selama KKN.
13. Penulis sangat berterima kasih kepada Dinas Pendidikan, Pemuda, dan Olahraga (DINDIKPORA) kabupaten Rembang, yang telah berinvestasi kepada penulis, melalui dukungan dana Beasiswa Prestasi.
14. Teruntuk sahabat terbaik penulis, Mahsunatul Afidah dan Silvia Rachmawati yang senantiasa memberikan support dan do'a kepada penulis.
15. Teruntuk semua grup hadroh di mana pun berada, terkhusus grup hadroh banyu Jawa Timur terimakasih telah menciptakan karya luar biasa yang menjadi *playlist* sehari-hari penulis dalam menemani proses penggerjaan skripsi ini.
16. Terakhir semua pihak yang penulis tidak bisa sebutkan satu-persatu, semoga dimudahkan segala urusannya.

Penulis sangat menyadari tidak ada yang sempurna di dunia ini. Oleh karena itu segala bentuk saran, kritik atas skripsi ini penulis menerimanya dengan senang hati. Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat khususnya bagi penulis dan semua kalangan yang membutuhkan untuk dijadikan referensi dalam menulis. Akhir kata semoga Allah SWT melimpahkan segala rahmat dan hidayah-Nya kepada kita semua, *Aamiin*.

Yogyakarta, 14 Mei 2025

Nirma Fadila

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	i
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMBANG	xv
INTISARI	xvi
ABSTRACT	xvii
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	6
1.3. Batasan Masalah	6
1.4. Tujuan Penelitian	6
1.5. Metode Penelitian	7
1.6. Manfaat Penelitian	9
1.7. Tinjauan Pustaka	10
1.8. Sistematika Penulisan	11
II LANDASAN TEORI	13

2.1. Perceraian Pernikahan	13
2.2. Model Matematika	13
2.3. Persamaan Diferensial	17
2.3.1. Persamaan Diferensial Biasa	17
2.3.2. Persamaan Diferensial Parsial	19
2.4. Sistem Persamaan Diferensial	20
2.4.1. Sistem Persamaan Diferensial Linear	21
2.4.2. Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear	22
2.5. Titik Ekuilibrium	23
2.6. Bilangan Reproduksi Dasar	25
2.7. Kestabilan Sistem Linear	27
2.7.1. Nilai Eigen	28
2.7.2. Kriteria Routh - Hurwitz	30
2.8. Kestabilan Sistem Nonlinear	33
2.9. Fungsi Lyapunov	38
2.10. Analisis Bifurkasi	40
2.11. Analisis Sensitivitas	42
III PEMBAHASAN	44
3.1. Asumsi Model	44
3.2. Variabel dan Parameter	45
3.3. Model Matematika Dinamika Perceraian Pernikahan	46
3.4. Analisis Model	49
3.4.1. Daerah invariant	49
3.4.2. Titik Ekuilibrium Bebas Perceraian	52
3.4.3. Bilangan Reproduksi Dasar	53

3.4.4. Analisis Kestabilan Lokal Titik Ekuilibrium Bebas Perceraian.	56
3.4.5. Analisis Kestabilan Global Titik Kesetimbangan Bebas Perceraian	59
3.4.6. Titik Ekuilibrium Endemik.	61
3.4.7. Analisis Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Endemik	65
3.4.8. Analisis Bifurkasi	68
3.4.9. Analisis Sensitivitas	75
IV SIMULASI NUMERIK	80
4.1. Estimasi Parameter	80
4.1.1. Simulasi Keadaan Bebas Perceraian	82
4.1.2. Simulasi Keadaan Endemik Perceraian	84
4.2. Simulasi Pengaruh α terhadap Individu Menikah dan Individu Bercerai	86
4.3. Simulasi Pengaruh δ terhadap Individu Putus Pernikahan dan Individu Bercerai	89
4.4. Simulasi Pengaruh ε terhadap Individu Menikah dan Individu Bercerai	91
V PENUTUP	94
5.1. Kesimpulan	94
5.2. Saran	95
DAFTAR PUSTAKA	97
LAMPIRAN	100
A Program Simulasi Numerik Menggunakan MATLAB	100
B Biodata Penulis	104

DAFTAR TABEL

1.1 Tinjauan Pustaka	11
2.1 Kriteria Kestabilan Berdasarkan Nilai a dan b	41
3.1 Daftar variabel model perceraian pernikahan	45
3.2 Parameter Model Perceraian Pernikahan	46
3.3 Hasil Analisis Bifurkasi	74
3.4 Indeks Sensitivitas Parameter terhadap R_0	79
4.1 Nilai Parameter dari Model Perceraian Pernikahan	83
4.2 Nilai Parameter dari Model Perceraian Pernikahan	84



DAFTAR GAMBAR

1.1 <i>Flowchart Penelitian</i>	9
2.1 Langkah - langkah Pemodelan Matematika	15
3.1 Diagram Kompartemen Model Matematika Perceraian	47
4.1 Grafik Dinamika Perceraian saat $R_0 < 1$	83
4.2 Grafik Dinamika Perceraian saat $R_0 > 1$	85
4.3 Grafik Pengaruh α pada Individu Menikah	86
4.4 Grafik Pengaruh α pada Individu Bercerai	86
4.5 Grafik Pengaruh δ pada Individu Menikah	89
4.6 Grafik Pengaruh δ pada Individu Bercerai	89
4.7 Grafik Pengaruh ε pada Individu Menikah	91
4.8 Grafik Pengaruh ϵ pada Individu Bercerai	91

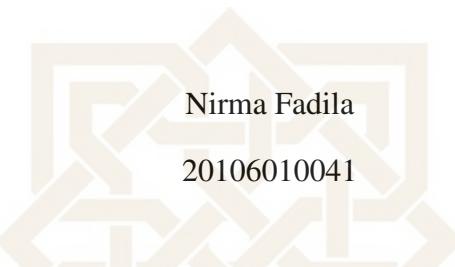
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMBANG

- $N(t)$ = Total populasi pada waktu t
- $S(t)$ = Jumlah individu lajang yang rentan terhadap perceraian pada waktu t
- $M(t)$ = Jumlah individu yang menikah pada waktu t
- $B(t)$ = Jumlah individu yang putus pernikahan pada waktu t
- $D(t)$ = Jumlah individu yang bercerai pada waktu t
- π = Tingkat perekutan individu hingga usia lajang
- β = Tingkat rata - rata individu lajang yang sudah menikah
- ρ = Tingkat perceraian individu yang menjadi lajang
- σ = Tingkat kematian individu akibat perceraian
- ε = Tingkat individu yang putus pernikahan dan memperbarui pernikahan sebelumnya
- δ = Tingkat individu yang putus pernikahan dan bercerai
- μ = Tingkat kematian alami individu
- α = Tingkat kontak individu yang bercerai dengan individu yang sudah menikah
- Ω = Daerah Invariant
- λ = Nilai eigen
- \Re_0 = Bilangan reproduksi dasar
- \mathbb{R}^n = Ruang vektor atas lapangan R
- \ll = Sangat kurang dari

INTISARI

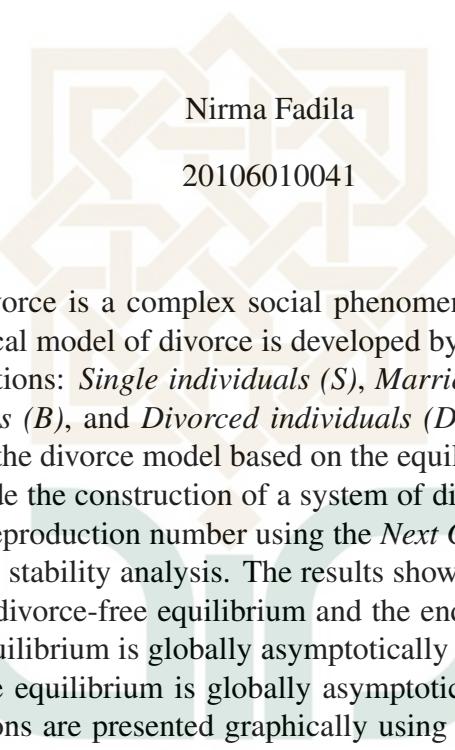
Pemodelan Matematika dan Analisis Kestabilan pada Perceraian Pernikahan



Perceraian pernikahan merupakan fenomena sosial kompleks yang dipengaruhi berbagai dinamika hubungan dalam rumah tangga. Untuk memahami dinamika tersebut, dikembangkan model matematika pada perceraian menjadi empat subpopulasi: *Single individuals (S)*, *Married individuals (M)*, *Broken marriage individuals (B)*, dan *Divorced individuals (D)*. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kestabilan model matematika perceraian berdasarkan titik-titik ekuilibrium yang terbentuk. Metode yang digunakan meliputi pembentukan sistem persamaan diferensial, perhitungan bilangan reproduksi dasar menggunakan *Matrix Next Generation*, serta analisis kestabilan lokal dan global. Hasil penelitian menunjukkan adanya dua titik ekuilibrium, yaitu titik bebas perceraian dan titik endemik perceraian. Titik ekuilibrium bebas perceraian bersifat stabil asimtotik global saat $\mathfrak{R}_0 < 1$, sedangkan titik ekuilibrium endemik perceraian bersifat stabil asimtotik global saat $\mathfrak{R}_0 > 1$. Simulasi numerik ditampilkan secara grafis dengan batuan *software MATLAB* untuk mengonfirmasi hasil perhitungan analitik.

Kata Kunci: *perceraian pernikahan, kestabilan model, titik kesetimbangan, simulasi numerik.*

ABSTRACT



Marriage divorce is a complex social phenomenon of household relationships. A mathematical model of divorce is developed by classifying the population into four subpopulations: *Single individuals (S)*, *Married individuals (M)*, *Broken marriage individuals (B)*, and *Divorced individuals (D)*. This study aims to analyze the stability of the divorce model based on the equilibrium points formed. The methods used include the construction of a system of differential equations, calculation of the basic reproduction number using the *Next Generation Matrix* method, and local and global stability analysis. The results show the existence of two equilibrium points: the divorce-free equilibrium and the endemic divorce equilibrium. The divorce-free equilibrium is globally asymptotically stable when $\mathfrak{R}_0 < 1$, while the endemic divorce equilibrium is globally asymptotically stable when $\mathfrak{R}_0 > 1$. Numerical simulations are presented graphically using *MATLAB* software to confirm the analytical results.

Keywords: marriage divorce, stability model, equilibrium point, numerical simulation.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
GIRIBANGKALI JAGA
YOGYAKARTA

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Menurut (Santoso, 2016), manusia melewati beberapa fase kehidupan di dunia untuk mencapai keutuhan hidup sesungguhnya. Hal ini selaras juga dengan makna beberapa tembang macapat, dengan diawali proses *maskumambang* yakni fase manusia ketika masih di alam ruh yang kemudian menetap dalam kandungan, kemudian *mijil* fase ketika manusia lahir ke dunia, *sinom* fase ketika manusia tumbuh berkembang mengenal hal baru yang digambarkan sebagai masa anak-anak, *kinanthi* fase pencarian jati diri atau masa remaja, dan beranjak fase *asmaradhana* dimana manusia mengenal cinta, dan berlabuh ke fase gambuh fase dimana manusia mulai membangun bahtera rumah tangga melalui proses pernikahan. Menurut Undang - Undang No. 1 Tahun 1974 Pasal 1, pernikahan adalah ikatan lahir batin antara seseorang laki-laki dan perempuan sebagai pasangan suami istri dengan tujuan membentuk keluarga (rumah tangga) yang bahagia dan kekal berdasarkan Keutuhan Yang Maha Esa (Republik Indonesia, 1974).

Dalam kehidupan sosial, pernikahan telah diakui sebagai persatuan pasangan untuk menghasilkan hubungan kelamin antara laki-laki dan perempuan dalam rangka mewujudkan kebahagiaan hidup berkeluarga yang permanen dan langgeng. Secara filosofis, pernikahan merupakan upaya memperoleh dan berbagi kebahagiaan baik lahiriah maupun batiniah. Perwujudan kebahagiaan tersebut hendaknya menjadi motivasi untuk memenuhi segala hak dan kewajiban yang timbul dari ikat-

an perkawinan. Untuk mencapai cita-cita pernikahan, setiap individu harus benar-benar memahami makna “*mitsaqon ghalidan*” (perjanjian yang khidmat), “*muasyaroh bil’ma’ruf*” (hidup bersama dalam kebaikan), dan “*sakinah, mawaddah, warrahmah*” (ketenangan, cinta kasih, dan kasih sayang).

Salah satu hakikat pernikahan adalah “*mu’asyarah bi al-ma’ruf*” (hidup bersama dalam kebaikan). Hal ini berdasarkan pada salah satu firman Allah sebagai berikut:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لَا يَحْلُّ لَكُمْ أَنْ تَرِثُوا النِّسَاءَ كَرْهًا وَلَا تَعْضُلُوهُنَّ لِتَذْهَبُوْا بِعَصْمٍ مَا أَتَيْتُمُوهُنَّ إِلَّا أَنْ يَأْتُنَّ بِفَاحِشَةٍ مُّبِينَةٍ وَغَاشِرُوهُنَّ بِالْمَعْرُوفِ فَإِنْ كَرِهْتُمُوهُنَّ فَعَسَى أَنْ تَكْرُهُوْا شَيْئًا وَيَجْعَلَ اللَّهُ فِيهِ خَيْرًا كَثِيرًا

”Wahai orang-orang yang beriman, tidak halal bagi kamu mewarisi perempuan dengan jalan paksa. Janganlah kamu menyusahkan mereka karena hendak mengambil kembali sebagian dari apa yang telah kamu berikan kepadanya, kecuali apabila mereka melakukan perbuatan keji yang nyata. Pergaulilah mereka dengan cara yang patut. Jika kamu tidak menyukai mereka, (bersabarlah) karena bolehjadi kamu tidak menyukai sesuatu, padahal Allah menjadikan kebaikan yang banyak di dalamnya”.(Q.S An-Nisa: 19). (Hopipah et al., 2023)

Menurut (Shihab, 2002) dalam tafsir Al-Mishbah, menjelaskan bahwa ayat ini adalah perintah *muasyaroh* (hidup bersama) yang ditujukan kepada suami istri yang sudah tidak ada lagi cinta di antara mereka. Namun, berbeda dengan keluarga yang dikehendaki Allah bukan lagi *ma’ruf* (kebaikan) tetapi *ihsan mawaddah* yakni mengosongkan pikiran dan hati dari segala sifat buruk dari pasangan sehingga akan tercipta keluarga yang *sakinah mawaddah warrahmah*.

Menyikapi pernyataan di atas, terdapat ayat dan hadis yang menekankan

pentingnya cita-cita tersebut dalam pernikahan, mengingat pernikahan merupakan janji suci tidak hanya kepada pasangan tetapi juga kepada Allah SWT. Namun, dalam realita kehidupan berumah tangga, seringkali banyak hal yang tidak berjalan mulus, dan berbagai permasalahan pun bermunculan sehingga membuat pasangan memilih perceraian sebagai solusinya.

Perceraian merupakan bagian dari dinamika rumah tangga. Perceraian terjadi karena adanya pernikahan, walaupun tujuan pernikahan bukanlah perceraian, namun perceraian merupakan suatu kejadian yang wajar walaupun penyebabnya bisa bermacam-macam. Perceraian adalah lepasnya ikatan pernikahan antara seorang laki-laki dan perempuan sebagai suami-isteri, yang dilakukan di depan sidang pengadilan, yaitu Pengadilan Negeri untuk non-Islam dan Pengadilan Agama untuk yang beragama Islam. (Djumairi, 1990)

Perceraian sebagaimana dimaksud dalam Pasal 114 Kompilasi Hukum Islam (KHI) adalah putusnya perkawinan yang disebabkan oleh perceraian, baik melalui talak maupun permohonan cerai. Di samping itu terdapat alasan lain terjadinya perceraian yaitu dalam Pasal 19 PP No.9 Tahun 1975, alasan tersebut adalah:

1. Salah satu pihak berbuat zina atau menjadi pemabuk, pemadat dan lain sebagainya yang sukar disembuhkan.
2. Salah satu pihak meninggalkan pihak lain selama 2 (dua) tahun berturut-turut tanpa izin pihak lain dan tanpa alasan yang sah atau karena hal lain di luar kemampuannya.
3. Salah satu pihak mendapat hukuman penjara 5 (lima) tahun atau hukuman yang lebih berat setelah perkawinan berlangsung.
4. Salah satu pihak melakukan kekejaman atau penganiayaan yang menimbulkan

risiko pihak lain.

5. Salah satu pihak mendapat cacat badan atau penyakit dengan akibat tidak dapat menjalankan kewajibannya sebagai suami atau isteri.
6. Antara suami dan isteri terus-menerus terjadi perselisihan dan pertengkarannya serta tidak ada harapan lagi dalam rumah tangga. (Zakiyah, 2005)

Disamping alasan tersebut, terdapat faktor lain yang berpengaruh pada terjadinya perceraian. Dalam buku “*Trending Topics Kehidupan Pernikahan*” disebutkan bahwa faktor penyebab perceraian antara lain: Faktor ekonomi atau keuangan, faktor hubungan seksual, tidak terpenuhinya kebutuhan seksual antar pasangan, faktor agama dan pendidikan, pertengkarannya terus-menerus yang menguras emosi, pikiran, dan tenaga, faktor pihak ketiga yang mengakibatkan komunikasi renggang, masalah poligami, adanya kekerasan dalam rumah tangga, campur tangan orang tua atau mertua yang berlebihan dalam rumah tangga. (Khofifah, 2022)

Perceraian telah menjadi bagian umum di kehidupan warga Amerika Serikat yang mempengaruhi anak-anak dari semua latar belakang etnis, agama, dan sosial. (Tessema, 2022). Menurut Pusat Statistik Kesehatan Nasional Amerika Serikat, sekitar 4-5 juta orang menikah setiap tahun di Amerika Serikat dan sekitar 42-53 % dari pernikahan tersebut akhirnya berakhir dengan perceraian (Taqiyya, 2024). Berdasarkan data Laporan Statistik Indonesia, terdapat 448.126 kasus perceraian pada tahun 2022, meningkat 53,63 % dibandingkan tahun 2020 sebanyak 291.677 kasus. Berdasarkan wilayah, kasus perceraian tertinggi pada tahun 2022 tercatat di Jawa Barat sebanyak 98.890 kasus, disusul Jawa Timur dan Jawa Tengah masing-masing sebanyak 89.093 kasus dan 74.030 kasus. Selama lima tahun terakhir, tren kasus perceraian di Tanah Air mengalami fluktuasi. Jumlah kasus perceraian tertinggi terjadi pada tahun 2022, sedangkan terendah terjadi pada tahun 2020. Namun kasus

perceraian mengalami peningkatan dari tahun 2017 hingga 2019.

Pemodelan matematika merupakan konstruksi matematis yang didesain untuk memahami suatu fenomena atau sistem yang terjadi dalam kehidupan. Pemodelan matematika dapat berupa suatu grafik, simbol-simbol matematika, simulasi ataupun eksperimen. Pemodelan matematika yang merupakan tiruan dari suatu fenomena nyata adalah hasil dari proses yang tidak lepas dari asumsi-asumsi dan penyederhanaan (Toaha, 2013).

Penelitian tentang model matematika perceraian pernikahan telah dilakukan oleh (Tessema, 2022) yang berjudul *A Mathematical Model Analysis of Marriage Divorce*. Berdasarkan penelitian tersebut, penulis tertarik untuk membahas fenomena perceraian pernikahan tersebut dengan model *SMBD* (*Single, Married, Broken, Divorced*). Model tersebut nantinya akan dicari titik ekuilibrium dalam keadaan bebas dan endemik serta bilangan reproduksi dasar dari modelnya. Titik kesetimbangan atau titik ekuilibrium dalam suatu model matematika adalah keadaan saat laju perubahan setiap subpopulasi bernilai nol, sehingga sistem berada dalam kondisi stabil dan tidak mengalami perubahan dari waktu ke waktu. Titik ini penting untuk dianalisis karena dapat menggambarkan kondisi jangka panjang dari fenomena yang dimodelkan, apakah sistem akan menuju situasi tanpa perceraian atau justru menuju kondisi di mana perceraian tetap ada secara endemik dalam populasi. Analisis terhadap kestabilan titik ekuilibrium bertujuan untuk mengetahui apakah sistem akan tetap berada di titik tersebut ketika terjadi gangguan kecil. Untuk mendukung hasil analisis secara matematis, digunakan simulasi numerik sebagai alat bantu visualisasi. Simulasi numerik memungkinkan pemodel untuk melihat perilaku solusi sistem persamaan diferensial secara dinamis terhadap waktu dengan bantuan perangkat lunak seperti MATLAB. Dengan simulasi tersebut, pola per-

bahan populasi tiap kelompok (*Single, Married, Broken, Divorced*) dapat dianalisis lebih lanjut dalam berbagai asumsi parameter yang merepresentasikan kondisi sosial yang berbeda.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang diperoleh rumusan masalah dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana model matematika pada perilaku perceraian pernikahan?
2. Bagaimana menganalisis kestabilan titik kesetimbangan pada model matematika perilaku perceraian pernikahan?
3. Bagaimana simulasi numerik pada perilaku perceraian pernikahan?

1.3. Batasan Masalah

Penulisan ini berfokus pada pembahasan model matematika perceraian dengan mempertimbangkan perceraian sebagai penyakit menular yang disebarluaskan oleh laki-laki dan perempuan yang bercerai, analisis kestabilan titik ekilibrium, analisis pada kontrol dan simulasi numerik. Masalah yang dibahas dalam penulisan ini dibatasi pada penyebaran perceraian dengan model yang digunakan yakni dengan model *SMBD* (*Single, Married, Broken, Divorced*), dan jumlah populasi manusia diasumsikan tetap atau konstan.

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah di atas, penulisan ini bertujuan untuk:

1. Untuk mengontruksi model matematika perilaku perceraian pernikahan.

2. Untuk mengetahui titik kesetimbangan bebas dan endemik dari model matematika kasus perilaku perceraian pernikahan.
3. Untuk mengetahui simulasi numerik model matematika perilaku perceraian pernikahan.

1.5. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur dan *problem solving*. Yang mana penelitiannya dilakukan dengan cara mempelajari, mencermati, menelaah dan mengidentifikasi pengetahuan yang ada pada sumber atau literatur. Adapun langkah - langkah yang digunakan untuk memodelkan fenomena perceraian pernikahan adalah sebagai berikut:

1. Pengumpulan Data

Data yang digunakan diperoleh dari sumber pustaka seperti jurnal maupun dari internet yang sesuai dengan kebutuhan untuk memodelkan fenomena perceraian pernikahan.

2. Pembuatan model matematika

Pemodelan matematika yang digunakan adalah dengan model *SMBD (Single, Married, Broken, Divorced)* yang dapat merepresentasikan kasus perceraian pernikahan dengan mempertimbangkan variabel dan parameter yang relevan untuk fenomena perceraian.

3. Analisis Model

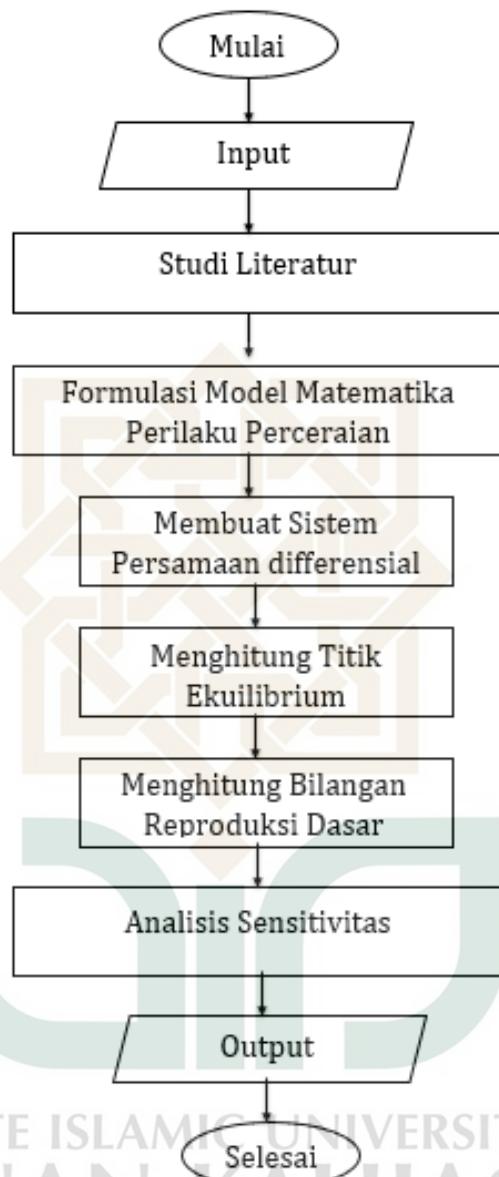
Sebelum menganalisis model matematika yang telah dibentuk, terlebih dahulu akan ditentukan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar. Selanjut-

nya, model sistem persamaan diferensial non linear akan dilakukan linearisasi untuk mengidentifikasi titik kestabilannya.

4. Simulasi Numerik

Simulasi numerik pada model yang telah dibentuk akan disimulasikan dengan menggunakan *software MATLAB* untuk memperoleh gambaran mengenai perilaku perceraian pernikahan.

Berikut merupakan alur yang akan penulis gunakan untuk menyusun skripsi yang disajikan dalam bentuk *flowchart* sebagai berikut:



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIAGA
 YOGYAKARTA

Gambar 1.1 Flowchart Penelitian

1.6. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan pemahaman tentang model matematika dinamika perceraian sekaligus sebagai instrumen atau alat bantu dalam usaha memahami, mengembangkan serta meminimalisir adanya perceraian.

1.7. Tinjauan Pustaka

Pada skripsi ini, penulis mengacu pada jurnal yang berjudul *A Mathematical Model Analysis of Marriage Divorce* yang ditulis oleh (Tessema, 2022). Jurnal tersebut digunakan penulis sebagai referensi utama yang membahas tentang model matematika perceraian pernikahan dengan menggunakan model *SMBD* yakni *Single individuals (S)*, *Marriage individuals (M)*, *Broken individuals (B)*, *Divorced individuals (D)*, dan perceraian dipandang sebagai fenomena sosial yang dapat menyebar melalui jaringan sosial, sehingga dalam konteks ini dianalogikan sebagai “penyakit menular” yang ditularkan oleh laki-laki dan perempuan yang telah bercerai.

Referensi lain mengacu pada jurnal yang ditulis oleh (Gambrah & Adzadu, 2018), peneliti menggunakan model *MSD* yakni *marriage (M)*, *separated (S)*, *Divorced (D)*, untuk mempelajari dinamika epidemi perceraian di Ghana. Keberadaan dan stabilitas keseimbangan bebas perceraian dan endemik dibuktikan menggunakan bilangan reproduksi dasar yang dihitung. Mereka menyimpulkan bahwa, mengurangi tingkat kontak antara yang menikah dan yang bercerai, meningkatkan jumlah pernikahan yang berjalan dalam perpisahan dan mendidik para pemisah untuk menahan diri dari perceraian dapat berguna dalam memerangi perceraian epidemi perceraian.

Selain dari aspek matematis, penulis juga merujuk pada skripsi yang berhubungan dengan teori yang dibutuhkan untuk membahas penelitian ini. (Hasanudin, 2023) pada skripsinya yang berjudul “*Pemodelan Matematika dan Analisis pada Perilaku Pergaulan Bebas*” membahas mengenai model matematika SCI (*Susceptible, Corrupt Moral, Informed*). Penulis juga merujuk pada buku-buku yang berhubungan dengan teori yang terkait, diantaranya adalah buku tentang model matematika, matriks, persamaan diferensial, linearisasi, dan juga metode numerik.

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No.	Peneliti	Judul	Pembahasan
1.	Patience Pokuaa Gambrah and Yvonne Adzadu	<i>Mathematical model of divorce epidemic in Ghana</i>	Membahas tentang pemodelan matematika menggunakan model MSD yakni marriage (M), separated (S), Divorced (D), untuk mempelajari dinamika epidemi perceraian di Ghana
2.	Patience Pokuaa Gambrah, Abdul-Samad Abdul-Rahaman and Yvonne Adzadu	<i>Divorce transmission model</i>	Membahas tentang model matematika menggunakan model SMPD (Susceptible(S), Married (M), Separated (P), and Divorced (D)), untuk mempelajari dinamika perceraian sebagai epidemi.
3.	Fuad Hasanuddin	Pemodelan Matematika dan Analisis Pada Perilaku Pergaulan Bebas	Membahas tentang pemodelan matematika dan analisis tentang perilaku pergaulan bebas dengan menggunakan model matematika SCI (Susceptible, Corrupt Moral, Informed)

1.8. Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

BAB 1 PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, dan sistematika penulisan.

BAB II DASAR TEORI

Pada bab ini menjelaskan terkait landasan teori yang menjadi acuan untuk membahas model matematika fenomena perceraian pernikahan yang berisi tentang definisi pernikahan dan perceraian, model matematika, persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, titik ekuilibrium, bilangan reproduksi dasar, kestabilan sistem linear, kestabilan sistem nonlinear, kriteria *Routh Hurwitz*, bilangan reproduksi, fungsi *Lyapunov*, analisis bifurkasi, analisis sensitivitas.

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang fenomena perceraian pernikahan, formulasi model, analisis model (daerah invariant, titik ekuilibrium, bilangan reproduksi, analisis kestabilan lokal dan global) kemudian analisis sensitivitas pada setiap parameternya.

BAB IV SIMULASI NUMERIK

Bab ini menjelaskan hasil dari simulasi numerik yang diperoleh dari pengoperasian pada *software MATLAB*.

BAB V PENUTUP

Dalam bab ini terdiri atas kesimpulan dari hasil penelitian dan saran yang bisa membantu baik pembaca atau peneliti dalam mengembangkan penelitian ini.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan sebelumnya, maka diperoleh simpulan sebagai berikut:

1. Model matematika perceraian terdiri dari empat subpopulasi yaitu SMBD (*Single, Married, Broken, Divorced*). Berdasarkan beberapa asumsi yang ditetapkan, model yang didapatkan berupa sistem persamaan diferensial nonlinear yaitu

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \pi + \rho D - (\beta + \mu)S \\ \frac{dM}{dt} = \beta S + \varepsilon B - (\alpha D + \mu)M \\ \frac{dB}{dt} = \alpha M D - (\delta + \varepsilon + \mu)B \\ \frac{dD}{dt} = \delta B - (\sigma + \rho + \mu)D \end{cases}$$

2. Pada model matematika perceraian memiliki dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas perceraian

$$E_0 = \left(\frac{\pi}{(\beta + \mu)}, \frac{\pi\beta}{\mu(\beta + \mu)}, 0, 0 \right)$$

dengan E_0 bersifat stabil asimtotik lokal ketika $\Re \leq 1$ dan tidak stabil ketika

$\mathfrak{R}_0 > 1$. Selanjutnya pada titik ekuilibrium endemik $E^* = [S^*, M^*, B^*, D^*]$.

$$\begin{aligned} S^* &= \left(\frac{(\sigma+\rho+\mu)[(\rho\mu-\alpha\pi)(\delta+\mu+\varepsilon)]}{(\alpha)[(\beta\rho\delta)+(-\delta-\mu)(\beta+\mu)(\sigma+\rho+\mu)]} \right) \\ M^* &= \left(\frac{(\delta+\varepsilon+\mu)(\sigma+\rho+\mu)}{\alpha\delta} \right) \\ B^* &= \left(-\frac{(\sigma+\rho+\mu)(\mathfrak{R}_0-1)}{\alpha\delta\kappa} \right) \\ D^* &= \left(-\frac{(\mathfrak{R}_0-1)}{\alpha\kappa} \right) \end{aligned}$$

dimana $\kappa = [(\beta\rho\delta) + (-\delta - \mu)(\beta + \mu)(\sigma + \rho + \mu)] [\mu(\beta + \mu)(\delta + \varepsilon + \mu)(\sigma + \rho + \mu)]$

dengan E^* bersifat stabil asimtotik lokal ketika \mathfrak{R}_0 mendekati 1, serta bilangan reproduksi dasar

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{\alpha\pi\beta\delta}{\mu(\beta + \mu)(\delta + \varepsilon + \mu)(\sigma + \rho + \mu)}$$

3. Hasil Analisis Sensitivitas juga dilakukan terhadap parameter-parameter utama dalam model. Hasilnya menunjukkan adanya parameter dengan indeks sensitivitas positif (α, β, δ) yang mendorong peningkatan perceraian, serta parameter dengan indeks sensitivitas negatif ($\varepsilon, \rho, \sigma, \mu$) yang berperan menurunkan angka perceraian.
4. Berdasarkan Simulasi Numerik pada pembahasan sebelumnya, ketika $\mathfrak{R}_0 < 1$ diperoleh hasil bahwa dalam jangka waktu yang akan datang perilaku perceraian tidak akan terjadi dan akan menghilang dari populasi. Ketika $\mathfrak{R}_0 > 1$ maka terjadi perilaku perceraian dengan kata lain perilaku perceraian akan tetap ada pada populasi dalam jangka waktu yang akan datang.

5.2. Saran

Penelitian ini membahas mengenai pembentukan model matematika perceraian. Untuk penelitian selanjutnya, model dapat dikembangkan dengan mempertimbangkan aspek *re-married* (pernikahan kembali) guna memberikan gambaran

yang lebih realistik terhadap dinamika pernikahan dalam masyarakat. Selain itu, faktor sosial seperti tingkat pendidikan, ekonomi, dan peran serta pemerintah maupun masyarakat dalam memberikan edukasi, layanan konseling, dan intervensi kebijakan juga dapat dimasukkan ke dalam model untuk memperkaya analisis dan mendukung upaya penurunan angka perceraian.



DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. & Rorres, C. (2013). *Elementary Linear Algebra, (11th ed.)*. Wiley.
- Boyce & Meade (2017). *Differential Equation and Boundary Value Problem*. Wiley.
- Carr, J. (1981). *Applications of Centre Manifold Theory*. Springer-Verlag, New York.
- Castillo-Chavez, C. & Song, B. (2004). Dynamical models of tuberculosis and their applications. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 1(2):361–404.
- Djumairi, A. (1990). Hukum perdata ii. *Semarang: Dosen Fakultas Syariah UIN Walisongo*.
- Driessche, P. & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and subthreshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, 180(1–2):29–48.
- Duato, R. d. J. L. (2011). Mathematical modeling of the spread of divorce in spain. *Mathematical and Computer Modelling*.
- Gambrah, P. P. & Adzadu, Y. (2018). Mathematical model of divorce epidemic in ghana. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics*, 3(2):395–401.
- Hasanudin, F. (2023). *Pemodelan Matematika dan Analisis Pada Perilaku Pergaulan Bebas*. Skripsi sarjana, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.

- Hopipah, E. N., Aidah, Y., Restu, C. E. N., Jamarudin, A., & Saepullah, U. (2023). The nature of divorce in various perspectives: Philosophical, juridical, sociological, and psychological reviews on the meaning of divorce. *Social Sciences and Humanities*, 3(3):288–297, DOI: [10.35877/soshum1816](https://doi.org/10.35877/soshum1816).
- Iswanto, R. J. (2012). *Pemodelan Matematika: Aplikasi dan Terapannya*. Graha Ilmu.
- Khofifah, E. N. (2022). *Trending Topics of Marriage Life*. PT. Alex Media KOM-putindo.
- Lhous, M., Rachik, M., Laarabi, H., & Abdelhak, A. (2017). Discrete mathematical modeling and optimal control of the marital status: the monogamous marriage case. *Advances in Difference Equations*, page 339.
- Luenberger, D. G. (1979). *ntroduction to Dynamic Systems, Theory, Models, and Applications*, (11th ed.). Wiley.
- Martcheva, M. (2015). *An Introduction to Mathematical Epidemiology*. Springer.
- Olsder, G. & van der Woude, J. (2005). *Mathematical Systems Theory third edition*). Delft University of Technology.
- Perko, L. (2000). *Differential Equations and Dynamical System*, (3th ed.). Springer.
- Republik Indonesia (1974). Undang-undang republik indonesia nomor 1 tahun 1974 tentang perkawinan. <https://peraturan.bpk.go.id/Details/47406/uu-no-1-tahun-1974>. Lembaran Negara Republik Indonesia Tahun 1974 Nomor 1.
- Ross, S. L. (1989). *Introduction to Ordinary Differential Equations*, (3th ed), volume 3. Willey.

Santoso, P. (2016). Fungsi sosial kemasyarakatan tembang macapat (community social functions of macapat). *Widyaparwa*, 44(2):85–97.

Shibeshi, A. (2015). *Causes of Divorce and its Effects on Children's Wellbeing in Yeka Sub-City, Addis Ababa*. PhD thesis, Addis Ababa University.

Shihab, M. Q. (2002). *Tafsir Al-Mishbah: Pesan, Kesan dan Keserasian al-Qur'an*, volume 05. Lentera Hati.

Sundari, R. & Apriliani, E. (2017). Konstruksi fungsi lyapunov untuk menentukan kestabilan. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, 6(1):24–27, DOI: [10.12962/j23373520.v6i1.22862](https://doi.org/10.12962/j23373520.v6i1.22862).

Taqiyya, A. (2024). Negara dengan tingkat perceraian paling tinggi. <https://data.goodstats.id/statistic/negara-dengan-tingkat-perceraian-paling-tinggi-d3DZG>. Diakses pada 7 Juni 2024.

Tessema, Haileyesus, e. a. (2022). A mathematical model analysis of marriage divorce. *Journal Communications in Mathematical Biology and Neuroscience*, 2018.

Toaha, S. (2013). *Pemodelan Matematika dalam Dinamika Populasi*. Dua Satu Press.

Widowati & Sutimin (2007). *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. FMIPA Universitas Diponegoro.

Zakiyah, Y. T. (2005). *Latar Belakang dan Dampak Perceraian (STUDI KASUS DI PENGADILAN AGAMA WONOSOBO)*. PhD thesis, Universitas Negeri Semarang.