

SKRIPSI

**DIMENSI METRIK SISI PADA GRAF BUNGA MATAHARI
DAN APLIKASINYA DALAM PENDISTRIBUSIAN
LOGISTIK DI DAERAH MURIA RAYA**



ALVIAN NUR ROHMAN
20106010036
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2026

**DIMENSI METRIK SISI PADA GRAF BUNGA MATAHARI
DAN APLIKASINYA DALAM PENDISTRIBUSIAN
LOGISTIK DI DAERAH MURIA RAYA**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika



diajukan oleh

ALVIAN NUR ROHMAN

20106010036

Kepada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2026



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Alvian Nur Rohman

NIM : 20106010036

Judul Skripsi : Dimensi Metrik Sisi pada Graf Bunga Matahari dan Aplikasinya Dalam Pendistribusian Logistik di Daerah Muria Raya

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Pembimbing I

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom
NIP. 19720423 199903 1 003

Yogyakarta, 7 Januari 2026

Pembimbing II

Deddy Rahmadi, M.Sc.

NIP. 19930807 202203 1 001



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-233/Un.02/DST/PP.00.9/01/2026

Tugas Akhir dengan judul : Dimensi Metrik Sisi pada Graf Bunga Matahari dan Aplikasinya dalam Pendistribusian Logistik di Daerah Muria Raya

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : ALVIAN NUR ROHMAN
Nomor Induk Mahasiswa : 20106010036
Telah diujikan pada : Selasa, 20 Januari 2026
Nilai ujian Tugas Akhir : A/B

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang
Deddy Rahmadi, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 69786fc94d93c



Penguji I
Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom
SIGNED

Valid ID: 697b2b0ab622b



Penguji II
Arif Munandar, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 69786fbaa0481



Yogyakarta, 20 Januari 2026
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 697c02ad49664

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Alvian Nur Rohman
NIM : 20106010036
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 23 Desember 2025



Alvian Nur Rohman

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN



Karya ini penulis persembahkan untuk almamater penulis, keluarga penulis, sahabat-sahabat penulis, dan perempuan hebat dari pesisir utara pulau Jawa.

HALAMAN MOTTO



Sapere Aude

PRAKATA

*Allhamdulillah*abbil'alamin, puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat, serta hidayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Dimensi Metrik Sisi Graf Bunga Matahari dan Aplikasinya dalam Pendistribusian Logistik di Daerah Muria Raya". Penulisan skripsi ini diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai gelar Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini terdapat banyak hambatan dan halangan. Namun berkat adanya motivasi, bantuan, bimbingan, dan dorongan dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Orang Tua penulis yang telah sabar dan totalitas dalam mendukung penulis.
2. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Dr. Epha Diana Supandi, S.Si, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika.
4. Arif Munandar, M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan kepada penulis selama menempuh pendidikan.
5. Deddy Rahmadi, M.Sc., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.

6. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.
7. Seluruh dosen dan staf Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan ilmu bermanfaat dan memberikan pelayanan administrasi akademik.
8. Perempuan hebat dari pesisir utara pulau Jawa.
9. Sahabat
10. Pihak lain yang berperan dalam pengerjaan skripsi
11. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan yang secara langsung maupun tidak langsung membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua yang membacanya. Penulis juga berharap kritik dan saran yang membangun.

Yogyakarta, 28 Januari 2025

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMBANG	xv
INTISARI	xvi
ABSTRACT	xvii
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Batasan Masalah	5
1.3. Rumusan Masalah	5
1.4. Tujuan Penelitian	5
1.5. Manfaat Penelitian	6
1.6. Tinjauan Pustaka	6
1.7. Metode Penelitian	7
1.8. Sistematika Penulisan	8
II DASAR TEORI	10

2.1. Teori Graf	10
2.2. Ketetangaan dan Beririsan	12
2.2.1. Ketetangaan	12
2.2.2. Beririsan	13
2.3. Keterhubungan	13
2.3.1. Walk	13
2.3.2. Trail	14
2.3.3. Lintasan	14
2.3.4. Simpul Terasing	15
2.3.5. Simpul Pendant	15
2.4. Subgraf	16
2.5. Terminologi Graf	17
2.5.1. Jarak	17
2.5.2. Eksentrisitas	18
2.5.3. Jari-jari	19
2.5.4. Diameter	19
2.5.5. Persekitaran	19
2.5.6. Derajat	20
2.6. Isomorfisme Graf	20
2.7. Union dan Join	22
2.7.1. Union	22
2.7.2. Join	23
2.8. Jenis-jenis Graf	24
2.8.1. Graf sederhana	24
2.8.2. Graf tidak sederhana	24
2.9. Jenis-jenis Graf Sederhana	25

2.9.1. Graf Lengkap	25
2.9.2. Graf Lingkaran	26
2.9.3. Graf Roda	27
2.9.4. Graf Beraturan	27
2.10. Dimensi Metrik	28
2.11. Dimensi Metrik Sisi	33
III DIMENSI METRIK SISI PADA GRAF BUNGA MATAHARI	35
3.1. Karakteristik Graf Bunga Matahari	35
3.2. Penentuan Dimensi Metrik Sisi pada Graf Bunga Matahari	37
IV APLIKASI PADA PENDISTRIBUSIAN LOGISTIK DI DAERAH MU- RIA RAYA	63
4.1. Gambaran Umum	63
4.2. Simpul dan Sisi	66
4.2.1. Penamaan Simpul	66
4.2.2. Penamaan Sisi	67
4.3. Penentuan Dimensi Metrik	68
4.4. Penentuan Dimensi Metrik Sisi	72
4.5. Perbandingan	76
V PENUTUP	78
5.1. Kesimpulan	78
5.2. Saran	79
DAFTAR PUSTAKA	80
LAMPIRAN	84
A TABEL REPRESENTASI JARAK SISI TERHADAP SELURUH SIM- PUL GRAF BUNGA MATAHARI DAN MURIA RAYA	84
Curriculum Vitae	85

DAFTAR TABEL

2.1	Tabel representasi jarak setiap edge dengan S_E pada graf G_6	34
3.1	Tabel representasi jarak setiap edge dengan S pada graf SF_3	39
3.2	Tabel representasi jarak setiap edge dengan S pada graf SF_4	42
3.3	Tabel representasi jarak setiap edge dengan S pada graf SF_5	45
3.4	Tabel representasi jarak setiap edge dengan S pada graf SF_6	48
3.5	Tabel representasi jarak setiap edge dengan S pada graf SF_7	52
3.6	Tabel representasi jarak setiap edge dengan S pada graf SF_8	56
3.7	Tabel representasi setiap sisi terhadap S pada graf SF_n	59
4.1	Daftar Kecamatan Wilayah Muria Raya	65
4.2	Tabel representasi jarak setiap simpul dengan S pada graf Muria Raya	70
4.3	Tabel representasi jarak setiap sisi dengan S pada graf Muria Raya .	74

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR GAMBAR

1.1	Skema Metode Penelitian	8
2.1	Graf G dengan edge dan graf H tanpa edge	10
2.2	Graf dengan loop di simpul v_2	11
2.3	Graf dengan edge paralel antara simpul v_2 dan v_3	12
2.4	Graf	12
2.5	Graf dengan loop di simpul v_2	14
2.6	Graf yang mempunyai simpul terasing	15
2.7	Graf yang memiliki simpul pendant	15
2.8	Contoh subgraf	17
2.9	Graf P_4	17
2.10	Graf P_5	18
2.11	Contoh derajat graf	20
2.12	Isomorfisme antara graf G dan graf H	21
2.13	Graf G_1 dan graf G_2	22
2.14	Graf hasil operasi Union	22
2.15	Graf C_3 dan graf K_1	23
2.16	Graf hasil operasi join	23
2.17	Graf Sederhana	24
2.18	Graf tidak sederhana	25
2.19	Graf lengkap K_3	25
2.20	Graf siklus C_6	27
2.21	Graf roda W_5	27

2.22	Graf beraturan Berderajat 3	28
2.23	Graf bipartit	28
2.24	Graf G_6	32
3.1	Graf roda W_n	36
3.2	Graf bunga matahari (SF_n)	36
3.3	Graf bunga matahari SF_3	38
3.4	Grafik bunga matahari SF_4	41
3.5	Grafik bunga matahari SF_5	44
3.6	Grafik bunga matahari SF_6	47
3.7	Grafik bunga matahari SF_7	50
3.8	Grafik bunga matahari SF_8	54
4.1	Peta Wilayah Muria Raya	64
4.2	Graf Representasi Wilayah Muria Raya	66
4.3	Graf Muria Raya dengan himpunan pembeda simpul	71
4.4	Graf Muria Raya dengan himpunan pembeda sisi	76
1.1	Data-data Skripsi	84

DAFTAR LAMBANG

$x \in A$	: x anggota A
$A \subseteq X$	: A himpunan bagian (<i>subset</i>) atau sama dengan X
$\mathbb{N}$	: himpunan semua asli
$\mathbb{Z}$	: himpunan semua bilangan bulat
$\mathbb{Z}^+$	: himpunan semua bilangan bulat positif
$\mathbb{R}$	: himpunan semua bilangan real
C_r^n	: r –kombinasi dari n unsur yang berbeda
■	: akhir suatu bukti
□	: akhir suatu contoh
$\rightarrow$	: menuju
$\sum_{i=1}^n a_i$	: penjumlahan $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$
$\prod_{i=1}^n a_i$	: perkalian $a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$
$p \Rightarrow q$	: jika p maka q
$\Leftrightarrow$	: jika dan hanya jika
$x \leftarrow a$	: nilai a dimasukkan ke x

INTISARI

DIMENSI METRIK SISI PADA GRAF BUNGA MATAHARI DAN APLIKASINYA DALAM PENDISTRIBUSIAN LOGISTIK DI DAERAH

MURIA RAYA

Oleh

ALVIAN NUR ROHMAN

20106010036

Diberikan graf terhubung G . Dimensi metrik sisi merupakan kardinalitas minimum himpunan pembeda minimum pada suatu graf G . Penelitian ini membahas konsep dimensi metrik sisi pada graf bunga matahari dan aplikasinya dalam pendistribusian logistik di daerah Muria Raya, yang meliputi kabupaten Jepara, Pati, dan Kudus. Penelitian ini menggunakan metode studi literatur dengan pendekatan analisis struktur graf serta konsep jarak antara sisi dan simpul untuk menentukan dimensi metrik sisi pada suatu graf. Graf bunga matahari SF_n dibangun dari graf roda yang ditambahkan dengan graf K_1 sebanyak n dan setiap graf K_1 dihubungkan dengan dua simpul $(v_n v_{n+1})$ siklus graf roda. Penelitian ini diharapkan mampu memberikan dasar teoretis yang kuat dalam perhitungan dimensi metrik sisi pada graf bunga matahari. Diperoleh hasil dimensi metrik sisi pada graf bunga matahari $n \geq 3$ dan diperoleh lokasi penempatan pos optimasi.

Kata kunci: teori graf, graf bunga matahari, dimensi metrik, dimensi metrik sisi, pengoptimalan logistik.

ABSTRACT

EDGE METRIC DIMENSION OF SUNFLOWER GRAPH AND ITS APPLICATION IN LOGISTICS DISTRIBUTION IN MURIA RAYA REGION

By

ALVIAN NUR ROHMAN

20106010036

Given a connected graph G . The side metric dimension is the minimum cardinality of the minimum distinguishing set in a graph G . This study discusses the concept of side metric dimension in sunflower graphs and its application in logistics distribution in the Muria Raya region, which includes the districts of Jepara, Pati, and Kudus. This study uses a literature review method with a graph structure analysis approach and the concept of distance between edges and vertices to determine the side metric dimension of a graph. The sunflower graph SF_n is constructed from a wheel graph added with n K_1 graphs, and each K_1 graph is connected to two vertices (v_nv_{n+1}) of the wheel graph cycle. This research is expected to provide a strong theoretical basis for calculating the edge metric dimension in sunflower graphs. The results obtained are the metric dimension of the sides in sunflower graphs $n \geq 3$ and the location of the optimization point.

Keyword: graph theory, sunflower graph, metric dimension, edge metric dimension, logistics optimization.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Swiss Leonhard Euler, pada tahun 1736 melalui penelitiannya yang berjudul *Seven Bridges of Königsberg*. Dalam penelitian tersebut, Euler menunjukkan bahwa tidak mungkin melewati setiap jembatan di kota Königsberg tepat satu kali tanpa mengulang lintasan (Pryor & Sleight, 2011). Melalui pemodelan wilayah dan jembatan sebagai titik dan garis, penelitian ini menjadi dasar lahirnya teori graf modern dan membuka perkembangan baru dalam studi struktur serta hubungan antar objek dalam berbagai bidang ilmu.

Pada tahun 1847, fisikawan Jerman Gustav Kirchhoff menggunakan teori graf untuk memodelkan aliran arus listrik dalam rangkaian. Kemudian, pada tahun 1857, matematikawan Inggris Arthur Cayley menerapkan konsep graf pohon untuk menghitung jumlah struktur isomer molekul. Selanjutnya, pada tahun 1936, buku teori graf pertama yang ditulis secara sistematis, berjudul *Theory of Finite and Infinite Graphs*, diterbitkan oleh Dénes König, sehingga menandai tonggak penting dalam perkembangan formal teori graf.

Perkembangan teori graf terus berlanjut hingga diperkenalkannya konsep himpunan pembeda pada graf terhubung (G). Konsep ini pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Amerika, Peter John Slater, pada tahun 1975 melalui penelitiannya yang berjudul *Leaves of Trees*. Dalam penelitian tersebut, Slater memper-

kenalkan himpunan penyelesaian (*resolving set*) dengan istilah *locating set*, serta mendefinisikan kardinalitas minimumnya sebagai bilangan lokasi (*location number*). Sementara itu, pada tahun 1926, Harary dan Melter secara mandiri mengemukakan konsep yang setara, tetapi dengan istilah berbeda, yaitu dimensi metrik yang dinotasikan dengan $\dim(G)$. Dimensi metrik ini didefinisikan sebagai kardinalitas minimum dari himpunan penyelesaian pada sebuah graf terhubung (G). Pada tahun 2018, (Kelenc et al., 2018) menerbitkan penelitian berjudul *Uniquely Identifying the Edges of a Graph: The Edge Metric Dimension*. Dalam penelitian tersebut, (Kelenc et al., 2018) memperkenalkan konsep dasar dimensi metrik sisi dengan memanfaatkan sisi-sisi pada graf sebagai objek yang harus dibedakan berdasarkan jaraknya terhadap suatu himpunan pembeda. Konsep ini menjadi perluasan alami dari dimensi metrik klasik yang sebelumnya berfokus pada titik sebagai objek pembeda.

Graf bunga matahari merupakan salah satu struktur graf yang menarik untuk dikaji karena memiliki bentuk yang estetik serta merepresentasikan gabungan antara graf siklus dan $(n + 1)$ graf (K_1) . (Pranata et al., 2019) Secara konstruksi, graf bunga matahari dibangun dari graf roda, yaitu graf yang diperoleh dengan melakukan operasi join antara graf siklus dan sebuah graf (K_1) . Selanjutnya, pada setiap dua simpul berurutan pada siklus graf roda ditambahkan satu graf (K_1) yang ditempatkan di tengah-tengah kedua simpul tersebut dan dihubungkan dengan keduanya, sehingga terbentuklah struktur baru yang dikenal sebagai graf bunga matahari.

Graf bunga matahari tidak hanya penting dalam kajian teori graf murni, tetapi juga memiliki berbagai aplikasi, salah satunya dalam perencanaan dan pendistribusian logistik. (Pranata et al., 2019) Secara sederhana, graf ini tersusun dari graf roda yang diberi tambahan simpul pada setiap dua simpul berurutan pada siklusnya, sehingga simpul-simpul tambahan tersebut berperan sebagai “kelopak” bunga

matahari. Karakteristik struktural yang unik menjadikan graf bunga matahari contoh ideal untuk memahami keterhubungan simpul dan berbagai sifat topologi dalam graf kompleks.

Graf bunga matahari telah menjadi objek kajian berbagai penelitian sebelumnya. Pada tahun 2019, (Pranata et al., 2019) meneliti mengenai jumlah bintang pada graf bunga matahari. Kemudian pada tahun 2025, (Li & Tong, 2025) meneliti mengenai *Exponential Quantum Advantage for Pathfinding in Regular Sunflower Graphs*, yang menunjukkan bahwa struktur ini juga relevan dalam pengembangan algoritma kuantum modern.

Salah satu aplikasi dimensi metrik sisi yaitu pendistribusian logistik, dengan menggunakan pendekatan dimensi metrik sisi, proses distribusi dapat dioptimalkan karena analisis ini menghasilkan himpunan pembeda minimum yang berfungsi sebagai titik pos optimasi jalur. Melalui titik-titik tersebut, setiap rute distribusi dapat dibedakan secara efisien berdasarkan jaraknya serta mempertimbangkan berbagai kendala di sepanjang rute, seperti kondisi jalan, kepadatan lalu lintas, atau gangguan infrastruktur.

Dalam konteks penerapan pada permasalahan nyata, konsep dimensi metrik sisi menjadi relevan ketika jaringan distribusi di daerah Muria Raya dimodelkan sebagai suatu graf yang merepresentasikan keterhubungan antarwilayah. Setiap kecamatan dipandang sebagai simpul, sedangkan jalur transportasi antarwilayah direpresentasikan sebagai sisi. Dengan pemodelan tersebut, analisis dimensi metrik sisi dapat digunakan untuk mengidentifikasi himpunan pembeda minimum yang berperan sebagai titik-titik strategis dalam jaringan distribusi regional. Pendekatan ini memungkinkan kajian optimasi distribusi dilakukan secara sistematis pada wilayah dengan keterhubungan geografis dan ekonomi yang kompleks, khususnya di

daerah Muria Raya.

Daerah Muria Raya merupakan salah satu wilayah di Provinsi Jawa Tengah yang juga dikenal dengan sebutan Karesidenan Pati. Kawasan ini terdiri atas 76 kecamatan yang tersebar di lima kabupaten, yaitu Kabupaten Jepara, Kabupaten Kudus, Kabupaten Pati, Kabupaten Rembang, dan Kabupaten Blora. Secara geografis maupun kultural, kelima wilayah tersebut memiliki keterkaitan historis serta kesamaan karakteristik sosial yang kuat. Dari total 76 kecamatan tersebut, sebanyak 26 kecamatan dipilih sebagai fokus kajian karena wilayah-wilayah tersebut membentuk kawasan yang mengelilingi zona Gunung Muria. Pemilihan ini didasarkan pada kedekatan geografis kecamatan-kecamatan tersebut dengan lereng dan kawasan penyangga Gunung Muria, sehingga memiliki keterhubungan topografis, sosial, dan ekonomi yang lebih erat dibandingkan kecamatan lainnya. Fokus pada 26 kecamatan ini memungkinkan analisis yang lebih mendalam terhadap dinamika wilayah sekitar Gunung Muria, khususnya terkait jaringan distribusi, mobilitas penduduk, serta pola interaksi ekonomi antar daerah dalam satu kesatuan kawasan geografis yang saling terhubung.

Dimensi metrik sisi memiliki peran penting dalam pengoptimalan pendistribusian logistik karena memungkinkan setiap jalur distribusi direpresentasikan sebagai sisi dalam graf dan dianalisis berdasarkan jaraknya terhadap himpunan pembeda yang minimal. Dengan menentukan himpunan pembeda tersebut, setiap rute distribusi dapat diidentifikasi dan dibedakan secara efisien, sehingga proses perencanaan jalur dapat dilakukan dengan lebih terstruktur. Pendekatan ini membantu mengurangi redundansi rute, memilih jalur tercepat atau terpendek, serta meminimalkan biaya transportasi dan waktu tempuh. Dengan demikian, penerapan dimensi metrik sisi tidak hanya memberikan pemahaman teoretis mengenai struktur jaringan dis-

tribusi, tetapi juga memberikan manfaat praktis dalam meningkatkan efisiensi dan responsivitas sistem logistik.

1.2. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada skripsi ini yaitu penempatan pos optimasi jalur pendistribusian logistik di daerah Muria Raya menggunakan dimensi metrik sisi. Karena kardinalitas minimum akan menjadi pos estimasi untuk mengoptimalkan dan mencari rute yang paling optimal.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan di atas, kemudian dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana konsep dasar dimensi metrik sisi graf?
2. Bagaimana rumus umum dimensi metrik sisi pada graf bunga matahari?
3. Bagaimana pengaplikasian dimensi metrik dan dimensi metrik sisi pada pendistribusian logistik di daerah Muria Raya?

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penulis dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji konsep dasar dimensi metrik sisi pada graf.
2. Mencari dimensi metrik sisi pada graf bunga matahari.
3. Mengaplikasikan konsep dimensi metrik sisi pada pendistribusian logistik di daerah Muria Raya.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan pemahaman tentang konsep dasar dimensi metrik sisi.
2. Mengetahui dimensi metrik sisi pada graf bunga matahari.
3. Mengetahui pengaplikasian konsep dimensi metrik sisi pada pendistribusian logistik di daerah Muria Raya.

1.6. Tinjauan Pustaka

Sebagai acuan yang digunakan penulis untuk landasan teori dalam penulisan skripsi ini bersumber dari buku, makalah, jurnal, dan skripsi.

1. Jurnal karya (Adawiyah et al., 2020) yang berjudul *The Local Edge Metric Dimension of Graph* yang membahas mengenai konsep dimensi metrik lokal sisi. Penelitian ini mengenalkan konsep dimensi metrik lalu membahas dimensi metrik sisi kemudian membahas dimensi metrik lokal sisi dan teorema-teorema yang mendukung adanya hasil yang sama antara dimensi metrik sisi dan dimensi metrik lokal sisi pada graf tertentu.
2. Jurnal karya (Chartrand et al., 2000) yang berjudul *Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph* yang membahas mengenai konsep dimensi metrik. Penelitian ini mengenalkan konsep dimensi metrik kemudian menjelaskan graf yang memiliki dimensi metrik 1 lalu menjelaskan graf yang memiliki dimensi metrik $n - 2$.
3. Jurnal karya (Pranata et al., 2019) yang berjudul *Jumlah Bintang pada Graf*

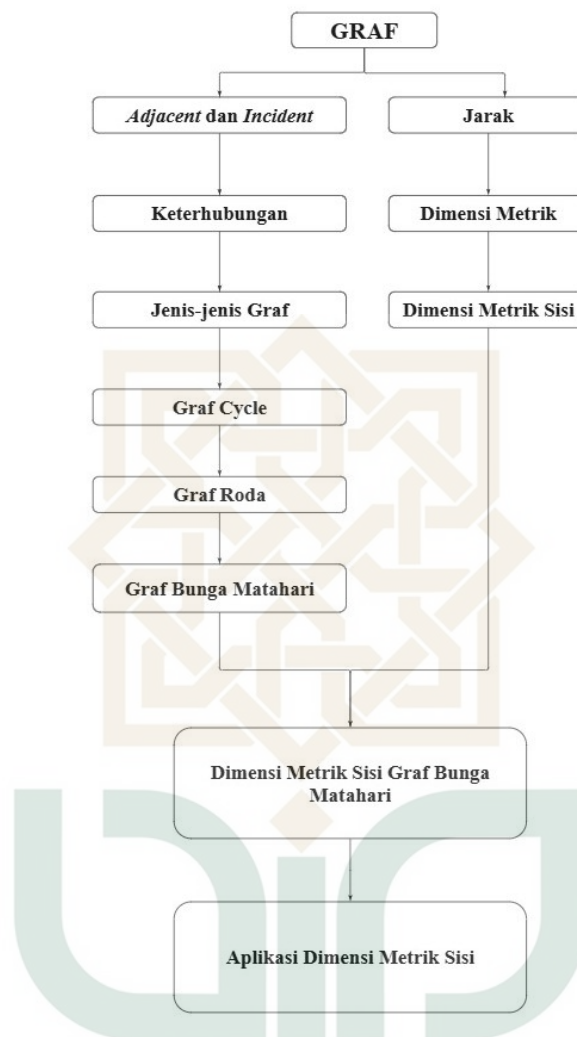
Bunga Matahari yang membahas mengenai jumlah bintang yang ada pada graf bunga matahari. Penelitian ini diawali dengan pengenalan konsep graf bintang sebagai graf dasar, dilanjutkan dengan penjelasan mengenai proses pembentukan graf bunga matahari. Selanjutnya, dilakukan analisis untuk menentukan jumlah graf bintang yang terkandung di dalam graf bunga matahari.

1.7. Metode Penelitian

Pada penelitian ini penulis menggunakan metode studi literatur. Studi literatur diambil dari buku-buku referensi, jurnal-jurnal terkait topik penelitian, yaitu dimensi metrik sisi dan karakteristik graf bunga matahari.

Langkah-langkah dalam penulisan ini dimulai dari konsep dasar graf yang meliputi definisi graf secara umum, dilanjutkan dengan membahas *adjacent* dan *incident*, lalu dilanjutkan dengan membahas keterhubungan yang ada pada graf. Kemudian, dilanjutkan dengan membahas jenis-jenis graf. Selanjutnya, membahas dengan singkat tentang dimensi metrik dan dimensi metrik sisi.

Langkah selanjutnya membahas karakteristik graf bunga matahari dimana pembahasan dimulai dengan graf roda yang dibangun dari graf *cycle*, dan graf bunga matahari dibangun dari graf roda. Untuk lebih jelasnya, diberikan skema alur penelitian sebagai berikut.



Gambar 1.1 Skema Metode Penelitian

1.8. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini terbagi menjadi lima bab, yaitu sebagai berikut:

- BAB 1** : Bab ini membahas tentang latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian, dan sistematika penulisan.
- BAB 2** : Bab ini membahas tentang dasar-dasar graf, *adjacent* dan *incident*, keterhubungan, jenis-jenis graf, subgraf, terminologi dasar graf, isomorfis graf, dimensi metrik, dan dimensi metrik sisi.
- BAB 3** : Bab ini membahas tentang karakteristik graf bunga matahari dan penentuan dimensi metrik sisi pada graf bunga matahari.
- BAB 4** : Bab ini membahas penerapan dimensi metrik sisi untuk mengoptimalkan penyaluran logistik di Daerah Muria Raya
- BAB 5** : Bab ini berisikan tentang kesimpulan penelitian dan saran dari penulis terhadap pengembangan penelitian.



BAB V

PENUTUP

Bab penutup ini akan diberikan kesimpulan dan saran-saran yang dapat diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

5.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil penulis setelah menyelesaikan penelitian ini sebagai berikut:

1. Dimensi metrik sisi pada graf merupakan kardinalitas himpunan pembeda minimum pada suatu graf, dimana pada konsep dimensi metrik sisi yang menjadi acuannya adalah jarak antara sisi dengan himpunan pembeda yang ada pada suatu graf.
2. Graf bunga matahari SF_n terbentuk dari graf roda yang ditambahkan dengan n graf K_1 dimana setiap 1 graf K_1 dihubungkan dengan 2 simpul (v_i, v_{i+1}) siklus dari graf roda, yang membentuk kelopak dari graf bunga matahari. Berdasarkan karakteristik graf bunga matahari tersebut, diperoleh dimensi metrik sisi dengan n simpul untuk $n \geq 3$ sebagai berikut.

$$edim(SF_n) = \begin{cases} 4, & \text{jika } n = 4, 6 \\ 5, & \text{jika } n = 3, 5, 7 \\ 6, & \text{jika } n = 8 \\ n - 3, & \text{jika } n \geq 9 \end{cases}$$

3. Konsep dimensi metrik sisi dapat diaplikasikan untuk menentukan lokasi pos pengoptimalan pendistribusian logistik di daerah Muria Raya, dimulai dengan menentukan himpunan pembeda S dimana himpunan S berisi kecamatan-kecamatan yang strategis untuk dijadikan sebagai pos optimasi jalur distribusi. Selanjutnya menghitung jarak antara sisi dengan himpunan pembeda S sehingga diperoleh lokasi yang akan menjadi pos pengoptimalan pendistribusian. Berdasarkan hasil analisis pada Bab 4, diperoleh bahwa kardinalitas minimum himpunan pembeda sisi adalah 14, yang berarti terdapat 14 titik optimasi yang mampu meminimalkan ambiguitas rute serta meningkatkan efisiensi identifikasi jalur distribusi. Titik-titik pos optimasi tersebut berada di Kecamatan Kalinyamatan, Pecangaan, Pakis Aji, Jepara Kota, Donorojo, Cluwak, Tlogowungu, Gembong, Pati Kota, Margorejo, Dawe, Gebog, Jekulo, dan Mejobo. Penempatan pos pada kecamatan-kecamatan ini mencerminkan struktur jaringan wilayah yang saling terhubung di sekitar zona Muria, sehingga secara strategis mampu mempersingkat jarak tempuh, mengurangi potensi kemacetan atau hambatan rute, serta meningkatkan stabilitas distribusi logistik di kawasan Muria Raya.

5.2. Saran

Saran yang akan penulis sampaikan untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Pada penelitian ini, pembahasan difokuskan pada analisis dimensi metrik sisi pada graf bunga matahari. Oleh karena itu, penulis menyarankan agar penelitian selanjutnya dapat mengkaji lebih dalam dimensi metrik sisi pada variasi graf yang lebih kompleks, salah satunya graf bunga matahari tertutup. Kajian

terhadap graf bunga matahari tertutup diharapkan mampu memberikan pemahaman yang lebih luas mengenai karakteristik struktur graf tersebut serta memungkinkan ditemukannya pola atau formulasi baru yang dapat memperkaya literatur di bidang dimensi metrik sisi.

2. Pengaplikasian dimensi metrik sisi pada penelitian ini hanya dibatasi pada kecamatan-kecamatan yang mengelilingi kawasan Gunung Muria, sehingga belum mencakup seluruh kecamatan yang berada di wilayah Muria Raya. Oleh karena itu, penulis menyarankan agar penelitian selanjutnya dapat diperluas dengan mencakup seluruh kecamatan di Daerah Muria Raya. Perluasan lingkup tersebut diharapkan mampu memberikan gambaran yang lebih komprehensif mengenai struktur jaringan wilayah, sekaligus meningkatkan akurasi analisis dalam penerapan dimensi metrik sisi untuk pengoptimalan pendistribusian logistik.

DAFTAR PUSTAKA

- Adawiyah, R., Dafik, Alfarisi, R., Prihandini, R. M., Agustin, I. H., & Venkatachalam, M. (2020). The local edge metric dimension of graph. *Journal of Physics: Conference Series*, 1543:012009, DOI: 10.1088/1742-6596/1543/1/012009.
- Chartrand, G., Eroh, L., Johnson, M. A., & Oellermann, O. R. (2000). Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph. *Discrete Applied Mathematics*, 105(1):99–113, ISSN: 0166-218X, DOI: [https://doi.org/10.1016/S0166-218X\(00\)00198-0](https://doi.org/10.1016/S0166-218X(00)00198-0), <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0166218X00001980>.
- Farida Daniel, P. N. L. T. (2020). *Teori Graf*. Deepublish, ISBN: 978-6-230-20095-3.
- Kelenc, A., Tratnik, N., & Yero, I. G. (2018). Uniquely identifying the edges of a graph: The edge metric dimension. *Discrete Applied Mathematics*, 251:204–220, ISSN: 0166-218X, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dam.2018.05.052>, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0166218X18303135>.
- Li, J. & Tong, Y. (2025). Exponential quantum advantage for pathfinding in regular sunflower graphs. <https://arxiv.org/abs/2407.14398>.

- Munandar, A. (2022). *Pengantar Matematika Diskrit dan Teori Graf*. Sleman : Deepublish (CV Budi Utama).
- Panjaitan, D. J. & Aprilia, R. (2022). *Teori Graf*. Penerbit LPPM UMNAW, Medan, 1 edition, ISBN: No.069/Anggota Luar Biasa/SUT/2022. 122 halaman, 15.4 cm x 23 cm.
- Pranata, P. Y., Kiftiah, M., & Fran, F. (2019). Jumlah bintang pada graf bunga matahari. *Bimester Buletin Ilmiah Matematika Statistika dan Terapannya*, 08:447–452, DOI: 10.26418/bbimst.v8i3.33572, <https://www.researchgate.net/publication/347614822>.
- Pryor, K. O. & Sleigh, J. (2011). The seven bridges of königsberg. *The Journal of the American Society of Anesthesiologists*, 114(4):739–740, DOI: 10.1097/ALN.0b013e3182123163.
- R, S. E. & Rahadjeng, B. (2023). Dimensi metrik pada graf lintasan, graf komplit, graf sikel, graf bintang dan graf bipartit komplit. Jurusan Matematika, Universitas Negeri Surabaya.
- Rosen, K. H. (2012). *Discrete Mathematics and Its Applications*. McGraw-Hill.
- Siang, J. J. (2006). *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Yogyakarta : Deepublish (C.V Andi Offset).
- Umbrey, G., Rahman, S., & Chandramouleeswaran, M. (2022). Algebraic graph join operation and its applications. In *Proceedings of the National Conference on Emerging Trends in Discrete Mathematics (NCETDM - 2022)*, volume 20, pages 177–188. <https://www.researchgate.net/publication/369181043>.

Zubrilina, N. (2018). On the edge dimension of a graph. *Discrete Mathematics*, 341(7):2083–2088, ISSN: 0012-365X, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.disc.2018.04.010>, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012365X18301158>.

