

SKRIPSI

**DIMENSI METRIK LOKAL GRAF ULAR SEGITIGA DAN
GRAF HASIL OPERASI KORONA ANTARA GRAF ULAR
SEGITIGA DENGAN GRAF LINTASAN ORDE DUA**



JAQUELINE WIDAD ZUHA

22106010057

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2026

**DIMENSI METRIK LOKAL GRAF ULAR SEGITIGA DAN
GRAF HASIL OPERASI KORONA ANTARA GRAF ULAR
SEGITIGA DENGAN GRAF LINTASAN ORDE DUA**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika



diajukan oleh

JAQUELINE WIDAD ZUHA

22106010057

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2026



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Jaqueline Widad Zuha

NIM : 22106010057

Judul Skripsi : Dimensi Metrik Lokal Graf Ular Segitiga dan Graf Hasil Operasi Korona antara Graf Ular Segitiga dengan Graf Lintasan Orde Dua

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 26 Januari 2026

Pembimbing I

Deddy Rahmadi, M.Sc.

NIP. 19930807 202203 1 001

Pembimbing II

Arif Munandar, M.Sc.

NIP. 19920721 201903 1 013



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-404/Un.02/DST/PP.00.9/02/2026

Tugas Akhir dengan judul : DIMENSI METRIK LOKAL GRAF ULAR SEGITIGA DAN GRAF HASIL OPERASI KORONA ANTARA GRAF ULAR SEGITIGA DENGAN GRAF LINTASAN ORDE DUA

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : JAQUELINE WIDAD ZUHA
Nomor Induk Mahasiswa : 22106010057
Telah diujikan pada : Jumat, 06 Februari 2026
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Deddy Rahmadi, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 699bbf7858bfb



Penguji I

Arif Munandar, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 699567e74481d



Penguji II

Aulia Khifah Futhona, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 699bc0b8cbbb4



Yogyakarta, 06 Februari 2026
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 699d4bbf33ad1

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Jaqueline Widad Zuha
NIM : 22106010057
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 26 Januari 2026



Jaqueline Widad Zuha

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN



STATE ISLAMIC UNIVERSITY

Karya sederhana ini penulis persembahkan sepenuhnya untuk:

Almamater penulis, Kedua Orang tua, Saudara dan Keluarga Penulis,

Seluruh orang yang selalu mendoakan, menemani, dan menyertai

penulis dalam kebaikan,

serta Penulis sendiri.

HALAMAN MOTTO

فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا

"Maka, sesungguhnya beserta kesulitan ada kemudahan." (Q.S Al-Insyirah : 5)

إِيَّاكَ نَعْبُدُ وَإِيَّاكَ نَسْتَعِينُ

"Hanya kepada Engkaulah kami menyembah dan hanya kepada Engkaulah kami memohon pertolongan." (Q.S Al-Fatihah : 5)

Balas dendam terbaik adalah menjadikan dirimu lebih baik. -Ali Bin Abi Thalib

Educating the mind without educating the heart is no education at all. -Aristoteles

Live as if you were to die tomorrow. Learn as if you were to live forever.

-Mahatma Gandhi

Talk less do more.

PRAKATA

Allhamdulillahirabbil'alamin, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat, serta hidayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Dimensi Metrik Lokal Graf Ular Segitiga dan Graf Hasil Operasi Korona antara Graf Ular Segitiga dengan Graf Lintasan Orde Dua". Penulisan skripsi ini diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai gelar Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini terdapat banyak hambatan dan halangan. Namun berkat adanya motivasi, bantuan, bimbingan, dan dorongan dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Noorhadi Hasan, S.Ag., M.A., M.Phil., Ph.D., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ibu Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika.
4. Bapak Noor Saif Muhammad Mussafi, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan kepada penulis selama menempuh pendidikan.
5. Bapak Deddy Rahmadi, M.Sc. dan Bapak Arif Munandar, M.Sc., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk

membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini, serta memotivasi penulis dalam penyusunan tugas akhir ini hingga dapat terselesaikan dengan baik dan lancar.

6. Seluruh Bapak/Ibu Dosen Prodi Matematika dan seluruh Dosen serta Staf Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan ilmu bermanfaat dan memberikan pelayanan administrasi akademik yang baik.
7. Orang tua tercinta, Bapak Aly Rozaq dan Ibu Wahyuni. Terima kasih atas doa yang senantiasa membersamai setiap langkah penulis, kasih sayang yang tak terhingga, serta segala upaya terbaik yang selalu dicurahkan untuk penulis. Terima kasih atas arahan, motivasi, dan dukungan yang diberikan demi keberhasilan dan kelancaran setiap perjalanan penulis dalam bentuk apa pun. Terima kasih telah selalu menjadi sandaran ternyaman, rumah untuk pulang, serta tempat berbagi cerita dan keluh kesah dalam kondisi apa pun. Semoga Bapak dan Mami senantiasa diberi kesehatan, umur yang panjang, kebahagiaan, dan selalu dapat membersamai penulis.
8. Saudara penulis, Kakak Jacky Jawad Luqman Hakim, Adik Jessica Tsuleits Darojat dan Adik Joaquin Julliet Aliyah yang telah memberikan panutan, semangat, bantuan, serta dukungan, dan turut mewarnai perjalanan hidup penulis. Terima kasih telah senantiasa menjadi saudara terbaik dan berbagi kehangatan dalam kebersamaan dengan penulis.
9. Aslam Qosim Farhan Taqiuddin, yang senantiasa menjadi bagian tak terpisahkan dalam perjalanan penulis. Terima kasih atas setiap dukungan yang diberikan, waktu yang diluangkan, kehadiran, serta semangat yang selalu menjadi penguat bagi penulis untuk terus berjuang dan menikmati setiap

proses.

10. Sahabat penulis : Grup BUMN, Chann (Ardha Carlinda Putri), Ferry (Fernanda Devita Sukma), Iswan (Dea Iswari), yang senantiasa memberikan semangat, motivasi, serta dukungan. Terima kasih atas kesediaan untuk selalu menjadi tempat berbagi cerita dan keluh kesah, serta kebersamai penulis dalam perjalanan ini. Terima kasih pula atas setiap bantuan, baik kecil maupun besar, yang diberikan dalam bentuk tindakan maupun dukungan moral yang sangat berharga.
11. Seluruh rekan seperjuangan, rekan seperbimbingan Pak Deddy 2025 dan Pak Arif 2025, serta teman-teman konsentrasi Aljabar, yang telah berjuang dan bertumbuh bersama penulis dalam proses ini.
12. Teman-teman Matematika angkatan 2022, yang telah memberikan warna serta momen-momen berharga selama masa perkuliahan penulis.
13. Teman-teman HM-PS Matematika 2024 dan 2025, khususnya Departemen Jaringan Eksternal yang telah bekerja sama dengan baik selama kepengurusan.
14. Teman-teman seperjuangan KKN 101 Jorong, yang telah memberikan kenangan, cerita dan warna baru untuk penulis dalam kebersamaan 45 hari.
15. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan yang secara langsung maupun tidak langsung membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua yang membacanya. Penulis juga berharap kritik dan saran yang membangun.

Yogyakarta, 26 Januari 2026

Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMBANG	xvi
INTISARIxviii
ABSTRACT	xix
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	5
1.3. Tujuan Penelitian	5
1.4. Manfaat Penelitian	6
1.5. Batasan Masalah	6
1.6. Tinjauan Pustaka	7
1.7. Metode Penelitian	11
1.8. Sistematika Penulisan	12
II DASAR TEORI	14

2.1. Definisi Dasar Graf	14
2.2. <i>Adjacent</i> dan <i>Incident</i>	18
2.3. Konektivitas pada Graf	19
2.4. Jenis-jenis Graf	22
2.5. Terminologi Dasar Graf	25
2.6. Operasi pada Graf	29
2.7. Dimensi Metrik	31
III PEMBAHASAN	42
3.1. Dimensi Metrik Lokal	42
3.2. Dimensi Metrik dan Dimensi Metrik Lokal pada Graf Ular Segitiga (T_n)	49
3.3. Dimensi Metrik Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona antara Graf Ular Segitiga dan Graf Lintasan Orde Dua	56
3.3.1. Dimensi Metrik Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona Graf Ular Segitiga dan Graf Lintasan ($T_n \odot P_2$)	57
3.3.2. Dimensi Metrik Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona Graf Lintasan dan Graf Ular Segitiga ($P_2 \odot T_n$)	67
IV PENUTUP	94
4.1. Kesimpulan	94
4.2. Saran	95
DAFTAR PUSTAKA	96
CURRICULUM VITAE	101

DAFTAR TABEL

1.1	Tabel Persamaan dan Perbedaan Penelitian	9
-----	--	---



DAFTAR GAMBAR

1.1	Skema Metode Penelitian	12
2.1	Graf G dengan $edge$ dan graf H tanpa $edge$	15
2.2	Graf G untuk Menunjukkan Subgraf	16
2.3	Graf S untuk Menunjukkan Subgraf	16
2.4	Graf G untuk Menunjukkan $Loop$ dan $edge$ ganda	17
2.5	Graf G untuk Menunjukkan $Adjacent$	19
2.6	Graf G	20
2.7	Graf G untuk Menunjukkan Graf Terhubung	21
2.8	Graf H untuk Menunjukkan Graf Tidak Terhubung	22
2.9	Graf G untuk Menunjukkan Graf Sederhana	23
2.10	Graf P_n dengan $1 \leq n \leq 4$	23
2.11	Graf C_n dengan $3 \leq n \leq 6$	24
2.12	Graf K_n dengan $1 \leq n \leq 4$	24
2.13	Graf G untuk Menunjukkan Bipartit	25
2.14	Graf G untuk Menunjukkan Jarak	26
2.15	Graf G untuk Menunjukkan Persekitaran	27
2.16	Graf P_5 untuk Menunjukkan Eksentrisitas	27
2.17	Graf K_6 untuk Menunjukkan $Independence Number$	28
2.18	Graf G untuk Menunjukkan Derajat Verteks	29
2.19	Graf G , Graf H , dan Graf $G \cup H$	30
2.20	Graf G_1 , G_2 , dan Graf $G_1 + G_2$	30
2.21	Graf $C_6 \odot K_1$	31

2.22	Graf P_4	32
2.23	Graf C_5	34
2.24	Graf K_4 untuk Menunjukkan Dimensi Metrik Graf Lengkap	38
3.1	Graf K_5	43
3.2	Graf H Bipartit	47
3.3	Graf Ular Segitiga T_n	50
3.4	Graf Ular Segitiga T_5	51
3.5	Graf $T_n \odot P_2$	59
3.6	Graf $T_3 \odot P_2$	60
3.7	Graf $P_2 \odot T_n$	69
3.8	Graf $P_2 \odot T_4$	70
3.9	Graf $K_1 + T_n$	87

DAFTAR LAMBANG

$a \in A$:	a anggota A
$A \subseteq X$:	A himpunan bagian (<i>subset</i>) atau sama dengan X
$V(G)$:	himpunan verteks dari graf G
$E(G)$:	himpunan <i>edge</i> dari graf G
$n \leq a$:	n kurang dari sama dengan a
$n \geq a$:	n lebih dari sama dengan a
P_n	:	graf lintasan (<i>path</i>) dengan n verteks
C_n	:	graf siklus (<i>cycle</i>) dengan n verteks
K_n	:	graf lengkap (<i>complete</i>) dengan n verteks
T_n	:	graf ular segitiga dengan n verteks
$d(u, v)$:	jarak antara verteks u dan v
$e(v)$:	eksentrisitas dari verteks v
$N_G(a)$:	persekitaran terbuka dari verteks a pada graf G
$N_G[a]$:	persekitaran tertutup dari verteks a pada graf G
$\alpha(G)$:	banyaknya himpunan bebas pada graf G
$\deg(v)$:	derajat dari verteks v
\odot	:	operasi korona

W	:	himpunan pembeda pada dimensi metrik
$r(v W)$:	nilai representasi dari verteks v terhadap himpunan W
$dim(G)$:	dimensi metrik pada graf G
$dim_{\ell}(G)$:	dimensi metrik lokal pada graf G
\cup	:	gabungan
■	:	akhir suatu bukti
\rightarrow	:	menuju
$p \Rightarrow q$:	jika p maka q
\emptyset	:	himpunan kosong
$ G $:	kardinalitas himpunan G
$+$:	operasi join

INTISARI

DIMENSI METRIK LOKAL GRAF ULAR SEGITIGA DAN GRAF HASIL OPERASI KORONA ANTARA GRAF ULAR SEGITIGA DENGAN GRAF LINTASAN ORDE DUA

Oleh

JAQUELINE WIDAD ZUHA

22106010057

Diberikan G adalah graf terhubung dengan himpunan verteks $V(G)$ dan himpunan *edge* $E(G)$. Dalam teori graf dikenal konsep jarak, yang didefinisikan sebagai panjang lintasan terpendek antara dua verteks. Pemanfaatan konsep jarak tersebut melahirkan konsep baru, yaitu dimensi metrik dan dimensi metrik lokal. Selanjutnya, misalkan $W \subset V(G) = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ dengan k pasang terurut, maka representasi verteks $v \in V(G)$ terhadap W adalah $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_n))$. Himpunan W disebut himpunan pembeda lokal graf G jika $\forall u, v \in V(G)$ yang *adjacent*, berlaku $r(u|W) \neq r(v|W)$. Lebih lanjut, kardinalitas minimum W disebut dimensi metrik lokal dari graf G ($dim_\ell(G)$). Tujuan penelitian ini menentukan dimensi metrik dan dimensi metrik lokal pada graf ular segitiga T_n , serta dimensi metrik lokal pada graf hasil operasi korona graf ular segitiga dengan graf lintasan berorde dua. Penelitian ini menggunakan metode studi literatur dengan pendekatan analisis struktur graf dan jarak. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dimensi metrik dan dimensi metrik lokal graf ular segitiga bernilai 2. Selain itu, dimensi metrik lokal graf $T_n \odot P_2$ adalah $2n + 1$, sedangkan pada graf $P_2 \odot T_n$ bernilai $n + 3$ untuk n ganjil dan $n + 2$ untuk n genap.

Kata kunci : Dimensi Metrik, Dimensi Metrik Lokal, Graf Ular Segitiga, Operasi Korona

ABSTRACT

LOCAL METRIC DIMENSION OF THE TRIANGULAR SNAKE GRAPH AND THE CORONA PRODUCT BETWEEN THE TRIANGULAR SNAKE GRAPH AND THE PATH GRAPH OF ORDER TWO

By

JAQUELINE WIDAD ZUHA

22106010057

Let G be a connected graph with vertex set $V(G)$ and edge set $E(G)$. In graph theory, the concept of distance is also known, defined as the length of the shortest path between two vertices. The utilization of this concept of distance gives rise to new concepts, namely the metric dimension and the local metric dimension. Furthermore, let $W \subset V(G) = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ be an ordered set with k elements, then the representation of a vertex $v \in V(G)$ with respect to W is defined as $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$. The set W is called a local resolving set of the graph G if for every pair of adjacent vertices $u, v \in V(G)$, it holds that $r(u|W) \neq r(v|W)$. Moreover, the minimum cardinality of such a set W is called the local metric dimension of G , denoted by $\dim_\ell(G)$. The purpose of this study is to determine the metric dimension and the local metric dimension of the triangular snake graph T_n , as well as the local metric dimension of the corona product of the triangular snake graph with the path graph of order two. This research employs a literature study method with an approach based on graph structure and distance analysis. The results show that the metric dimension and the local metric dimension of the triangular snake graph are equal to 2. In addition, the local metric dimension of $T_n \odot P_2$ is $2n + 1$, while that of $P_2 \odot T_n$ is $n + 3$ for odd n and $n + 2$ for even n .
Keyword : Corona Operation, Local Metric Dimension, Metric Dimension, Triangular Snake Graph

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu dasar yang memiliki peran penting dalam kehidupan sehari-hari dan memberikan pengaruh besar perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Dalam memecahkan suatu persoalan, matematika dapat membantu menyederhanakan, memahami, dan menganalisis masalah melalui proses perumusan model yang tepat dan lebih sederhana. Salah satu bentuk model matematika adalah graf yang menjadi bagian dari matematika diskrit (Nugraheni, 2017). Teori graf banyak digunakan dalam berbagai bidang, seperti menentukan rute terpendek, sistem komunikasi, transportasi, penjadwalan, navigasi robot dalam suatu jaringan, hingga aplikasi dalam ilmu komputer dan kriptografi. Teori graf juga masih terus berkembang dan memberikan kontribusi besar dalam menghadapi tantangan nyata di berbagai bidang.

Awal mula perkembangan teori graf diperkenalkan pada abad ke-18, tepatnya pada tahun 1736 melalui karya Leonard Euler, seorang matematikawan asal Swiss dalam teka-teki Jembatan Königsberg (Euler, 1741). Penelitian Euler bermula dari persoalan yang muncul di Kota Königsberg (kini Kaliningrad, Rusia), yang dialiri oleh Sungai Pregel. Sungai Pregel membagi kota menjadi empat wilayah daratan yang saling terhubung oleh tujuh buah jembatan. Masyarakat setempat mempertanyakan apakah terdapat suatu lintasan yang memungkinkan seseorang melintasi seluruh Jembatan Königsberg dengan syarat setiap jembatan hanya

dilewati tepat satu kali. Berbagai upaya dilakukan dengan cara *trial and error*, namun tidak satu pun berhasil menemukan solusi (Euler, 1741). Euler kemudian mengkaji permasalahan ini secara sistematis menggunakan pendekatan matematis dan menyadari bahwa persoalan Jembatan Königsberg ini dapat menjadi dasar pengembangan suatu bidang kajian baru dalam matematika, yang kemudian dikenal sebagai teori graf (Buhaerah et al., 2022).

Dalam penyelesaian masalah Jembatan Königsberg, Euler belum menggunakan terminologi modern seperti graf, verteks, dan sisi (*edge*). Akan tetapi, konsep-konsep permasalahan Jembatan Königsberg secara implisit telah diterapkan. Dimana, setiap verteks digunakan untuk merepresentasikan daratan yang dihubungkan oleh jembatan dan *edge* digunakan untuk merepresentasikan jembatan itu sendiri. Hasil dari penelitian dari Euler (1741) adalah seseorang tidak mungkin berjalan melewati ketujuh jembatan tepat satu kali dari daratan asal kembali ke daratan semula. Lebih lanjut permasalahan Jembatan Königsberg ini menghasilkan teorema pertama graf yang dikenal dengan Sirkuit Euler (Taheri-Dehkordadi, 2025).

Berdasarkan Chartrand (2016), definisi dari graf adalah suatu himpunan tak kosong berhingga yang terdiri dari objek disebut dengan verteks dan disertai himpunan sisi (*edge*) yang mungkin kosong. Dimana *edge* sendiri merupakan pasangan tak terurut dari verteks yang berbeda (mungkin sama) dan kemudian direpresentasikan dalam bentuk garis. Suatu graf G dapat dituliskan sebagai $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan verteks sedangkan $E(G)$ merupakan himpunan *edge*.

Perkembangan pada teori graf terjadi begitu pesat. Penelitian dalam teori graf ini tidak hanya berkembang dari sisi penerapannya tetapi juga dari sisi teorinya. Selanjutnya, dengan meninjau lintasan terpendek yang menghubungkan setiap

pasangan verteks pada suatu graf, diperoleh konsep jarak dalam graf. Pemanfaatan jarak ini melahirkan salah satu konsep penting yang digunakan untuk membedakan setiap verteks pada graf terhubung, yaitu himpunan pembeda dan dimensi metrik. Konsep dimensi metrik pertama kali diperkenalkan secara terpisah oleh Slater pada tahun 1975, oleh Harary dan Melter pada tahun 1976 (Li et al., 2024). Dimensi metrik bertujuan untuk menentukan suatu himpunan minimum $W \subseteq V(G)$ yang mampu mengidentifikasi atau membedakan setiap pasangan verteks pada graf terhubung G berdasarkan jarak masing-masing verteks terhadap seluruh anggota himpunan W . Banyaknya anggota himpunan W ini disebut sebagai dimensi metrik graf.

Salah satu penerapan penting dimensi metrik terdapat pada bidang navigasi robotika, yaitu dalam menentukan jumlah minimum verteks acuan yang diperlukan agar sebuah robot mampu mengenali posisinya secara tepat melalui pengukuran jarak terhadap setiap verteks (Javaid et al., 2008). Selain itu, konsep himpunan pembeda juga dimanfaatkan dalam klasifikasi senyawa kimia, dimana setiap senyawa yang berbeda dapat diidentifikasi berdasarkan representasi jaraknya sehingga menghasilkan pola pembeda yang unik (Hernando et al., 2005). Lebih lanjut, aplikasi dimensi metrik dan himpunan pembeda meluas ke bidang analisis jaringan, khususnya pada proses *network discovery and verification*, yaitu untuk membantu mengenali struktur jaringan serta memverifikasi konektivitas antar verteks secara efisien dengan memanfaatkan informasi jarak minimum terhadap verteks-verteks acuan tertentu (Beerliova et al., 2005).

Terdapat beberapa karakterisasi dimensi metrik pada suatu graf. Menurut Chartrand (2000) diketahui bahwa dimensi metrik suatu graf G adalah satu jika dan hanya jika G merupakan graf lintasan. Kemudian diketahui pula bahwa dimensi metrik dari graf G adalah $n - 1$ jika dan hanya jika G merupakan graf lengkap dengan

orde $n \geq 2$. Sedangkan berdasarkan Septiana Eka & Rahadjeng, 2012 diketahui bahwa dimensi metrik suatu graf G adalah dua jika G merupakan graf siklus dengan orde $n \geq 3$.

Dalam perkembangan teori graf, Okamoto (2010) memperkenalkan konsep himpunan pembeda lokal sebagai perluasan dari konsep himpunan pembeda. Pada pendekatan ini, suatu himpunan $W \subseteq V(G)$ disebut sebagai himpunan pembeda lokal apabila himpunan W mampu membedakan setiap pasangan verteks yang saling *adjacent* pada graf terhubung G melalui perbandingan jarak masing-masing verteks terhadap seluruh elemen di dalam W . Selanjutnya, kardinalitas minimum dari himpunan pembeda lokal W dinamakan dimensi metrik lokal. Okamoto (2010) juga telah membuktikan bahwa dimensi metrik lokal suatu graf G bernilai $n - 1$ ketika G merupakan graf lengkap. Sedangkan nilai dimensi metrik lokal dari graf G sama dengan satu jika dan hanya jika graf G merupakan graf bipartit.

Dalam teori graf dikenal sejumlah graf tertentu yang memiliki peranan penting sebagai objek dasar penelitian, diantaranya graf lintasan (*path*), graf siklus (*cycle*), graf lengkap (*complete*), dan graf bipartit (Munandar, 2022). Beberapa penelitian lebih lanjut yang telah dikaji mengenai topik dimensi metrik pada suatu graf antara lain, *The local metric dimension of split and unicyclic graphs* (Fitriani et al., 2022), *On Computing the Metric Dimension of the Families of Alternate Snake Graphs* (Mohamed & Amin, 2023). Selain itu dalam perkembangan teori graf terdapat operasi terhadap graf, salah satunya adalah graf hasil operasi korona (Frucht & Harary, 1970). Kajian lebih lanjut terkait dimensi metrik lokal pada graf hasil operasi korona kemudian dikembangkan oleh Rodríguez-Velázquez (2016).

Berdasarkan penelitian-penelitian yang telah ada, penulis ingin membahas terkait dimensi metrik lokal pada graf ular segitiga T_n dan dimensi metrik lokal

dari hasil operasi korona antara graf ular segitiga dengan graf lintasan berorde dua. Graf ular segitiga adalah suatu graf yang dibentuk dari sebuah graf lintasan dengan cara menambahkan satu verteks baru pada setiap pasangan verteks yang berurutan sehingga terbentuk rangkaian segitiga (Sandhya et al.,2017). Setiap sisi pada lintasan diubah menjadi satu segitiga, dan segitiga-segitiga tersebut saling terhubung secara berurutan. Susunan segitiga yang memanjang ini menyerupai bentuk tubuh ular, sehingga graf tersebut disebut sebagai graf ular segitiga. Penulis memilih graf ular segitiga dan graf hasil operasi korona dari kedua arah antara graf ular segitiga dengan graf lintasan berorde dua karena literatur terkait dimensi metrik lokal pada graf tersebut kurang dieksplorasi dibandingkan dengan graf siklus (*cycle*), graf lengkap (*complete*) maupun graf bipartit. Dengan demikian, penelitian ini dapat memberikan kontribusi baru yang orisinil terhadap perkembangan teori graf dan lebih khususnya pada dimensi metrik.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan diatas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana konsep dasar tentang dimensi metrik lokal?
2. Bagaimana rumus umum dari dimensi metrik dan dimensi metrik lokal pada graf ular segitiga (T_n)?
3. Bagaimana rumus umum dari dimensi metrik lokal pada graf hasil operasi korona antara graf ular segitiga dan graf lintasan orde dua?

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan penulis dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari tentang konsep dasar dari dimensi metrik lokal.
2. Mencari rumus umum dari dimensi metrik dan dimensi metrik lokal pada graf ular segitiga (T_n).
3. Mencari rumus umum dari dimensi metrik lokal pada graf hasil operasi korona antara graf ular segitiga dan graf lintasan orde dua.

1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan pemahaman tentang konsep dasar dari dimensi metrik lokal.
2. Mengetahui rumus umum dari dimensi metrik dan dimensi metrik lokal pada graf ular segitiga (T_n).
3. Mengetahui rumus umum dari dimensi metrik lokal pada graf hasil operasi korona antara graf ular segitiga dan graf lintasan orde dua.

1.5. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada tugas akhir ini adalah mencari rumus umum dari dimensi metrik serta dimensi metrik lokal pada graf ular segitiga T_n dengan orde $2n + 1$. Lebih lanjut, penelitian ini juga mencari rumus umum dari dimensi metrik lokal graf hasil operasi korona pada graf ular segitiga T_n dengan graf lintasan berorde dua dan juga graf hasil operasi korona antara graf lintasan berorde dua dengan graf ular segitiga T_n .

1.6. Tinjauan Pustaka

Sebagai acuan yang digunakan penulis untuk landasan teori dalam penulisan tugas akhir ini bersumber dari buku, makalah, jurnal, dan skripsi. Adapun sumber utama dalam penulisan ini antara lain.

1. Artikel karya Okamoto (2010) dengan judul *"The local metric dimension of a graph"* yang membahas tentang pengenalan dan pengembangan konsep dimensi metrik lokal sebagai pembaharuan dari dimensi metrik. Dimana di dalam artikel tersebut menjelaskan bagaimana suatu himpunan verteks dapat disebut himpunan pembeda lokal. Selain itu dibahas juga karakteristik graf dengan nilai dimensi lokal tertentu, termasuk graf yang memiliki dimensi 1, $n - 1$ dan $n - 2$ (Okamoto et al., 2010).
2. Artikel karya Fitriani (2022) dengan judul *"The local metric dimension of split and unicyclic graphs"* membahas penentuan nilai dimensi metrik lokal pada graf split dan graf unisiklik. Untuk graf split, ditetapkan batas bawah dan batas atas dimensi metrik lokal serta ditunjukkan adanya graf yang memenuhi nilai minimum, maksimum, dan nilai diantaranya. Untuk graf unisiklik, ditentukan nilai dimensi metrik lokal secara pasti, yaitu bernilai satu jika siklusnya genap dan bernilai dua jika siklusnya ganjil (Fitriani et al., 2022).
3. Artikel karya Agasthi (2018) dengan judul *"On Some Labelings of Triangular Snake and Central Graph of Triangular Snake"* membahas tentang graf ular segitiga dan graf pusatnya memenuhi beberapa jenis pelabelan graf tertentu. Penelitian ini berhasil memberikan konstruksi pelabelan secara eksplisit serta membuktikan keberadaan pelabelan tersebut untuk seluruh ukuran graf yang dibahas, sehingga menunjukkan bahwa kedua

kelas graf itu memiliki sifat pelabelan yang konsisten sesuai kriteria yang ditetapkan (Agasthi & Parvathi, 2018).

4. Artikel karya Mohamed (2023) dengan judul “*On Computing the Metric Dimension of the Families of Alternate Snake Graphs*” membahas penentuan dimensi metrik pada keluarga graf *snake* (ular), termasuk *alternate snake*, *alternate k-polygonal snake*, *double alternate triangular snake*, dan *triple alternate triangular snake*, menggunakan konsep himpunan pembeda berbasis jarak terpendek. Hasilnya menunjukkan bahwa graf *alternate snake* dan *alternate k-polygonal snake* memiliki dimensi metrik tetap sebesar dua, sedangkan graf *double* dan *triple alternate triangular snake* memiliki dimensi metrik yang tertentu dan meningkat seiring meningkatnya ukuran graf (Mohamed & Amin, 2023).
5. Artikel karya Rodríguez-Velázquez (2016) dengan judul “*On the local metric dimension of corona product graphs*” membahas konsep dimensi metrik lokal pada graf-graf hasil operasi korona antar dua graf tertentu. Penulis menurunkan rumus umum untuk masing-masing batas bawah dan batas atas dari dimensi metrik lokal graf hasil operasi korona antara dua graf, salah satunya dengan memperhatikan dimensi metrik lokal dari hasil operasi join terlebih dahulu antar dua graf tersebut serta orde dari salah satu graf yang digunakan. Artikel ini juga mengkarakterisasi kondisi graf ketika nilai batas tersebut tercapai secara umum untuk beberapa graf (Rodríguez-Velázquez et al., 2016).

Pada penelitian yang dilakukan oleh penulis, terdapat beberapa perbedaan penelitian penulis dengan penelitian sebelumnya. Penelitian ini melanjutkan pengembangan dengan mencari dimensi metrik dan dimensi metrik lokal dari graf

ular segitiga beserta hasil operasi koronanya. Selanjutnya akan dijelaskan mengenai perbedaan dan persamaan yang dilakukan penulis dalam penelitiannya dengan rujukan yang telah dicantumkan. Berikut diberikan tabel persamaan dan perbedaan penelitian.

Tabel 1.1 Tabel Persamaan dan Perbedaan Penelitian

No	Judul (Tahun)	Penulis	Persamaan	Perbedaan
1.	<i>The local metric dimension of a graph (2010)</i>	Futaba Okamoto, La Crosse, Bryan Phinezy, Ping Zhang dan Kalamazoo	Membahas terkait definisi dan karakterisasi dimensi metrik serta dimensi metrik lokal pada suatu graf tertentu.	Graf yang digunakan dalam menentukan dimensi metrik lokal adalah graf lengkap dan bipartit.
2.	<i>The local metric dimension of split and unicyclic graph (2022)</i>	D. Fitriani, A. Rarasati, S.W. Saputro dan E.T. Baskoro	Membahas terkait definisi dimensi metrik serta dimensi metrik lokal pada suatu graf tertentu.	Graf yang digunakan dalam menentukan dimensi metrik lokal adalah graf split dan graf unisiklik.

No	Judul	Penulis	Persamaan	Perbedaan
3.	<i>On Some Labelings of Triangular Snake and Central Graph of Triangular Snake (2018)</i>	P. Agasthi dan N. Parvathi	Membahas tentang definisi dan konsep dasar dari graf ular segitiga.	Metode yang digunakan adalah menentukan pelabelan pada graf ular segitiga beserta karakteristiknya.
4.	<i>On Computing the Metric Dimension of the Families of Alternate Snake Graphs (2023)</i>	Basma Mohamed dan Mohamed Amin	Membahas terkait definisi dan teorema dimensi metrik pada suatu graf tertentu.	Graf yang digunakan dalam menentukan dimensi metrik adalah beberapa graf keluarga graf <i>snake</i> (ular), termasuk <i>alternate snake</i> , <i>alternate k-polygonal snake</i> , <i>double alternate triangular snake</i> , dan <i>triple alternate triangular snake</i> .

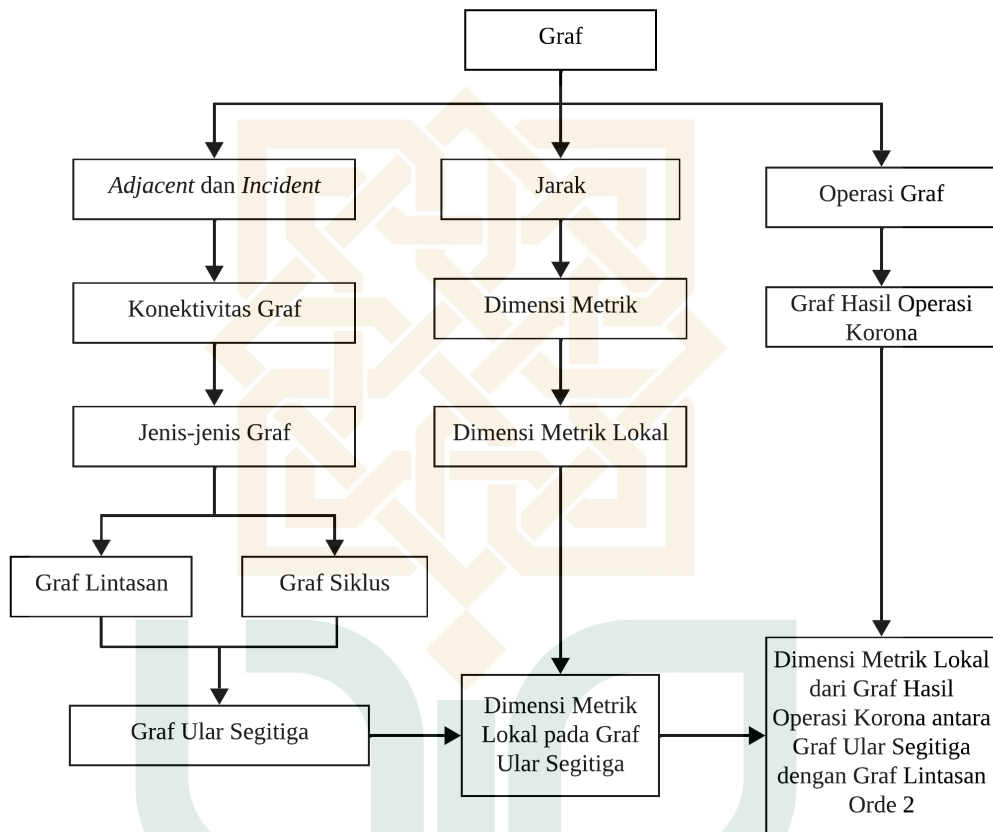
No	Judul	Penulis	Persamaan	Perbedaan
5.	<i>On the local metric dimension of corona product graphs (2016)</i>	Juan A. Rodríguez - Velázquez, Gabriel A. Barragán - Ramírez, dan Carlos García Gómez	Membahas dimensi lokal pada graf hasil operasi korona suatu graf tertentu.	Mengkaji tentang batas-batas nilai dimensi metrik lokal pada graf hasil operasi korona secara umum.

1.7. Metode Penelitian

Pada penelitian ini, penulis menggunakan metode studi literatur. Studi literatur diambil dari buku-buku referensi dan artikel-artikel yang berkaitan dengan topik penelitian. Beberapa topik yang diambil adalah terkait definisi dan konsep dasar pada graf, jenis-jenis graf, operasi korona pada graf, dimensi metrik serta dimensi metrik lokal pada graf. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penulisan ini adalah sebagai berikut.

1. Mempelajari dasar teori tentang graf, jenis-jenis graf dan sifat-sifat yang ada dalam graf.
2. Mempelajari operasi korona pada graf.
3. Mempelajari dimensi metrik dan karakteristiknya pada beberapa graf.
4. Mempelajari dimensi metrik lokal dan karakteristiknya pada beberapa graf.

5. Menentukan dimensi metrik lokal dari suatu graf serta graf hasil operasi korona.



Gambar 1.1 Skema Metode Penelitian

1.8. Sistematika Penulisan

Dalam penulisan ini, tugas akhir terdiri dari empat bab yang masing-masing bab terdiri atas beberapa sub bab. Adapun sistematika penulisan yang digunakan penulis adalah sebagai berikut.

- BAB 1** : Pada bab ini terdiri dari delapan sub bab, yaitu latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian dan sistematika penulisan.
- BAB 2** : Pada bab ini dibahas mengenai definisi dasar pada graf, *adjacent* dan *incident*, konektivitas pada graf, jenis-jenis graf, terminologi dasar graf dan operasi pada graf yaitu operasi korona, join, union serta dimensi metrik dari suatu graf.
- BAB 3** : Pada bab ini dibahas mengenai dimensi metrik lokal pada suatu graf dan graf hasil operasi korona. Dimana didalamnya terdapat definisi dari graf ular segitiga, dimensi metrik, dimensi metrik lokal beserta teorema-teorema terkait serta dimensi metrik lokal dari graf hasil operasi korona yang muncul dari kedua arah antara graf ular dan graf lintasan.
- BAB 4** : Bab ini berisikan tentang kesimpulan penelitian dan saran dari penulis terhadap pengembangan penelitian.

BAB IV

PENUTUP

Bab penutup ini akan diberikan kesimpulan dan saran-saran yang dapat diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

4.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil penulis setelah menyelesaikan pembuatan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Dimensi metrik lokal adalah nilai kardinalitas dari himpunan pembeda minimum pada suatu graf, dimana konsep tersebut melibatkan jarak antar suatu verteks dengan verteks lainnya yang saling *adjacent*. Pada konsep ini, setiap pasangan verteks yang memiliki hubungan *adjacency* harus dapat dibedakan berdasarkan perbedaan jarak dari himpunan pembeda tersebut. Himpunan dengan ukuran terkecil yang mampu membedakan seluruh pasangan verteks yang *adjacent* disebut himpunan pembeda lokal, dan kardinalitasnya merupakan dimensi metrik lokal dari graf tersebut.
2. Graf ular segitiga T_n diperoleh dari graf lintasan $P_n = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ dengan menambahkan satu verteks baru v_i pada setiap edge berurutan $u_i u_{i+1}$, sehingga setiap *edge* tersebut digantikan oleh subgraf cycle C_3 . Dengan demikian, rangkaian segitiga yang terbentuk saling terhubung secara berurutan dan menghasilkan graf yang menyerupai bentuk ular. Adapun nilai dimensi metrik dan dimensi metrik lokal dari graf ular segitiga sama, yaitu $\dim_\ell(T_n) =$

$$\dim(T_n) = 2.$$

3. Graf korona $T_n \odot P_2$ dibentuk dengan mengambil graf ular segitiga T_n dan menambahkan salinan graf lintasan P_2 sebanyak n pada setiap verteks graf T_n . Setiap salinan P_2 kemudian dihubungkan ke verteks asal pada T_n melalui kedua verteks yang dimilikinya. Dengan demikian, setiap verteks pada graf ular segitiga T_n terhubung langsung dengan sebuah graf P_2 , sehingga struktur korona yang dihasilkan memadukan bentuk berurutan dari segitiga pada T_n dengan tambahan cabang kecil berupa lintasan berorde dua pada setiap verteks. Adapun nilai dimensi metrik lokal dari graf $T_n \odot P_2$ adalah $\dim_\ell(T_n \odot P_2) = 2n + 1$. Sedangkan graf korona $P_2 \odot T_n$ dibentuk dengan mengambil graf lintasan P_2 sebagai graf dasar dan menambahkan dua salinan graf ular segitiga T_n pada setiap verteks pada graf P_2 . Setiap salinan T_n kemudian dihubungkan ke verteks asal pada P_2 melalui seluruh verteks yang dimiliki oleh T_n . Dengan demikian, setiap verteks pada graf lintasan P_2 terhubung dengan sebuah graf T_n , sehingga struktur korona yang dihasilkan membentuk dua rangkaian graf ular segitiga yang terhubung melalui kedua ujung lintasan P_2 . Adapun nilai dimensi metrik lokal dari graf $P_2 \odot T_n$ adalah

$$\dim_\ell(P_2 \odot T_n) = \begin{cases} n + 3, & \text{untuk } n \text{ ganjil,} \\ n + 2, & \text{untuk } n \text{ genap.} \end{cases}$$

4.2. Saran

Saran yang akan penulis sampaikan untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini masih memiliki keterbatasan dalam cakupan yang digunakan.

Pembahasan pada graf ular segitiga hanya dikaji dalam menentukan dimensi metrik dan dimensi metrik lokal. Oleh karena itu disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat mengkaji graf ular segitiga tersebut menggunakan metode lain, seperti dimensi metrik sisi, dimensi metrik kuat, dimensi metrik campuran dan lain sebagainya.

2. Kajian operasi graf pada penelitian ini terbatas pada operasi korona suatu graf, sehingga penulis berharap penelitian selanjutnya dapat dikembangkan menggunakan operasi graf lainnya seperti operasi *union*, amalgamasi, perkalian kuat dan lain-lain. Selain itu penelitian ini juga terbatas pada graf lintasan dengan orde 2. Diharapkan penelitian selanjutnya dapat mengembangkan lebih umum terkait orde graf lintasan untuk sebarang n .



DAFTAR PUSTAKA

- Agasthi, P. & Parvathi, N. (2018). On some labelings of triangular snake and central graph of triangular snake graph. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 1000, page 012170. IOP Publishing.
- Beerliova, Z., Eberhard, F., Erlebach, T., Hall, A., Hoffmann, M., Mihal'ák, M., & Ram, L. S. (2005). Network discovery and verification. In *International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science*, pages 127–138. Springer.
- Bondy, J. A., Murty, U. S. R., et al. (1976). *Graph theory with applications*, volume 290. Macmillan London.
- Broersma, H., Kloks, T., Kratsch, D., & Müller, H. (1999). Independent sets in asteroidal triple-free graphs. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 12(2):276–287.
- Buhaerah, B., Busrah, Z., & Sanjaya, H. (2022). Teori graf dan aplikasinya.
- Chartrand, G., Eroh, L., Johnson, M. A., & Oellermann, O. R. (2000). Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph. *Discrete Applied Mathematics*, 105(1-3):99–113.
- Chartrand, G. & Lesniak, L. (1996). *Graphs and digraphs, Third Edition*. Chapman and Hall/CRC, ISBN: 0-412-98721-X.
- Chartrand, G., Lesniak, L., & Zhang, P. (2016). *Graphs & Digraphs*. Discrete Mathematics and Its Applications Series. CRC Press, Taylor &

Francis Group, ISBN: 9781498735766, <https://books.google.co.id/books?id=vkQwjgEACAAJ>.

Daniel, F. & Taneo, P. N. (2020). *Teori Graf*. Deepublish.

Euler, L. (1741). *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, pages 128–140.

Fitriani, D., Rarasati, A., Saputro, S. W., & Baskoro, E. T. (2022). The local metric dimension of split and unicyclic graphs. *Indonesian Journal of Combinatorics*, 6(1):50–57.

Frucht, R. & Harary, F. (1970). On the corona of two graphs.

Guest, K., Holliday, S. H., Johnson Jr, P. D., Rautenbach, D., & Walsh, M. (2020). Closed-neighborhood union-closed graphs. *Australas. J Comb.*, 77:144–156.

Hernando, C., Mora, M., Pelayo, I. M., Seara, C., Cáceres, J., & Puertas, M. L. (2005). On the metric dimension of some families of graphs. *Electronic notes in discrete mathematics*, 22:129–133.

Javaid, I., Rahim, M. T., & Ali, K. (2008). Families of regular graphs with constant metric dimension. *Utilitas mathematica*, 75(1):21–33.

Koh, K.-M., Dong, F., Ng, K. L., & Tay, E. G. (2015). *Graph Theory: Undergraduate Mathematics*. World Scientific Publishing Company.

Kusmayadi, T. & Rahmadi, D. (2025). *Dimensi Metrik Dari Graf*. Star Digital Publishing, ISBN: 9786347400529, <https://books.google.co.id/books?id=N8CTEQAAQBAJ>.

- Li, L., Bao, S., & Raza, H. (2024). On some families of path-related graphs with their edge metric dimension. *Examples and Counterexamples*, 6:100152.
- Mohamed, B. & Amin, M. (2023). On computing the metric dimension of the families of alternate snake graphs. *Mathematics and Computer Science*, 8(4):94–103, DOI: 10.11648/j.mcs.20230804.12, <https://doi.org/10.11648/j.mcs.20230804.12>.
- Munandar, A. (2022). *Pengantar Matematika Diskrit dan Teori Graf*. Sleman : Deepublish (CV Budi Utama).
- Munir, R. (2012). Matematika diskrit (edisi revisi kelima). Bandung: *Informatika Bandung*.
- Nugraheni, P. (2017). Jembatan königsberg. *Limit*, (04):500309.
- Okamoto, F., Phinezy, B., & Zhang, P. (2010). The local metric dimension of a graph. *Mathematica Bohemica*, 135(3):239–255.
- Ponraj, R., Narayanan, S. S., & Kala, R. (2015). Mean cordiality of some snake graphs. *Palestine Journal of Mathematics*, 4(2):439–445.
- Rodríguez-Velázquez, J. A., Barragán-Ramírez, G. A., & García Gómez, C. (2016). On the local metric dimension of corona product graphs. *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*, 39(Suppl 1):157–173.
- Rosen, K. H. (2012). *Discrete Mathematics and Its Applications (Seventh Edition)*. New York, NY, USA: McGraw-Hill.
- Sandhya, S., Merly, E. E. R., & Deepa, S. (2017). Heronian mean labeling of graphs. In *International Mathematical Forum*, volume 12, pages 705–713.

Saputro, S. W., Mardiana, N., & Purwasih, I. A. (2017). The metric dimension of comb product graphs. *Matematicki vesnik*, 69(4):248–258.

Septiana Eka, R. & Rahadjeng, B. (2012). Dimensi metrik pada graf lintasan, graf komplit, graf sikel, graf bintang dan graf bipartit komplit. *Teorema*, 3:3.

Taheri-Dehkordadi, M. (2025). Graph theory; history, applications, and, vision. *Mathematics and Society*, 10(1):79–103.

