

SKRIPSI

**PEMODELAN MATEMATIKA SEIR MODIFIKASI
PENYALAHGUNAAN GANJA DENGAN DIFERENSIASI
GENDER DI INDONESIA**



DHEWI NURHAYATI

22106010059

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2026

**PEMODELAN MATEMATIKA SEIR MODIFIKASI
PENYALAHGUNAAN GANJA DENGAN DIFERENSIASI
GENDER DI INDONESIA**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika



diajukan oleh

DHEWI NURHAYATI
22106010059

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2026



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp :-

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Dhewi Nurhayati
NIM : 22106010059
Judul Skripsi : Pemodelan Matematika SEIR Modifikasi Penyalahgunaan Ganja dengan Diferensiasi Gender di Indonesia

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 25 Mei 2026
Pembimbing

Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si.
NIP. 19800505 200801 1 028



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1173/Un.02/DST/PP.00.9/06/2026

Tugas Akhir dengan judul : **Pemodelan Matematika SEIR Modifikasi Penyalahgunaan Ganja dengan Diferensiasi Gender di Indonesia**

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : DHEWI NURHAYATI
Nomor Induk Mahasiswa : 22106010059
Telah diujikan pada : Rabu, 03 Juni 2026
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang
Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6a21251e5eff3



Penguji I
Prof. Dr. Muhammad Wakhid Musthofa,
S.Si., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6a210936c9e13



Penguji II
Dr. Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si.,
M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6a210ee9266d3



Yogyakarta, 03 Juni 2026
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6a21315d502be

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Dhewi Nurhayati

NIM : 22106010059

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 25 Mei 2026



Dhewi Nurhayati

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan penuh rasa syukur kepada Allah Swt, karya kecil ini saya persembahkan kepada:

Bapak tercinta, kepada Bapak yang telah lebih dahulu berpulang ke hadirat Allah Swt. Terima kasih atas segala hal baik yang telah Bapak berikan. Meskipun tidak memiliki banyak kesempatan untuk tumbuh bersama Bapak, kepergian Bapak telah mengajarkan saya arti keteguhan, kemandirian, dan perjuangan. Setiap langkah yang saya tempuh hingga hari ini merupakan bagian dari ikhtiar untuk mewujudkan harapan yang mungkin pernah Bapak titipkan untuk masa depan saya. Semoga karya ini menjadi salah satu bentuk bakti dan kebanggaan untuk Bapak.

Mama tercinta, yang selalu memberikan doa, kasih sayang, dukungan, dan semangat tanpa henti. Terima kasih atas setiap pengorbanan dan ketulusan yang tidak pernah berhenti mengiringi langkah saya hingga sampai pada titik ini.

Keluarga dan orang tersayang, yang selalu hadir memberikan dukungan, perhatian, motivasi, dan doa dalam setiap proses yang saya lalui.

Almamater tercinta, Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta, yang telah menjadi tempat saya menimba ilmu, pengalaman, dan pelajaran berharga selama masa perkuliahan.

Dan untuk diri saya sendiri, Terima kasih atas keberanian untuk bangkit dalam setiap kesulitan dan atas keteguhan untuk terus melangkah meskipun tidak selalu mudah.

HALAMAN MOTTO

*Allah SWT memang tidak menjanjikan bahwa kehidupan ini akan mudah. Tetapi,
Allah SWT berjanji bahwa:*

*“Maka sesungguhnya beserta kesulitan ada kemudahan. Sesungguhnya beserta
kesulitan ada kemudahan. Maka apabila engkau telah selesai (dari suatu urusan),
tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain). Dan hanya kepada Tuhanmulah
engkau berharap.” (QS. Al-Insyirah [94]: 5–8)*

Melamban bukanlah hal yang tabu

Kadang itu yang kau butuh

Bersandar hibahkan bebanmu

Rotasikan pandanganmu

Ambil sudut yang terbaru

Belum pernah kau coba

Lihat semua bukan dari matamu

Kelak kau kan mengingat

Yang membawamu kesini

— Perunggu, 33x

'Kan kunanti kata pulang

Ke tempat yang satukan kita

Bawaku ke dalam dekap

Yang kau janjikan kepadaku

Dan kutitipkan aku

Semua tentang aku Kepadamu

— Feby Putri, Bernaung

“Hiduplah lebih lama.”

PRAKATA

Allhamdulillahirabbil'alamin, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat, serta hidayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Pemodelan Matematika SEIR Modifikasi Penyalahgunaan Ganja Dengan Diferensiasi Gender Di Indonesia". Penulisan skripsi ini diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai gelar Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini terdapat banyak hambatan dan halangan. Namun berkat adanya motivasi, bantuan, bimbingan, dan dorongan dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika.
3. Noor Saif Muhammad Mussafi, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan kepada penulis selama menempuh pendidikan.
4. Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Seluruh dosen dan staf Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan ilmu bermanfaat dan memberikan pelayanan administrasi akademik.
6. Terima kasih yang sebesar-besarnya penulis persembahkan kepada kedua orang tua dan keluarga tercinta, yang selalu menjadi rumah paling hangat dalam setiap keadaan. Terima kasih atas doa yang tidak pernah putus, kasih sayang yang tidak pernah berkurang, serta segala perjuangan yang tidak selalu dapat dibalas dengan kata-kata.
7. Terima kasih kepada Dewan, orang yang selalu menemani, mengusahakan banyak hal, serta menjadi tempat pulang di tengah lelahnya perjalanan. Terima

kasih karena selalu hadir dengan dukungan, semangat, dan keyakinan bahwa penulis mampu menyelesaikan semuanya sampai akhir.

8. Terima kasih kepada Bela, yang selalu memberikan dukungan, perhatian, dan semangat di setiap proses yang dilalui penulis. Terima kasih karena tetap percaya bahkan ketika penulis sedang meragukan diri sendiri.
9. Terima kasih kepada teman-teman Matematika Angkatan 2022 UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah menjadi bagian dari perjalanan selama masa perkuliahan. Terima kasih atas cerita, bantuan, tawa, perjuangan, dan kenangan yang telah dibagikan bersama.
10. Dan terakhir, terima kasih kepada semua manusia baik yang pernah hadir dalam hidup penulis, sekecil apa pun perannya. Terima kasih karena pernah membantu, mendengarkan, menguatkan, maupun sekadar hadir di waktu yang tepat. Semoga segala kebaikan kembali kepada kalian dalam bentuk yang paling membahagiakan.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua yang membacanya. Penulis juga berharap kritik dan saran yang membangun.

Yogyakarta, 3 Juni 2026

Penulis

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR LAMBANG	xiii
DAFTAR LAMBANG	xiii
INTISARI	xv
ABSTRACT	xvi
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Batasan Masalah	4
1.3 Rumusan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Tinjauan Pustaka	6
1.7 Metode Penelitian	10
1.8 Sistematika Penulisan	12
II LANDASAN TEORI	15
2.1 Persamaan Diferensial dan Sistem Dinamik	15
2.2 Persamaan Diferensial Linear dan Nonlinear	17
2.3 Sistem Persamaan Diferensial	18
2.4 Titik Kesetimbangan	20
2.4.1 Jenis Titik Kesetimbangan	22
2.5 Matriks Jacobian dan Linearisasi Sistem	23
2.5.1 Persamaan Karakteristik	25
2.6 Kestabilan Titik Kesetimbangan	28

2.6.1	Kestabilan Titik Keseimbangan	28
2.6.2	Stabil, Stabil Asimtotik, dan Tidak Stabil	29
2.6.3	Kriteria Kestabilan Lokal Berdasarkan Nilai Eigen	29
2.6.4	<i>Next Generation Matrix (NGM)</i>	30
2.6.5	Pembentukan Matriks F dan V	30
2.6.6	Konsep Bilangan Reproduksi Dasar	31
2.6.7	Penentuan Nilai R_0	31
2.6.8	Kriteria Kestabilan <i>Routh–Hurwitz</i>	32
2.6.9	Kepositifan dan Daerah Invarian	33
2.7	Pemodelan Matematika	34
2.8	Penyalahgunaan Narkotika, Gender, dan Pemodelan SEIR dalam Perilaku Sosial	35
2.8.1	Pengertian Narkotika dan Ganja	35
2.8.2	Faktor Pendorong dan Penyebab Penyalahgunaan Narkotika	36
2.8.3	Bahaya atau Dampak Negatif Narkotika	36
2.8.4	Pengaruh Gender dalam Penyalahgunaan Ganja	37
2.8.5	Model SEIR dalam Konteks Penyalahgunaan Narkotika	37
2.8.6	Intervensi dalam Model Penyalahgunaan Ganja	38
III	PEMODELAN MATEMATIKA DAN ANALISISNYA	39
3.1	Pembentukan Model SEIRPMHQ Penyalahgunaan Narkotika Jenis Ganja	39
3.1.1	Variabel dan Kompartemen Model	41
3.1.2	Parameter Model	42
3.1.3	Pembentukan Model Matematika	45
3.1.4	Model Matematika	47
3.2	Analisis Model SEIRPMHQ Penyalahgunaan Narkotika Jenis Ganja	48
3.2.1	Keberadaan dan Keunikan Solusi	48
3.2.2	Kepositifan Solusi	49
3.2.3	Keterbatasan Solusi (<i>Boundedness</i>)	51
3.3	Bilangan Reproduksi Dasar (<i>Basic Reproduction Number</i>)	56
3.4	Titik Keseimbangan Model	63
3.4.1	Titik Keseimbangan Bebas Ganja (<i>Drug-Free Equilibrium / DFE</i>)	66
3.4.2	Titik Keseimbangan Terpapar Ganja	67
3.5	Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan	71
3.5.1	Matriks Jacobian Model	71

3.5.2	Kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Ganja E_0	72
3.5.3	Kestabilan Titik Keseimbangan Terpapar Ganja E_1	75
IV	HASIL DAN PEMBAHASAN SIMULASI MATLAB	79
4.1	Penyalahgunaan Ganja di Indonesia	79
4.2	Penentuan Nilai Parameter dan Kondisi Awal	80
4.2.1	Dasar Penentuan Nilai Awal Populasi	80
4.2.2	Penetapan Nilai Parameter Model	81
4.3	Justifikasi dan Proses Perhitungan Nilai Parameter	84
4.4	Kondisi Awal	91
4.5	Simulasi Numerik Model	95
4.5.1	Interpretasi Simulasi Kondisi Bebas Ganja	95
4.5.2	Interpretasi Simulasi Kondisi Mendekati Ambang	96
4.5.3	Interpretasi Simulasi Kondisi Terpapar Ganja	98
4.5.4	Interpretasi Dinamika Populasi Rentan Pengguna Ganja	99
4.5.5	Interpretasi Dinamika Populasi Pengguna Awal Ganja	101
4.5.6	Interpretasi Dinamika Populasi Pengguna Aktif Ganja	102
4.5.7	Interpretasi Dinamika Populasi Rehabilitasi	104
4.6	Perbandingan Dinamika Subpopulasi Pria dan Wanita	105
4.6.1	Implikasi Hasil Simulasi	106
4.7	Rekomendasi Berbasis Model	107
V	PENUTUP	109
5.1	Kesimpulan	109
5.2	Saran	110
	DAFTAR PUSTAKA	110
	LAMPIRAN	114
A	PARAMETER DAN KONDISI AWAL SIMULASI	114
1.1	Parameter Model	114
1.2	Kondisi Awal Simulasi	114
1.3	Data Penelitian	115
B	PERHITUNGAN NUMERIK BILANGAN REPRODUKSI DASAR	117
2.1	Lampiran Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar	117
C	SIMULASI GRAFIK MODEL SEIRPMHQ DENGAN APLIKASI MAT-	
LAB		119
3.1	Program Simulasi MATLAB	119
3.2	Kode Program MATLAB Simulasi Skenario Model SEIRPMHQ	122
	Curriculum Vitae	128

DAFTAR TABEL

1.1 Tinjauan Pustaka	8
2.1 Struktur Tabel <i>Routh–Hurwitz</i>	32
3.1 Variabel dan Parameter yang Digunakan dalam Model	41
3.2 Parameter Model	42
4.1 Klasifikasi dan Dasar Penentuan Parameter Model	83
4.2 Nilai Parameter Model	94
4.3 Hasil Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar pada Setiap Skenario	95
4.4 Perbandingan dinamika subpopulasi pria dan wanita pada kondisi terpapar ganja	106
1.1 Kondisi Awal Simulasi Model SEIRPMHQ	115
1.2 Rekapitulasi Data Penelitian yang Digunakan dalam Pemodelan Pe- nyalahgunaan Ganja	115

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMBANG

$x \in A$: x anggota himpunan A
$A \subseteq X$: A himpunan bagian dari atau sama dengan X
\mathbb{N}	: himpunan bilangan asli
\mathbb{Z}	: himpunan bilangan bulat
\mathbb{Z}^+	: himpunan bilangan bulat positif
\mathbb{R}	: himpunan bilangan real
t	: waktu
$X(t)$: vektor keadaan sistem pada waktu t
$X(0)$: kondisi awal sistem
$S(t)$: populasi rentan pria pada waktu t
$E(t)$: populasi terpapar pria pada waktu t
$I(t)$: populasi pengguna aktif pria pada waktu t
$R(t)$: populasi rehabilitasi pria pada waktu t
$P(t)$: populasi rentan wanita pada waktu t
$M(t)$: populasi terpapar wanita pada waktu t
$H(t)$: populasi pengguna aktif wanita pada waktu t
$Q(t)$: populasi rehabilitasi wanita pada waktu t
$N_m(t)$: total populasi pria pada waktu t
$N_f(t)$: total populasi wanita pada waktu t
σ	: laju rekrutmen pria rentan pengguna ganja
δ	: laju rekrutmen wanita rentan pengguna ganja
μ	: laju kematian alami populasi
β_1	: laju pengaruh sosial pria terhadap pria
β_2	: laju pengaruh sosial pria terhadap wanita
α_1	: laju transisi pria dari terpapar ke pengguna aktif
α_2	: laju transisi wanita dari terpapar ke pengguna aktif
ρ	: laju rehabilitasi pria
γ	: laju rehabilitasi wanita
λ_r	: laju kekambuhan pria setelah rehabilitasi
λ_q	: laju kekambuhan wanita setelah rehabilitasi
E_0	: titik kesetimbangan bebas ganja

- E_1 : titik kesetimbangan terpapar ganja
 R_0 : bilangan reproduksi dasar
 $J(x)$: matriks Jacobian sistem



INTISARI

PEMODELAN MATEMATIKA SEIR MODIFIKASI PENYALAHGUNAAN GANJA DENGAN DIFERENSIASI GENDER DI INDONESIA

Oleh

DHEWI NURHAYATI

22106010059

Penelitian ini mengembangkan model matematika SEIRPMHQ untuk menggambarkan dinamika penyalahgunaan narkoba jenis ganja berdasarkan perbedaan gender dalam populasi. Model dirumuskan dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa nonlinier yang membagi populasi ke dalam delapan kompartemen, yaitu rentan, terpapar, pecandu aktif, dan pulih pada kelompok pria dan wanita. Model mempertimbangkan proses transmisi sosial, perkembangan individu dari tahap terpapar menuju pecandu aktif, rehabilitasi, kekambuhan, serta kematian alami. Penentuan titik kesetimbangan bebas ganja dan titik kesetimbangan terpapar ganja, analisis kestabilan menggunakan matriks Jacobian dan kriteria *Routh–Hurwitz*, serta perhitungan bilangan reproduksi dasar menggunakan metode *Next Generation Matrix*. Hasil analisis menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas ganja bersifat stabil asimtotik lokal ketika bilangan reproduksi dasar pada subpopulasi pria dan wanita kurang dari satu. Perhitungan numerik menghasilkan nilai bilangan reproduksi dasar sebesar $R_{0m} = 0,4038$ dan $R_{0f} = 0,1142$ pada kondisi pertama, serta $R_{0m} = 0,7539$ dan $R_{0f} = 0,2283$ pada kondisi kedua, yang menunjukkan kecenderungan sistem menuju keadaan bebas ganja. Pada kondisi lain diperoleh nilai $R_{0m} = 1,2115$ dan $R_{0f} = 0,4281$, yang menunjukkan bahwa dinamika penyalahgunaan ganja lebih dominan dipengaruhi oleh subpopulasi pria sehingga penyalahgunaan ganja masih dapat bertahan dalam populasi. Simulasi numerik menggunakan metode *ode45* pada MATLAB selama interval waktu 0–50 tahun menunjukkan bahwa populasi terpapar dan pecandu aktif pria memiliki proporsi lebih tinggi dibandingkan wanita. Selain itu, populasi rehabilitasi meningkat secara bertahap hingga mencapai keadaan stabil dengan proporsi akhir sekitar 0,25 pada pria dan 0,20 pada wanita. Hasil penelitian menunjukkan bahwa interaksi sosial dan rehabilitasi berperan penting dalam memengaruhi dinamika penyalahgunaan ganja dalam populasi.

Kata kunci : penyalahgunaan ganja, model SEIRPMHQ, bilangan reproduksi dasar, analisis kestabilan, simulasi numerik.

ABSTRACT

PEMODELAN MATEMATIKA SEIR MODIFIKASI PENYALAHGUNAAN GANJA DENGAN DIFERENSIASI GENDER DI INDONESIA

By

DHEWI NURHAYATI

22106010059

This study aims to develop a SEIRPMHQ mathematical model to describe the dynamics of cannabis abuse by considering gender differences within the population. The model is formulated as a system of nonlinear ordinary differential equations that divides the population into eight compartments, namely susceptible, exposed, active addicts, and recovered individuals for both male and female subpopulations. The model incorporates social transmission, progression from the exposed stage to active addiction, rehabilitation, relapse, and natural mortality. Mathematical analysis was conducted through the proof of positivity and boundedness of solutions, determination of the drug-free equilibrium and drug-present equilibrium points, stability analysis using the Jacobian matrix and the *Routh–Hurwitz* criterion, and computation of the basic reproduction number using the *Next Generation Matrix* method. The analytical results show that the drug-free equilibrium is locally asymptotically stable when the basic reproduction numbers of both male and female subpopulations are less than one. Numerical calculations yielded basic reproduction numbers of $R_{0m} = 0.4038$ and $R_{0f} = 0.1142$ under the first condition, and $R_{0m} = 0.7539$ and $R_{0f} = 0.2283$ under the second condition, indicating that the system tends toward a drug-free state. Under another condition, the values $R_{0m} = 1.2115$ and $R_{0f} = 0.4281$ were obtained, indicating that cannabis abuse can persist within the male subpopulation. Numerical simulations using the *ode45* solver in MATLAB over a 0–50 year period show that the proportions of exposed and active-addicted males are higher than those of females. Furthermore, the rehabilitation populations increase gradually and approach a stable state, reaching approximately 0.25 for males and 0.20 for females at the end of the simulation. The results indicate that social interaction and rehabilitation play important roles in influencing the dynamics of cannabis abuse within the population.

Keywords: cannabis abuse, SEIRPMHQ model, basic reproduction number, stability analysis, numerical simulation.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan cabang ilmu yang berperan penting dalam membantu menyelesaikan berbagai permasalahan di kehidupan nyata. Salah satu cabang dari ilmu matematika yang berorientasi pada penerapan langsung adalah matematika terapan, di antaranya melalui pendekatan pemodelan matematika.

Pemodelan matematika merupakan suatu proses merepresentasikan dan menjelaskan permasalahan dunia nyata ke dalam pernyataan matematis (Widowati & Sutimin, 2007). Suharyono (2020) menekankan adanya perbedaan mendasar antara istilah *pemodelan matematis (mathematical modeling)* dan *model matematis*. Pemodelan matematis merupakan suatu fase atau proses aktif yang dilakukan untuk membangun kerangka logika permasalahan, sedangkan model matematis merupakan produk akhir atau luaran konkret dari proses tersebut. Sebagai sebuah hasil, model matematis berfungsi sebagai representasi abstrak yang menerjemahkan fenomena atau permasalahan dunia nyata ke dalam bahasa matematika yang sistematis. Representasi ini dapat diwujudkan dalam berbagai bentuk formal, seperti simbol operasional, persamaan matematis, grafik, tabel, diagram, maupun visualisasi matematis lainnya. Dengan demikian, model matematis bukan sekadar kumpulan angka, melainkan alat interpretatif yang memvisualisasikan hubungan antarvariabel sehingga permasalahan dapat dianalisis dan diselesaikan secara lebih terstruktur (Suharyono & Rosnawati, 2020).

Pemodelan matematika memiliki peranan penting dalam memahami dan mengendalikan fenomena sosial yang bersifat kompleks, termasuk penyebaran dan dinamika penyalahgunaan obat terlarang. Dalam kajian yang dilakukan oleh (Yaseen et al., 2025), kecanduan obat dipandang sebagai fenomena yang memiliki karakteristik serupa dengan proses epidemik, sehingga dapat dianalisis melalui model matematika berbasis sistem persamaan diferensial. Pemodelan matematika penyalahgunaan ganja dalam penelitian ini mengadopsi model dinamika kecanduan rokok pada penelitian yang telah dilakukan oleh (Fadhilah & Maulana, 2022), keduanya memiliki pola penyebaran perilaku yang serupa, yaitu dipengaruhi oleh interaksi

sosial, lingkungan pergaulan, proses kecanduan, rehabilitasi, serta kemungkinan relaps. Dalam kajian yang dilakukan oleh (Fadhilah & Maulana, 2022), individu rentan dapat berubah menjadi perokok pemula akibat kontak dengan perokok aktif. Mekanisme tersebut serupa dengan penyalahgunaan ganja, di mana individu rentan dapat mulai menggunakan ganja akibat pengaruh lingkungan sosial dan interaksi dengan pengguna aktif. Penelitian yang dilakukan oleh (Fadhilah & Maulana, 2022) menggunakan model SEIRPMHQ berbasis gender untuk menggambarkan dinamika kecanduan rokok melalui beberapa kompartemen, yaitu populasi rentan, individu terpapar atau pemula, pengguna aktif, rehabilitasi atau berhenti, serta kemungkinan relaps. Struktur dinamika tersebut juga ditemukan pada kasus penyalahgunaan ganja sehingga pendekatan model yang sama masih relevan untuk digunakan. Oleh karena itu, model SEIRPMHQ pada penelitian ini dikembangkan dengan melakukan penyesuaian terhadap karakteristik penyalahgunaan ganja, memasukkan diferensiasi gender, serta mempertimbangkan parameter rehabilitasi dan relaps sesuai dengan kondisi empiris penyalahgunaan ganja di Indonesia.

Istilah narkotika berasal dari bahasa Yunani *narke* atau *narkam* yang berarti “terbius” atau “tidak merasakan apa-apa”. Dalam bahasa Inggris, istilah *narcotic* merujuk pada zat yang dapat menghilangkan rasa nyeri, menimbulkan efek stupor, serta berfungsi sebagai bahan pembius. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), narkotika didefinisikan sebagai obat yang dapat menenangkan saraf, menghilangkan rasa sakit, menimbulkan rasa mengantuk, atau memberikan efek perangsang tertentu. Berdasarkan Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 35 Tahun 2009, narkotika didefinisikan sebagai zat atau obat yang berasal dari tanaman maupun non-tanaman, baik sintetis maupun semisintetis, yang dapat memengaruhi kesadaran, menghilangkan rasa nyeri, serta berpotensi menimbulkan ketergantungan. Jenis narkotika tersebut antara lain meliputi tanaman papaver, opium mentah dan masak, tanaman koka, daun koka, kokain, ganja, serta turunan senyawanya seperti morfin dan kokain. Dalam konteks medis, zat-zat tersebut memiliki karakteristik dapat menenangkan sistem saraf, menimbulkan efek pembiusan, menghilangkan rasa sakit, serta berpotensi menyebabkan adiksi (Mardani, 2008).

Penyalahgunaan narkotika merupakan permasalahan sosial yang hingga kini masih menjadi fokus utama di Indonesia. Permasalahan ini tidak hanya berdampak pada aspek kesehatan, tetapi juga memengaruhi dimensi sosial, ekonomi, dan keamanan. Individu yang terlibat dalam penyalahgunaan narkotika berisiko mengalami penurunan kualitas hidup, gangguan kesehatan fisik dan mental, serta kesulitan dalam menjalankan peran sosial secara wajar. Selain itu, penyalahgunaan narkotika

juga berdampak pada lingkungan sekitar pengguna dan berkontribusi terhadap meningkatnya permasalahan sosial di masyarakat ([Badan Narkotika Nasional, 2023](#)).

Di antara berbagai jenis narkoba, ganja (*Cannabis sativa*) merupakan salah satu zat yang paling banyak disalahgunakan di Indonesia. Tingginya jumlah kasus ganja menunjukkan bahwa penyebarannya tidak hanya melalui jalur kriminal, tetapi juga melalui interaksi sosial yang bersifat menular. Individu yang awalnya tidak memiliki riwayat penggunaan dapat terpapar dan akhirnya mengalami kecanduan akibat pengaruh lingkungan sosial. Fenomena ini menjadikan penyalahgunaan ganja layak dimodelkan sebagai suatu penyakit sosial dengan dinamika penyebaran tertentu. Data Triwulan II tahun 2025 mencatat jumlah tersangka kasus ganja sebanyak 1.330 orang, lebih tinggi dibandingkan tersangka kasus sabu yang berjumlah 1.141 orang ([Badan Narkotika Nasional, 2025](#)).

Dominasi ganja juga tercermin dari besarnya volume barang bukti yang disita. Sepanjang Triwulan II tahun 2025, total barang bukti ganja yang diamankan mencapai 181.881.049,40 gram, jauh melampaui barang bukti sabu sebesar 5.553.623,32 gram maupun tembakau gorila seberat 38.549,48 gram. Besarnya volume peredaran ini mengindikasikan bahwa ganja merupakan narkoba yang sangat mudah diakses dan menyebar secara masif di masyarakat ([Badan Narkotika Nasional, 2025](#)).

Selain itu, data Triwulan II tahun 2025 menunjukkan adanya disparitas gender yang signifikan dalam kasus narkoba. Dari total 17.355 tersangka, sebanyak 16.431 orang (94,6%) merupakan pria, sedangkan wanita berjumlah 924 orang (5,3%). Pola serupa juga terlihat pada populasi penghuni lembaga pemasyarakatan, di mana narapidana kasus narkoba pria mencapai 93.499 orang, sementara wanita berjumlah 5.000 orang ([Badan Narkotika Nasional, 2025](#)). Ketimpangan ini menunjukkan pentingnya pendekatan berbasis gender dalam analisis dinamika penyalahgunaan narkoba.

Penelitian oleh ([Ullah et al., 2024](#)) menunjukkan bahwa konsumsi ganja dapat dipandang sebagai fenomena epidemiologi dengan pola penyebaran menyerupai penyakit menular, serta menekankan pentingnya analisis sensitivitas dalam menentukan strategi pengendalian yang efektif. Sementara itu, penelitian oleh ([Fadhilah & Maulana, 2022](#)) menyimpulkan bahwa dinamika kecanduan zat adiktif memiliki karakteristik yang berbeda antara pria dan wanita, sehingga diperlukan model kompartemen berbasis gender dengan struktur SEIRPMHQ untuk memperoleh gambaran yang lebih akurat.

Penelitian yang dilakukan oleh ([Ullah et al., 2024](#)) belum mempertimbangkan perbedaan karakteristik penyebaran antara populasi pria dan wanita, sedangkan

penelitian (Fadhilah & Maulana, 2022) berfokus pada kecanduan rokok yang memiliki karakteristik berbeda dengan narkoba. Oleh karena itu, penelitian ini mengembangkan model SEIR termodifikasi (SEIRPMHQ) untuk kasus penyalahgunaan narkoba jenis ganja dengan diferensiasi gender, serta menggunakan perangkat lunak MATLAB untuk melakukan simulasi numerik guna memvisualisasikan dinamika sistem dan kestabilan titik kesetimbangan. Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini berjudul **“Pemodelan Matematika SEIR Modifikasi Penyalahgunaan Ganja dengan Diferensiasi Gender di Indonesia”**.

1.2 Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini difokuskan pada penyalahgunaan narkoba jenis ganja dan tidak mencakup jenis narkoba lainnya.
2. Model matematis yang digunakan merupakan model SEIR yang dimodifikasi menjadi model SEIRPMHQ berdasarkan asumsi-asumsi tertentu.
3. Populasi pada model dibedakan berdasarkan jenis kelamin, yaitu pria dan wanita, tanpa mempertimbangkan faktor usia, tingkat pendidikan, maupun kondisi sosial ekonomi lainnya.
4. Model tidak memasukkan kematian akibat penyalahgunaan ganja. Kematian yang diperhitungkan hanya kematian alami dengan laju μ .
5. Proses pemulihan atau rehabilitasi dalam model direpresentasikan melalui parameter pemulihan umum dan tidak dibedakan berdasarkan jenis program rehabilitasi maupun kebijakan pemerintah secara spesifik, karena keterbatasan data rehabilitasi pengguna ganja berdasarkan gender.
6. Model tidak mempertimbangkan perpindahan penduduk antarwilayah atau migrasi populasi.
7. Analisis matematis pada penelitian ini terbatas pada penentuan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, serta analisis kestabilan lokal model.
8. Simulasi numerik dilakukan menggunakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Narkotika Nasional (BNN) dan digunakan untuk mendukung interpretasi dinamika model.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan sebelumnya, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana membangun model matematika penyalahgunaan ganja menggunakan model SEIRPMHQ dengan diferensiasi gender?
2. Bagaimana menentukan titik kesetimbangan dan kestabilan model penyalahgunaan ganja?
3. Bagaimana menentukan bilangan reproduksi dasar pada model penyalahgunaan ganja?
4. Bagaimana hasil simulasi numerik dan interpretasi dinamika penyalahgunaan ganja berdasarkan model SEIRPMHQ yang telah dibangun?

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membangun model matematika penyalahgunaan narkotika jenis ganja menggunakan model SEIR termodifikasi dengan membedakan populasi berdasarkan jenis kelamin, yaitu pria dan wanita.
2. Menganalisis dinamika perubahan jumlah individu pada setiap kompartemen dalam model penyalahgunaan ganja terhadap waktu dengan melihat laju perubahan grafik dalam simulasi numerik.
3. Menentukan titik kesetimbangan dari model matematika penyalahgunaan ganja yang telah dibentuk.
4. Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan pada model matematika penyalahgunaan ganja berdasarkan parameter-parameter yang digunakan.
5. Mensimulasikan model matematika yang telah dibangun menggunakan perangkat lunak MATLAB untuk memvisualisasikan dinamika penyalahgunaan narkotika jenis ganja terhadap waktu.

1.5 Manfaat Penelitian

Melalui penyusunan penelitian ini, penulis berharap dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Peneliti

Penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan dan pemahaman peneliti dalam penerapan konsep-konsep matematika, khususnya persamaan diferensial dan sistem dinamis, pada permasalahan nyata yang berkaitan dengan aspek sosial. Selain itu, penelitian ini juga berfungsi untuk meningkatkan keterampilan peneliti dalam membangun model matematika, melakukan analisis titik kesetimbangan dan kestabilan, serta menginterpretasikan hasil analisis secara sistematis dalam konteks penyalahgunaan narkotika jenis ganja.

2. Bagi Pembaca

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi dan pemahaman kepada pembaca mengenai penerapan pendekatan matematika dalam menganalisis permasalahan penyalahgunaan narkotika, khususnya ganja. Melalui model matematika yang dikembangkan, pembaca dapat memperoleh gambaran mengenai dinamika penyalahgunaan ganja dalam suatu populasi serta perbedaan karakteristik antara pria dan wanita dari sudut pandang matematis.

3. Bagi Peneliti Selanjutnya

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan rujukan dan sumber informasi bagi peneliti selanjutnya yang tertarik untuk mengkaji permasalahan serupa. Model matematika yang dikembangkan dapat diperluas dengan menambahkan elemen lain, seperti pengaruh rehabilitasi, strategi pengendalian optimal, maupun faktor sosial lainnya. Selain itu, penelitian ini juga dapat dijadikan dasar untuk pengembangan model yang lebih kompleks atau penerapan pada jenis narkotika yang berbeda.

1.6 Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka digunakan sebagai acuan dalam penyusunan landasan teori pada penelitian ini. Referensi yang digunakan bersumber dari buku teks, artikel jurnal, prosiding ilmiah, serta hasil penelitian sebelumnya yang relevan dengan topik pemodelan matematika dan dinamika penyalahgunaan narkotika.

Penelitian yang dilakukan oleh (Fadhilah & Maulana, 2022) membahas model dinamika kecanduan dengan struktur delapan kompartemen (SEIRPMHQ) yang secara eksplisit memisahkan populasi pria dan wanita. Model tersebut menjadi rujukan utama dalam penelitian ini, khususnya dalam justifikasi diferensiasi gender serta keberadaan kompartemen P , M , H , dan Q .

Penelitian oleh (Ullah et al., 2024) mengkaji konsumsi ganja (*marijuana*) sebagai fenomena epidemiologi. Studi ini menekankan pentingnya analisis sensitivitas parameter kontrol serta penentuan bilangan reproduksi dasar R_0 sebagai dasar dalam perumusan strategi intervensi terhadap penyebaran konsumsi ganja.

Buku karya (Perko, 2001) mengulas teori sistem dinamik dan analisis kualitatif persamaan diferensial, termasuk konsep titik kesetimbangan dan kestabilan lokal. Referensi ini menjadi landasan teoritis dalam menganalisis kestabilan lokal model penyalahgunaan ganja yang dikembangkan.

Penelitian oleh (Ejinkonye & Omokoh, 2025) secara eksplisit memodelkan penyalahgunaan narkoba sebagai fenomena penularan sosial dan mengkaji dampaknya terhadap populasi remaja wanita. Hasil penelitian ini mendukung pemisahan subpopulasi dan pentingnya analisis berbasis gender dalam pemodelan penyalahgunaan narkoba.

Selanjutnya, penelitian oleh (Muzingili & Taruvinga, 2025) memberikan dukungan empiris bahwa faktor gender secara signifikan memengaruhi tingkat kambuh (*relapse*) setelah rehabilitasi. Studi ini menunjukkan bahwa wanita cenderung mempertahankan kondisi pemulihan lebih lama dibandingkan pria, sehingga menjustifikasi penggunaan laju kambuh yang berbeda antara populasi pria dan wanita dalam model penelitian ini.

Penelitian oleh (Islam & Biswas, 2020) membahas penerapan strategi kontrol optimal pada model dinamika penyalahgunaan narkoba. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa edukasi, perlakuan medis, dan dukungan keluarga merupakan strategi yang efektif dalam menurunkan tingkat adiksi, yang sejalan dengan penggunaan parameter kontrol dalam model penelitian ini.

Berdasarkan kajian terhadap penelitian-penelitian terdahulu tersebut, perbedaan dan persamaan antara penelitian ini dengan penelitian sebelumnya disajikan dalam Tabel [1.1](#).

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No	Peneliti	Judul Penelitian	Persamaan	Perbedaan
1	Jihan Fadhilah dan Dimas Avian Maulana	Model Dinamika Kecanduan Rokok Pada Pria dan Wanita	Menggunakan struktur model delapan kompartemen SEIRPMHQ dengan pemisahan populasi berdasarkan gender.	Objek kajian adalah kecanduan rokok, bukan ganja, serta tidak memasukkan laju kematian akibat narkotika.
2	Atta Ullah et al.	Mathematical Model With Sensitivity Analysis and Control Strategies for Marijuana Consumption	Menggunakan pendekatan epidemiologi untuk pemodelan konsumsi ganja dan analisis R_0 .	Tidak membedakan populasi berdasarkan gender dan menggunakan struktur kompartemen yang berbeda.
3	Lawrence Perko	<i>Differential Equations and Dynamical Systems</i>	Membahas analisis sistem dinamik, titik kesetimbangan, dan kestabilan lokal.	Tidak mengkaji aplikasi khusus pada penyalahgunaan narkotika atau model kompartemen sosial.

Tabel 1.1 (lanjutan)

4	Ejinkonye Ifeoma O. dan Ejiro Stanley Omokoh	<i>Mathematical Modeling of the Effects of Hard Drug Abuse on Young Girls Aged 15–20 Years</i>	Menegaskan penyalahgunaan narkotika sebagai fenomena penularan sosial dan fokus subpopulasi gender.	Fokus pada remaja wanita, sedangkan penelitian ini mencakup populasi umum pria dan wanita.
5	Muzingili Taruvinga dan Raymond Taruvinga	<i>Gender as a Predictor of Relapse Risk After Adolescent Drug Rehabilitation</i>	Menunjukkan pengaruh signifikan gender terhadap tingkat kambuh.	Konteks geografis dan objek kajian berbeda serta tidak menggunakan model SEIRPMHQ.
6	Lubaba Yaseen, Syeda Alishwa Zani, Nadeem Abbas, Wasfi Shatanawi	<i>Modeling the Spread and Control of Drug Addiction: A Mathematical and Sensitivity Analysis Approach</i>	Sama-sama menggunakan pemodelan matematika berbasis epidemiologi untuk menganalisis dinamika penyalahgunaan narkotika.	Menggunakan model kecanduan narkoba secara umum tanpa diferensiasi gender dan tanpa struktur SEIRPMHQ,

Tabel 1.1 (lanjutan)

7	Dhewi Nurhayati	Pemodelan Matematika Dinamika Penyebaran Kecanduan Ganja dengan Diferensiasi Gender	Sama-sama menggunakan pendekatan pemodelan matematika pada fenomena adiksi.	Penelitian ini mengembangkan model SEIRPMHQ berbasis gender untuk narkotika jenis ganja dengan analisis NGM, matriks Jacobian, dan kriteria <i>Routh–Hurwitz</i> .
---	-----------------	---	---	--

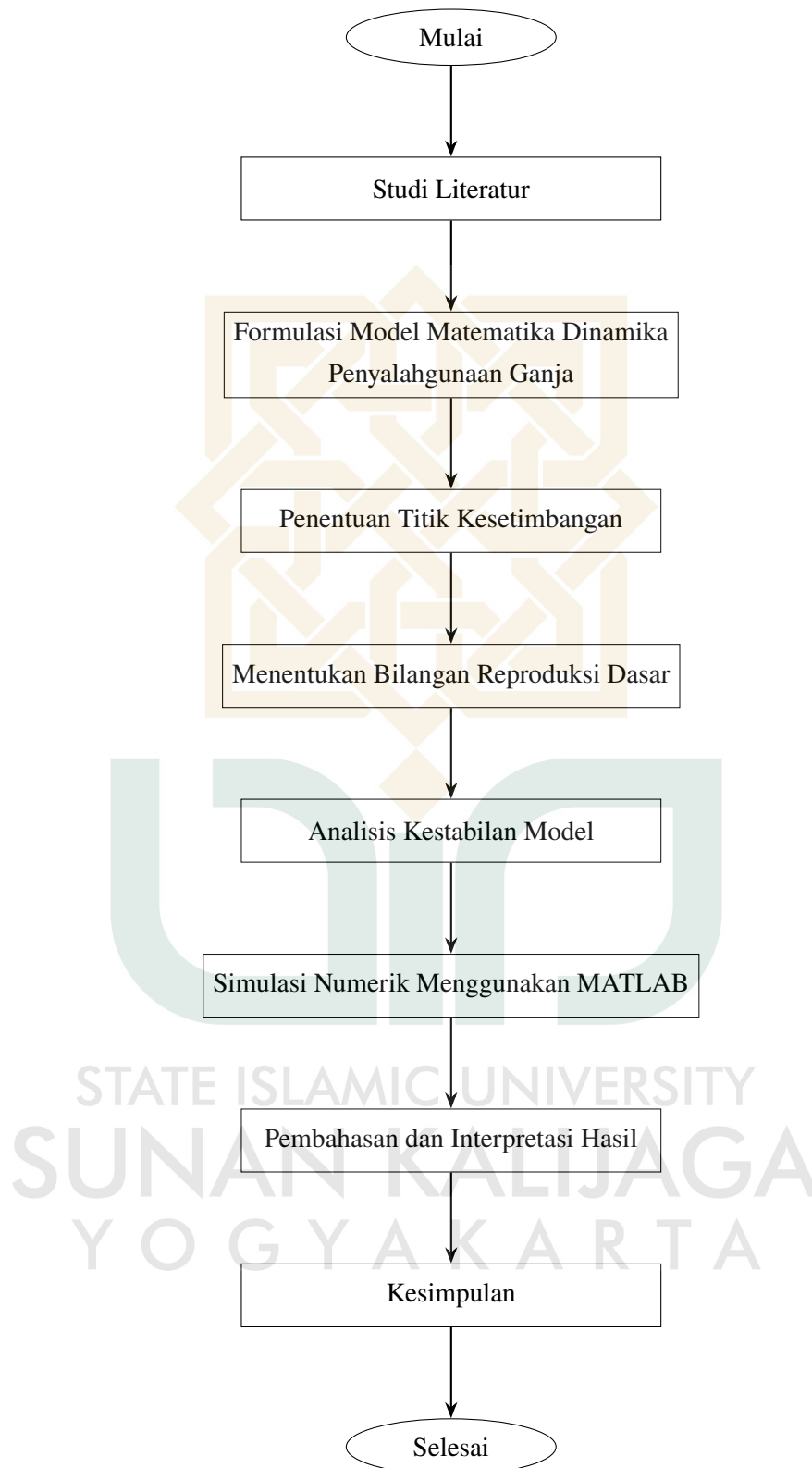
1.7 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode studi pustaka (*library research*) dengan menelaah buku teks matematika, jurnal ilmiah, serta artikel penelitian yang relevan. Pendekatan ini digunakan untuk memperoleh landasan teoritis mengenai persamaan diferensial, sistem dinamik, dan pemodelan matematika yang diterapkan dalam kajian penyalahgunaan narkotika jenis ganja (Arifin, 2012).

Penelitian ini merupakan penelitian terapan dengan pendekatan pemodelan matematika deterministik. Model disusun dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa untuk merepresentasikan dinamika penyalahgunaan narkotika jenis ganja dalam suatu populasi dengan membedakan kelompok pria dan wanita. Penyusunan model didasarkan pada prinsip keseimbangan antara laju masuk dan laju keluar pada setiap kompartemen (Boyce & DiPrima, 2004).

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari laporan resmi Badan Narkotika Nasional (BNN) serta berbagai literatur akademik yang relevan. Analisis model meliputi penentuan titik kesetimbangan, analisis kestabilan lokal, serta simulasi numerik menggunakan perangkat lunak MATLAB untuk menggambarkan dinamika sistem (Perko, 2001).

Untuk memperjelas tahapan penelitian yang dilakukan, disajikan diagram alir (*flowchart*) yang menggambarkan langkah-langkah penelitian secara sistematis, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Flowchart Alur Penelitian

1.8 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini merupakan urutan atau gambaran susunan bab yang digunakan sebagai pedoman dalam penyusunan tugas akhir. Tujuan dari penyajian sistematika penulisan adalah agar penyusunan penelitian lebih terstruktur, jelas, dan mudah dipahami. Dengan adanya sistematika ini, penyampaian informasi dalam penelitian dapat tersaji secara runtut sehingga pembaca dapat memahami alur pemikiran penulis dengan lebih mudah. Secara umum, laporan tugas akhir ini terbagi menjadi tiga bagian utama, yaitu bagian awal, bagian utama, dan bagian penutup, yang dijelaskan sebagai berikut.

1. Bagian Awal

Bagian awal memuat seluruh komponen pendahuluan yang diperlukan untuk memberikan gambaran umum mengenai penelitian serta memenuhi persyaratan administratif. Bagian ini terdiri dari Sampul Depan, Halaman Judul, Lembar Pengesahan, Abstrak, Kata Pengantar, Daftar Isi, Daftar Tabel, Daftar Gambar, serta halaman pendukung lainnya seperti Motto dan Persembahan.

2. Bagian Utama

Bagian utama terdiri atas lima bab, yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini memperkenalkan topik penelitian dan mendefinisikan ruang lingkup penelitian. Pembahasan diawali dengan Latar Belakang Masalah yang menguraikan dasar pemilihan topik penelitian, kemudian diikuti dengan Batasan Masalah, Rumusan Masalah, dan Tujuan Penelitian. Selanjutnya dipaparkan Manfaat Penelitian, Tinjauan Pustaka, serta Metode Penelitian yang menjelaskan pendekatan pemodelan matematika deterministik, formulasi model SEIRPMHQ berbasis diferensiasi gender, analisis titik kesetimbangan dan kestabilan lokal, serta simulasi numerik menggunakan MATLAB.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini memuat dasar-dasar teoretis yang mendukung pengembangan dan analisis model matematika. Pembahasan diawali dengan konsep persamaan diferensial dan sistem dinamik, termasuk sistem persamaan diferensial biasa serta penentuan titik kesetimbangan. Selanjutnya dibahas matriks Jacobian, linearisasi sistem, kriteria kestabilan lokal, bilangan reproduksi dasar menggunakan metode *Next Generation Matrix (NGM)*, serta konsep kepositifan dan daerah invarian. Bab ini juga menguraikan konsep pemodelan matematika dan tinjauan mengenai penyalahgunaan narkoba serta pengaruh gender sebagai landasan konseptual pembentukan model.

BAB III PEMODELAN MATEMATIKA DAN ANALISISNYA

Bab ini menyajikan penerapan teori ke dalam model matematika yang dibangun. Pembahasan diawali dengan penetapan asumsi, variabel, dan parameter model yang merepresentasikan dinamika penyalahgunaan ganja dengan diferensiasi gender. Selanjutnya diformulasikan sistem persamaan diferensial berdasarkan model SEIR-PMHQ serta dianalisis sifat-sifat dasar model, meliputi keberadaan dan keunikan solusi, kepositifan, serta keterbatasan solusi. Analisis dilanjutkan dengan penentuan titik kesetimbangan bebas ganja (E_0) dan titik kesetimbangan terpapar ganja (E_1), analisis kestabilan menggunakan matriks Jacobian dan kriteria *Routh–Hurwitz*, serta penentuan bilangan reproduksi dasar menggunakan metode *Next Generation Matrix*.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN SIMULASI MATLAB

Bab ini menyajikan hasil simulasi numerik beserta pembahasan dan interpretasi terhadap dinamika model. Pembahasan diawali dengan penentuan nilai parameter dan kondisi awal serta verifikasi hasil analisis matematis, termasuk nilai bilangan reproduksi dasar dan kestabilan sistem. Selanjutnya dilakukan kajian pengaruh parameter terhadap dinamika populasi untuk menilai peran laju rehabilitasi dan faktor transisi antar kompartemen. Bab ini ditutup dengan simulasi numerik yang menampilkan dinamika populasi pria dan wanita serta interpretasi matematis dan implikasi kebijakan berdasarkan hasil simulasi.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dan saran. Bagian kesimpulan menyajikan jawaban atas seluruh rumusan masalah yang telah ditetapkan, sedangkan bagian saran memuat rekomendasi kebijakan berdasarkan hasil penelitian serta usulan pengembangan penelitian selanjutnya.

3. Bagian Akhir

Bagian akhir memuat Daftar Pustaka yang berisi seluruh referensi yang digunakan serta Lampiran yang mendukung kelengkapan tugas akhir.

BAB V

PENUTUP

Bab penutup ini akan diberikan kesimpulan dan saran-saran yang dapat diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

5.1 Kesimpulan

1. Penelitian ini berhasil membangun model matematika SEIRPMHQ berbentuk sistem persamaan diferensial biasa yang menggambarkan dinamika penyalahgunaan ganja pada subpopulasi pria dan wanita. Model terdiri atas delapan kompartemen, yaitu susceptible (S dan P), exposed (E dan M), active addicted (I dan H), serta rehabilitated (R dan Q).
2. Berdasarkan analisis matematis, model memiliki solusi yang eksis, unik, non-negatif, dan terbatas pada daerah invarian sehingga layak digunakan untuk menganalisis dinamika penyalahgunaan ganja dalam populasi.
3. Dengan menggunakan metode Next Generation Matrix (NGM), diperoleh bilangan reproduksi dasar model

$$R_0 = \frac{\beta_1 \sigma \alpha_1}{\mu(\alpha_1 + \mu)(\rho + \mu)}.$$

Bilangan reproduksi dasar tersebut digunakan sebagai parameter ambang untuk menentukan keberlangsungan penyalahgunaan ganja dalam sistem.

4. Model memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas ganja (E_0) dan titik kesetimbangan terpapar ganja (E_1). Hasil analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas ganja stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$, sedangkan jika $R_0 > 1$ maka titik kesetimbangan bebas ganja menjadi tidak stabil sehingga sistem cenderung menuju kondisi terpapar ganja.
5. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa pada kondisi $R_0 < 1$, populasi pengguna aktif menurun secara bertahap hingga mendekati nol sehingga sistem menuju kondisi bebas ganja.

6. Pada kondisi mendekati ambang ($R_0 \approx 1$), sistem menjadi sensitif terhadap perubahan parameter. Perubahan kecil pada parameter transmisi sosial maupun rehabilitasi dapat mengubah perilaku jangka panjang sistem.
7. Pada kondisi terpapar ganja diperoleh nilai $R_0 = 1,2115$. Hasil simulasi menunjukkan bahwa populasi pengguna aktif pria meningkat lebih cepat dan mencapai proporsi yang lebih tinggi dibandingkan populasi pengguna aktif wanita. Hal ini menunjukkan bahwa subpopulasi pria memiliki kontribusi yang lebih dominan terhadap dinamika penyalahgunaan ganja dalam sistem.
8. Hasil simulasi juga menunjukkan bahwa parameter laju transmisi sosial (β_1 dan β_2), laju perkembangan menuju kecanduan (α_1 dan α_2), serta laju kekambuhan (λ_r dan λ_q) berpengaruh terhadap dinamika penyalahgunaan ganja dan keberlangsungan perilaku adiktif dalam populasi.
9. Secara keseluruhan, pengendalian penyalahgunaan ganja dapat dilakukan dengan menurunkan nilai bilangan reproduksi dasar hingga kurang dari satu melalui pengurangan pengaruh sosial, peningkatan efektivitas rehabilitasi, serta pengendalian kekambuhan setelah rehabilitasi.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, beberapa saran yang dapat diberikan adalah sebagai berikut:

1. Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan model dengan menambahkan kontrol optimal untuk menentukan strategi pencegahan dan rehabilitasi yang paling efektif.
2. Penelitian selanjutnya dapat memasukkan faktor lain, seperti kelompok usia, tingkat pendidikan, atau lingkungan sosial, sehingga model menjadi lebih realistis.
3. Perlu dilakukan analisis sensitivitas parameter untuk mengetahui parameter yang paling berpengaruh terhadap dinamika penyalahgunaan ganja dan nilai R_0 .

DAFTAR PUSTAKA

- Arifin, Z. A. (2012). *Persamaan Diferensial*. Jakarta: Erlangga.
- Badan Narkotika Nasional (2023). Survei nasional penyalahgunaan narkoba tahun 2023. Laporan Resmi BNN.
- Badan Narkotika Nasional (2024). Indeks ketahanan keluarga dan p4gn tahun 2024. Laporan Resmi BNN.
- Badan Narkotika Nasional (2025). Data kasus narkoba triwulan ii tahun 2025. Laporan Resmi BNN.
- Badan Pusat Statistik (2026). Hasil survei penduduk antar sensus (supas 2025). Berita Resmi Statistik No. 51/05/Th. XXIX.
- Boyce, W. E. & DiPrima, R. C. (2004). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. New York: John Wiley & Sons.
- Boyce, W. E. & DiPrima, R. C. (2017). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 10 edition.
- Brauer, F. & Castillo-Chavez, C. (2012). *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. New York: Springer, 2 edition.
- Brauer, F., van den Driessche, P., & Wu, J., Eds. (2008). *Mathematical Epidemiology*, volume 1945 of *Lecture Notes in Mathematics*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Burden, R. L. & Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis*. Brooks/Cole, 9 edition.
- Diekmann, O., Heesterbeek, J. A. P., & Roberts, M. G. (2010). The construction of next-generation matrices for compartmental epidemic models. *Journal of the Royal Society Interface*.
- Ejinkonye, I. O. & Omokoh, E. S. (2025). Mathematical modeling of the effects of hard drug abuse on young girls aged 15–20 years. *Mathematical Modelling and Applications*.

- Fadhilah, J. & Maulana, D. A. (2022). Model dinamika kecanduan rokok pada pria dan wanita. *Jurnal Matematika dan Aplikasi*.
- Giordano, F. R., Weir, M. D., & Fox, W. P. (2014). *A First Course in Mathematical Modeling*. Boston: Cengage Learning, 5 edition.
- Hale, J. K. & Kocak, H. (1991). *Dynamics and Bifurcations*. Springer.
- Hethcote, H. W. (2000). *The Mathematics of Infectious Diseases*. SIAM Review.
- Hirsch, M. W., Smale, S., & Devaney, R. L. (2013). *Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos*. Academic Press.
- Islam, M. A. I. & Biswas, M. H. A. (2020). Optimal control strategy applied to dynamic model of drug abuse incident for reducing its adverse effects. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*.
- Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall.
- Mardani (2008). *Penyalahgunaan Narkoba dalam Perspektif Hukum Islam dan Hukum Positif*. Jakarta: RajaGrafindo Persada.
- Muzingili, T. & Taruvinga, R. (2025). Gender as a predictor of relapse risk after adolescent drug rehabilitation in zimbabwe. *African Journal of Drug and Alcohol Studies*.
- Perko, L. (2001). *Differential Equations and Dynamical Systems*. New York: Springer.
- Suharyono & Rosnawati, R. (2020). Pemodelan matematis dan model matematis dalam pembelajaran. *Jurnal Pendidikan Matematika*.
- Teschl, G. (2004). *Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems*. American Mathematical Society.
- Ullah, A., Sakidin, H., Gul, S., Shah, K., Hamed, Y., & Abdeljawad, T. (2024). Mathematical model with sensitivity analysis and control strategies for marijuana consumption. *Results in Physics*.
- van den Driessche, P. & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*.

- Virdaus, A. (2018). Penyalahgunaan narkoba/narkotika terhadap perilaku keagamaan remaja (studi kasus di desa way urang, padang cermin, pesawaran). Undergraduate thesis, Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung. Skripsi.
- White, E. & Comiskey, C. (2007). Heroin epidemics, treatment and ode modelling. *Mathematical Biosciences*, 208(1), 312–324.
- Widowati & Sutimin (2007). *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Wiggins, S. (2003). *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. New York: Springer, 2 edition.
- Yaseen, L., Zanib, S. A., Abbas, N., & Shatanawi, W. (2025). Modeling the spread and control of drug addiction: A mathematical and sensitivity analysis approach. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 18(4), 6711.
- Zahreddine, Z. (2003). On the interlacing property and the routh-hurwitz criterion. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2003(12), 727–737.

