

**SKRIPSI**

**STRUKTUR DAN KONEKTIVITAS GRAF *NON-COPRIME*  
PADA GRUP DIHEDRAL  $D_{2n}$**



**WINDA CAHYA DWI WAHYUNI**  
**22106010046**  
STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
**SUNAN KALIJAGA**  
YOGYAKARTA

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**  
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA**  
**YOGYAKARTA**

**2026**

**STRUKTUR DAN KONEKTIVITAS GRAF *NON-COPRIME*  
PADA GRUP DIHEDRAL  $D_{2n}$**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan  
mencapai derajat Sarjana S-1  
Program Studi Matematika



diajukan oleh

**WINDA CAHYA DWI WAHYUNI**

**22106010046**

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
**SUNAN KALIJAGA**  
YOGYAKARTA

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

2026



## SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Winda Cahya Dwi Wahyuni  
NIM : 22106010046  
Judul Skripsi : Struktur dan Konektivitas Graf *Non-Coprime* pada Grup Dihedral  $D_{2n}$

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 18 Mei 2026

Pembimbing

Arif Munandar, M.Sc.

NIP. 19920721 201903 1 013



## PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1178/Un.02/DST/PP.00.9/06/2026

Tugas Akhir dengan judul : Struktur dan Konektivitas Graf Non-Coprime pada Grup Dihedral  $D_{2n}$

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : WINDA CAHYA DWI WAHYUNI  
Nomor Induk Mahasiswa : 22106010046  
Telah diujikan pada : Jumat, 22 Mei 2026  
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

### TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Arif Munandar, M.Sc.

SIGNED

Valid ID: 6a1e7b0d691b9



Penguji I

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.

SIGNED

Valid ID: 6a1ff3360db6b



Penguji II

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.

SIGNED

Valid ID: 6a18bf767e8a



Yogyakarta, 22 Mei 2026

UIN Sunan Kalijaga

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.

SIGNED

Valid ID: 6a2131fd136aa

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Winda Cahya Dwi Wahyuni  
NIM : 22106010046  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 19 Mei 2026



Winda Cahya Dwi Wahyuni

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
**SUNAN KALIJAGA**  
YOGYAKARTA

## HALAMAN PERSEMBAHAN



Skripsi ini Penulis persembahkan untuk diri sendiri,  
keluarga, dan almamater Universitas Islam Negeri Sunan

Kalijaga

## HALAMAN MOTTO



*“Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan.”*

— Q.S. Al-Insyirah: 6

*“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.”*

— Q.S. Al-Baqarah: 286

*“Kesetiaan pada prinsip dan keberanian untuk bermimpi adalah kunci masa depan.”*

— B. J. Habibie

*”Sungguh indah menjadi dirimu setelah semua yang kamu lalui di dunia ini”*

— Bianca Sparacino

*”Bermimpilah setinggi Scopus. Jika kamu gagal, kamu akan jatuh di antara Sinta-Sinta. Jika masih gagal lagi, minimal di blogspot.”*

— Robit Ma’rufi Sabila

## PRAKATA

*Allhamdulillahirabbil' alamin*, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat, serta hidayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Struktur dan Konektivitas Graf *Non-Coprime* pada Grup Dihedral  $D_{2n}$ ". Penulisan skripsi ini diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai gelar Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini terdapat banyak hambatan dan halangan. Namun berkat adanya motivasi, bantuan, bimbingan, dan dorongan dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Allah Swt. yang senantiasa memberikan kesehatan, kekuatan, dan kemudahan kepada Penulis.
2. Orang Tua Tercinta, Ibu Suparmi dan Bapak Ketut Witana yang selalu menjadi sumber kekuatan terbesar dalam hidup penulis. Terima kasih atas segala doa, kasih sayang, pengorbanan, dukungan, dan kesabaran yang tidak pernah putus dalam setiap langkah penulis. Tidak ada kata yang mampu menggambarkan besarnya cinta dan perjuangan yang telah diberikan hingga penulis dapat sampai pada tahap ini.
3. Kakak tercinta, Putu Wandestra yang selalu memberikan dukungan, semangat, motivasi, dan perhatian kepada penulis selama proses penyusunan skripsi ini. Kehadiran dan dukungan yang diberikan menjadi salah satu kekuatan bagi penulis untuk terus bertahan dan menyelesaikan penelitian ini.

4. Kedua adik tersayang, Komang Widya dan Ketut Wilda yang selalu memberikan kebahagiaan, semangat, dan warna dalam setiap perjalanan penulis. Semoga segala doa, dukungan, dan kasih sayang yang diberikan menjadi kebaikan yang dibalas oleh Allah SWT dengan keberkahan dan kebahagiaan.
5. Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
6. Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika.
7. Noor Saif Muhammad Mussafi, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan kepada penulis selama menempuh pendidikan.
8. Arif Munandar, M.Sc., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.
9. Seluruh dosen dan staf Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan ilmu bermanfaat dan memberikan pelayanan administrasi akademik.
10. Dua sahabat tercinta, Irna dan Hesti yang telah menjadi bagian penting dalam perjalanan hidup penulis. Terima kasih karena selalu hadir sebagai sahabat sekaligus keluarga, yang senantiasa memberikan dukungan, mendengarkan keluh kesah, menemani dalam berbagai keadaan, serta menjadi tempat pulang di tengah lelahnya proses penyusunan skripsi ini.
11. Sahabat “INFO BMKG” , Naya, Della, Dinda yang telah memberikan dukungan, kebersamaan, cerita, serta semangat kepada penulis sejak awal masa

perkuliahan hingga tahap akhir penyusunan skripsi ini. Terima kasih atas segala kenangan, canda tawa, dan kebersamaan yang telah menjadi bagian berharga dalam perjalanan penulis.

12. Keluarga "KKN GROSONG", alin, ama, shilpi, meri, izzaa, khaizaa, maritjaa, ucup, royy, haidar, nizam yang telah menjadi bagian berharga dalam perjalanan penulis. Terima kasih atas kebersamaan, dukungan, cerita, tawa, dan kenangan mengesankan yang telah tercipta selama masa KKN. Kehadiran kalian bukan hanya sebagai teman seperjuangan, tetapi juga sebagai sahabat penyuku yang memberikan banyak pelajaran, kehangatan, dan pengalaman yang tidak akan terlupakan.
13. Teman-teman IMM yang telah kebersamai dan menjadi bagian dari perjalanan penulis selama masa perkuliahan. Terima kasih atas kebersamaan, canda tawa, suka duka, serta berbagai cerita dan kenangan berharga yang telah diukir bersama. Semoga kalian senantiasa diberikan kesehatan, kebahagiaan, dan kesuksesan dalam setiap langkah kehidupan, serta tali silaturahmi di antara kita tetap terjaga hingga akhir hayat.
14. Terakhir, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada diri sendiri yang telah mampu bertahan, berjuang, dan tidak menyerah hingga sampai pada titik ini. Terima kasih karena tetap kuat melewati berbagai proses, keraguan, kelelahan, dan tantangan selama penyusunan skripsi ini. Semoga segala usaha dan perjuangan yang telah dilalui menjadi langkah awal untuk perjalanan yang lebih baik di masa depan.
15. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan yang secara langsung maupun tidak langsung membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua yang membacanya. Penulis juga berharap kritik dan saran yang membangun.

Yogyakarta, 20 Mei 2026

Penulis



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR</b> .....	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN</b> .....	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	<b>v</b>
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	<b>vi</b>
<b>PRAKATA</b> .....	<b>vii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>xi</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xv</b>
<b>DAFTAR LAMBANG</b> .....	<b>xvii</b>
<b>INTISARI</b> .....	<b>xix</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>xx</b>
<b>I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang Masalah .....	1
1.2. Batasan Masalah .....	3
1.3. Rumusan Masalah .....	4
1.4. Tujuan Penelitian .....	4
1.5. Manfaat Penelitian .....	5
1.6. Tinjauan Pustaka .....	5
1.7. Metode Penelitian .....	7
1.8. Sistematika Penulisan .....	9
<b>II DASAR TEORI</b> .....	<b>10</b>

2.1. Graf	10
2.1.1. Subgraf	12
2.1.2. Derajat Vertek	13
2.1.3. Graf Lengkap	14
2.1.4. Graf Terhubung	17
2.1.5. Eulerian Graf	19
2.1.6. Hamiltonian Graf	22
2.1.7. Planaritas Graf	23
2.1.8. Klik ( <i>clique</i> )	27
2.1.9. Pewarnaan Verteks	28
2.1.10. Bilangan Independen	31
2.1.11. Bilangan Penutup Klik ( <i>Clique Covering Number</i> )	33
2.2. Grup	36
2.2.1. Grup Dihedral ( $D_{2n}$ )	39
2.3. Graf <i>Non-Coprime</i>	49
<b>III HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>51</b>
3.1. Struktur Graf <i>Non-Coprime</i> atas Grup Dihedral $D_{2n}$ Dengan $n$ Ganjil	51
3.1.1. Bilangan Klik dan Bilangan Kromatik	51
3.1.2. Bilangan Penutup Klik dan Bilangan Independen	56
3.2. Struktur Graf <i>Non-Coprime</i> atas Grup Dihedral $D_{2n}$ Dengan $n$ Genap	59
3.2.1. Bilangan Klik dan Bilangan Kromatik	59
3.2.2. Bilangan Penutup Klik dan Bilangan Independen	63
3.3. Konektivitas Pada Graf <i>Non-Coprime</i> atas Grup Dihedral $D_{2n}$	83
3.3.1. Eulerian Graf <i>Non-Coprime</i> Atas Grup Dihedral $D_{2n}$ dengan $n = 2^k$ dan $n = 2^k q$	84

3.3.2. Hamiltonian Graf <i>Non-Coprime</i> Atas Grup Dihedral $D_{2n}$	
dengan $n = 2^k$ dan $n = 2^k q$ . . . . .	90
3.3.3. Planaritas Graf <i>Non-Coprime</i> Atas Grup Dihedral $D_{2n}$ . . . . .	93
<b>IV PENUTUP</b> . . . . .	<b>101</b>
4.1. Kesimpulan . . . . .	101
4.2. Saran . . . . .	102
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> . . . . .	<b>103</b>
<b>Curriculum Vitae</b> . . . . .	<b>107</b>



## DAFTAR TABEL

1.1 Tinjauan Pustaka . . . . .	6
2.1 Derajat vertek pada graf $G$ . . . . .	14
2.2 Orde elemen-elemen pada grup siklik $\mathbb{Z}_{12}$ . . . . .	50
3.1 Orde elemen-elemen pada grup dihedral $D_{14}$ . . . . .	52
3.2 Orde elemen-elemen pada grup dihedral $D_{16}$ . . . . .	60
3.3 Orde elemen-elemen pada grup dihedral $D_8$ . . . . .	63
3.4 Orde elemen-elemen pada grup dihedral $D_{24}$ . . . . .	66
3.5 Derajat setiap vertek pada grup dihedral $D_{24}$ . . . . .	87
3.6 Orde elemen-elemen pada grup dihedral $D_6$ . . . . .	95
3.7 Orde elemen-elemen pada grup dihedral $D_{10}$ . . . . .	97

## DAFTAR GAMBAR

1.1 Skema Metode Penelitian	8
2.1 Graf $G$	11
2.2 Graf $G, H_1, \text{ dan } H_2$	13
2.3 Graf $G$	14
2.4 Graf Lengkap $G \cong K_5$	15
2.5 Graf $G$	16
2.6 Graf $G_1$	17
2.7 Graf $G_2$	17
2.8 Graf $G$	18
2.9 Graf $G$	19
2.10 Lintasan Euler Graf $G$	20
2.11 Graf dengan 8 simpul	21
2.12 Graf lengkap $K_5$	23
2.13 Graf $K_{3,3}$	24
2.14 Graf $K_5$	25
2.15 Graf $G_1$	26
2.16 Graf $G_2$	26
2.17 Graf lengkap $K_1, K_2, K_3, \text{ dan } K_4$	28
2.18 Graf $G$	29
2.19 (a)	29
2.20 (b)	29
2.21 (c)	29

2.22 (d)	29
2.23 (e)	29
2.24 Graf $G$	31
2.25 Graf $G$	32
2.26 Graf $C_7$	35
2.27 Poligon beraturan untuk $n = 3, 4, 5, 6$ .	42
2.28 Pengaruh $g \in D_{2n}$ terhadap titik $A$ dan $B$	43
2.29 Garis refleksi untuk poligon $n = 3, 4, 5, 6$ .	45
2.30 Titik sudut $A$ saling <i>adjacent</i> dengan titik sudut $B$ dan $B'$	48
2.31 Graf non-coprime pada $\mathbb{Z}_{12}$	50
3.1 Graf <i>non-coprime</i> dari grup dihedral $D_{14}$ ( $n = 7$ ).	52
3.2 Subgraf lengkap <i>non-coprime</i> dari grup dihedral $D_{14}$ ( $n = 7$ ).	53
3.3 Graf non-coprime grup dihedral $D_{16}$ ( $n = 8$ )	60
3.4 Graf <i>non-coprime</i> dari grup dihedral $D_8$ ( $n = 4$ ).	64
3.5 Graf <i>non-coprime</i> $\Gamma(D_{24})$	66
3.6 Subgraf lengkap <i>non-coprime</i> grup dihedral $D_{24}$	67
3.7 Graf lengkap <i>non-coprime</i> $K_2$ dan $K_{21}$	70
3.8 Graf <i>non-coprime</i> atas grup dihedral $D_4$	94
3.9 Graf <i>Non-coprime</i> $D_6$	95
3.10 Graf <i>non-coprime</i> atas grup dihedral $D_{10}$	97

## DAFTAR LAMBANG

$x \in A$	: $x$ anggota $A$
$ A $	: kardinalitas himpunan $A$ , banyaknya anggota dalam himpunan $A$
$A \subset B$	: $A$ himpunan bagian ( <i>subset</i> ) dari himpunan $B$
$A \subseteq B$	: $A$ himpunan bagian ( <i>subset</i> ) atau sama dengan $B$
$A \cong B$	: $A$ isomorfik dengan $B$
$\bigcup_{i=1}^n A_i$	: menyatakan gabungan seluruh himpunan $A_i$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$
$\mathbb{N}$	: himpunan semua bilangan asli
$\mathbb{Z}$	: himpunan semua bilangan bulat
$\mathbb{Z}^+$	: himpunan semua bilangan bulat positif
$\deg(v_i)$	: derajat vertek $v_i$
$K_n$	: graf lengkap dengan $n$ vertek
$K_{m,n}$	: graf bipartit lengkap dengan $m$ dan $n$ vertek
$\text{diam}(G)$	: diameter graf $G$
$\delta(G)$	: derajat minimum pada graf $G$
$\omega(G)$	: bilangan klik pada graf $G$
$\chi(G)$	: bilangan kromatik pada graf $G$
$\alpha(G)$	: bilangan independen pada graf $G$
$\theta(G)$	: bilangan penutup klik pada graf $G$
$\circ(a)$	: order elemen $a$

- $\Gamma(G)$  : graf *non-coprime* pada suatu grup hingga  $G$
- : akhir suatu bukti
- : akhir suatu contoh
- : menuju



## INTISARI

### STRUKTUR DAN KONEKTIVITAS GRAF *NON-COPRIME* PADA GRUP

#### DIHEDRAL $D_{2n}$

Oleh

Winda Cahya Dwi Wahyuni

22106010046

Graf *non-coprime*  $\Gamma(G)$  dari suatu grup hingga  $G$  adalah graf dengan himpunan vertek  $G \setminus \{e\}$ , dan dua vertek berbeda  $u$  dan  $v$  saling *adjacent* jika dan hanya jika  $\text{FPB}(\circ(u), \circ(v)) \neq 1$ . Penelitian ini membahas graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  secara khusus mengkaji pola struktur graf yang terbentuk meliputi, bilangan klik, bilangan kromatik, bilangan independen, bilangan penutup, serta konektivitasnya secara khusus meliputi, sifat Eulerian, Hamiltonian, dan planaritas. Penelitian ini diawali dengan studi literatur mengenai teori graf dan teori grup, kemudian dilanjutkan dengan identifikasi pola struktur dan konektivitas graf *non-coprime* yang dibangun dari grup dihedral  $D_{2n}$ . Hasil penelitian menunjukkan bahwa struktur dan sifat graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  sangat dipengaruhi oleh bentuk faktorisasi nilai  $n$ . Untuk setiap nilai  $n$  ganjil maupun  $n$  genap, diperoleh bahwa bilangan klik graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  sama dengan bilangan kromatiknya. Selain itu, bilangan independen graf tersebut juga sama dengan bilangan penutup kliknya. Untuk  $n$  ganjil, graf yang terbentuk tidak terhubung sehingga tidak bersifat Eulerian maupun Hamiltonian. Selanjutnya, untuk  $n = 2^k$  dan  $n = 2^k q$  dengan  $q$  bilangan prima ganjil, graf yang terbentuk bersifat Hamiltonian dan semi-Eulerian jika dan hanya jika  $q = 3$ . Selain itu, diperoleh bahwa graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  bersifat planar jika dan hanya jika  $n = 2$  dan  $n = 3$ .

**Kata kunci** : klik, Eulerian, graf *non-coprime*, grup dihedral, Hamiltonian, Planaritas

## ABSTRACT

### STRUCTURE AND CONNECTIVITY OF THE *NON-COPRIME* GRAPH

#### ON THE DIHEDRAL GROUP $D_{2n}$

By

Winda Cahya Dwi Wahyuni

22106010046

The *non-coprime graph*  $\Gamma(G)$  of a finite group  $G$  is a graph with vertex set  $G \setminus \{e\}$ , where two distinct vertices  $u$  and  $v$  are adjacent if and only if  $\gcd(o(u), o(v)) \neq 1$ . This study investigates the *non-coprime graph* of the dihedral group  $D_{2n}$ , focusing on the structural patterns of the resulting graph, including its clique number, chromatic number, independence number, and clique covering number, as well as its connectivity properties, namely Eulerianity, Hamiltonicity, and planarity. The research begins with a literature review on graph theory and group theory, followed by the identification of structural and connectivity patterns of the *non-coprime graph* constructed from the dihedral group  $D_{2n}$ . The results show that the structure and properties of the *non-coprime graph* of  $D_{2n}$  are strongly influenced by the factorization of  $n$ . For every odd and even value of  $n$ , the clique number of the *non-coprime graph* of  $D_{2n}$  is equal to its chromatic number. Moreover, the independence number of the graph is equal to its clique covering number. For odd  $n$ , the resulting graph is disconnected and hence neither Eulerian nor Hamiltonian. Furthermore, for  $n = 2^k$  and  $n = 2^k q$ , where  $q$  is an odd prime, the graph is Hamiltonian and semi-Eulerian if and only if  $q = 3$ . In addition, the *non-coprime graph* of the dihedral group  $D_{2n}$  is planar if and only if  $n = 2$  or  $n = 3$ .

**Keywords:** clique, dihedral group, Eulerian, Hamiltonian, *non-coprime graph*, planarity.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Teori graf merupakan salah satu cabang matematika yang digunakan untuk merepresentasikan hubungan antar objek dalam bentuk vertek (simpul) dan *edge* (sisi). Konsep ini banyak digunakan untuk menyederhanakan permasalahan yang kompleks menjadi suatu model yang lebih mudah dianalisis, terutama dalam mengkaji struktur dan konektivitas suatu sistem. Seiring perkembangannya, teori graf juga dimanfaatkan sebagai representasi dari grup, sehingga konsep-konsep dalam teori grup yang bersifat abstrak dapat dipahami secara lebih mendalam dan mudah divisualisasikan.

Salah satu bentuk representasi grup dalam graf yang telah dikembangkan adalah graf *non-coprime*. Graf *non-coprime* merupakan salah satu konsep dalam teori graf yang diperkenalkan oleh Mansoori et al. (2016). Konsep ini dikembangkan sebagai bentuk representasi struktur tertentu dalam teori grup melalui pendekatan graf. Graf *non-coprime* adalah graf dari suatu grup hingga dengan vertek-vertik berupa semua elemen grup tersebut tanpa elemen identitas, dan dua vertek berbeda saling *adjacent* jika dan hanya jika orde keduanya tidak saling prima (Mansoori et al., 2016). Graf ini menjadi menarik untuk dikaji karena struktur yang terbentuk sangat dipengaruhi oleh sifat-sifat grup yang mendasarinya.

Penelitian mengenai graf *non-coprime* pada grup hingga telah dilakukan oleh (Aghababaei-Beni & Jafarzadeh, 2022), yang mengkaji sifat-sifat dan struk-

tur graf tersebut secara umum pada berbagai jenis grup hingga. Selain itu, kajian yang lebih spesifik pada grup dihedral juga telah dilakukan, misalnya oleh (Misuki et al., 2021) yang meneliti graf *non-coprime* pada grup dihedral  $D_{2n}$  ketika  $n$  merupakan pangkat prima, serta oleh (Aulia et al., 2023) yang mengkaji bentuk dan partisi graf *non-coprime* pada grup dihedral untuk beberapa kasus bilangan komposit. Hasil-hasil tersebut menunjukkan bahwa struktur graf *non-coprime* pada grup dihedral memiliki pola tertentu, seperti berbentuk graf lengkap atau gabungan beberapa subgraf lengkap.

Namun demikian, penelitian-penelitian tersebut masih memiliki keterbatasan. Penelitian oleh (Aghababaei-Beni & Jafarzadeh, 2022) belum secara khusus mengkaji struktur graf *non-coprime* pada grup dihedral, sedangkan (Misuki et al., 2021) hanya terbatas pada kasus ketika  $n$  merupakan pangkat prima. Di sisi lain, (Aulia et al., 2023) telah mengembangkan hasil yang lebih umum, tetapi kajiannya masih berfokus pada deskripsi bentuk graf dan belum secara mendalam membahas aspek konektivitas serta karakteristik struktur graf secara lebih komprehensif untuk berbagai nilai  $n$ .

Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk melengkapi dan memperluas hasil-hasil sebelumnya terkait graf *non-coprime* pada grup dihedral  $D_{2n}$ . Penelitian terdahulu umumnya masih terbatas pada nilai-nilai  $n$  tertentu serta belum memberikan gambaran menyeluruh untuk semua kemungkinan struktur grup dihedral. Selain itu, kajian yang dilakukan cenderung hanya berfokus pada beberapa parameter graf seperti bilangan klik, bilangan kromatik, bilangan independen, bilangan penutup klik, dan diameter pada kasus-kasus khusus, seperti bilangan prima, pangkat prima, atau bilangan komposit tertentu.

Oleh sebab itu, penelitian ini difokuskan pada analisis struktur graf *non-*

*coprime* pada grup dihedral  $D_{2n}$  untuk seluruh nilai  $n$ , baik ganjil maupun genap, dengan mempertimbangkan bentuk umum  $n = 2^k q_1^{k_1} q_2^{k_2} \cdots q_r^{k_r}$ , dengan  $q_1, \dots, q_r$  adalah bilangan prima ganjil dan  $k_i$  adalah bilangan non-negatif dengan  $k \geq 1$ . Pembatasan ini dipilih agar kajian dapat dilakukan secara sistematis dan mencakup berbagai kemungkinan struktur orde grup. Parameter yang dikaji dibatasi pada bilangan klik, bilangan kromatik, bilangan independen, bilangan penutup klik, dan diameter karena parameter-parameter tersebut merepresentasikan karakteristik utama dari struktur graf. Selain itu, kajian konektivitas difokuskan pada sifat Eulerian, Hamiltonian, dan planaritas pada kondisi tertentu guna memberikan analisis yang lebih terarah dan mendalam.

Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat memberikan deskripsi yang lebih lengkap dan terstruktur mengenai sifat-sifat graf *non-coprime* pada grup dihedral  $D_{2n}$ , sekaligus mengisi kekosongan yang belum dibahas secara komprehensif dalam penelitian sebelumnya.

## 1.2. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah kajian terhadap graf *non-coprime* pada grup dihedral  $D_{2n}$ . Kajian difokuskan pada pola struktur graf yang meliputi bilangan klik, bilangan independen, bilangan kromatik, dan bilangan penutup klik. Analisis dilakukan untuk seluruh nilai  $n$  ganjil dan nilai  $n$  genap. Khusus untuk bentuk  $n = 2^{k_0} q_1^{k_1} q_2^{k_2} \cdots q_r^{k_r}$ , dengan  $q_1, \dots, q_r$  adalah bilangan prima ganjil dan  $k_i$  adalah bilangan non-negatif dengan  $k \geq 1$ , kajian juga mencakup penentuan diameter graf. Selain itu, kajian konektivitas graf dibatasi pada sifat Eulerian dan Hamiltonian untuk  $n = 2^k$  dan  $n = 2^k q$  dengan  $k \in \mathbb{N}$  dan  $q$  bilangan prima ganjil, serta sifat Planaritas.

### 1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan di atas, kemudian dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana pola struktur graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  dengan  $n$  ganjil?
2. Bagaimana pola struktur graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  dengan  $n$  genap?
3. Bagaimana pola konektivitas pada graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  meliputi sifat Eulerian dan Hamiltonian untuk  $n = 2^k$  dan  $n = 2^k q$ , serta sifat Planaritas?

### 1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penulis dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi pola struktur graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  dengan  $n$  ganjil.
2. Mengidentifikasi pola struktur graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  dengan  $n$  genap.
3. Mengidentifikasi pola konektivitas pada graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  meliputi sifat Eulerian dan Hamiltonian untuk  $n = 2^k$  dan  $n = 2^k q$ , serta sifat Planaritas.

### 1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan pemahaman tentang pola struktur graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  dengan  $n$  ganjil.
2. Memberikan pemahaman tentang pola struktur graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  dengan  $n$  genap.
3. Memberikan pemahaman tentang pola konektivitas pada graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  meliputi sifat Eulerian dan Hamiltonian untuk  $n = 2^k$  dan  $n = 2^k q$ , serta sifat Planaritas.

### 1.6. Tinjauan Pustaka

Penelitian mengenai graf *non-coprime* pada grup hingga, khususnya grup dihedral, telah banyak dilakukan dengan berbagai pendekatan. Oleh karena itu, penulis mengkaji beberapa penelitian terdahulu yang relevan untuk mengetahui perkembangan serta celah penelitian yang ada. Ringkasan penelitian tersebut disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No	Peneliti (Tahun)	Judul Penelitian	Hasil / Pembahasan
1	Aghababaei-Beni & Jafarzadeh (2022)	<i>The Non-Coprime Graph of Finite Groups</i>	Mengkaji sifat-sifat struktur dan konektivitas graf <i>non-coprime</i> pada grup hingga, termasuk grup dihedral.
2	Aulia et al. (2023)	<i>The Structures of Non-Coprime Graph for Finite Groups from Dihedral Groups with Regular Composite Orders</i>	Mengkaji bentuk umum graf <i>non-coprime</i> pada grup dihedral serta menunjukkan bahwa graf dapat dipartisi menjadi beberapa subgraf lengkap berdasarkan faktorisasi nilai $n$ .
3	Misuki et al. (2021)	<i>Some Results of Non-Coprime Graph of The Dihedral Group <math>D_{2n}</math> for <math>n</math> a Prime Power</i>	Mengkaji graf <i>non-coprime</i> pada grup dihedral $D_{2n}$ dengan $n$ merupakan pangkat prima.

Berdasarkan Tabel 1.1, dapat diketahui bahwa penelitian mengenai graf *non-coprime* pada grup hingga telah banyak dilakukan, khususnya pada grup dihedral. Secara umum, penelitian-penelitian tersebut memiliki persamaan dalam hal objek kajian, yaitu struktur graf *non-coprime* yang dibangun dari elemen-elemen grup berdasarkan relasi faktor persekutuan terbesar dari ordenya.

Namun demikian, terdapat perbedaan pada fokus kajian masing-masing pe-

nelitian. Pertama, penelitian oleh (Aghababaei-Beni & Jafarzadeh, 2022) membahas sifat-sifat umum graf *non-coprime* pada grup hingga. Hasil penelitian tersebut masih bersifat umum dan belum mengkaji secara spesifik struktur graf pada jenis grup tertentu. Berbeda dengan penelitian tersebut, penelitian ini secara khusus memfokuskan pada graf *non-coprime* pada grup dihedral  $D_{2n}$ , serta mengidentifikasi struktur dan konektivitas graf yang terbentuk. Kedua, penelitian oleh (Aulia et al., 2023) lebih menitikberatkan pada struktur graf *non-coprime* pada grup dihedral dengan orde komposit tertentu. Meskipun telah mengarah pada objek yang lebih spesifik, kajian tersebut masih terbatas pada kondisi atau parameter tertentu. Sementara itu, penelitian ini tidak membatasi pada orde tertentu saja, melainkan mengkaji grup dihedral  $D_{2n}$  untuk nilai  $n$  yang lebih umum, sehingga menghasilkan karakterisasi yang lebih luas. Ketiga, penelitian oleh (Misuki et al., 2021) secara khusus meneliti graf *non-coprime* pada grup dihedral  $D_{2n}$  dengan  $n$  berupa pangkat prima. Dengan demikian, hasil yang diperoleh hanya berlaku pada kasus khusus tersebut. Adapun penelitian ini memperluas kajian dengan tidak membatasi nilai  $n$  pada bilangan prima, sehingga dapat mengidentifikasi struktur dan konektivitas graf *non-coprime* untuk kasus yang lebih umum.

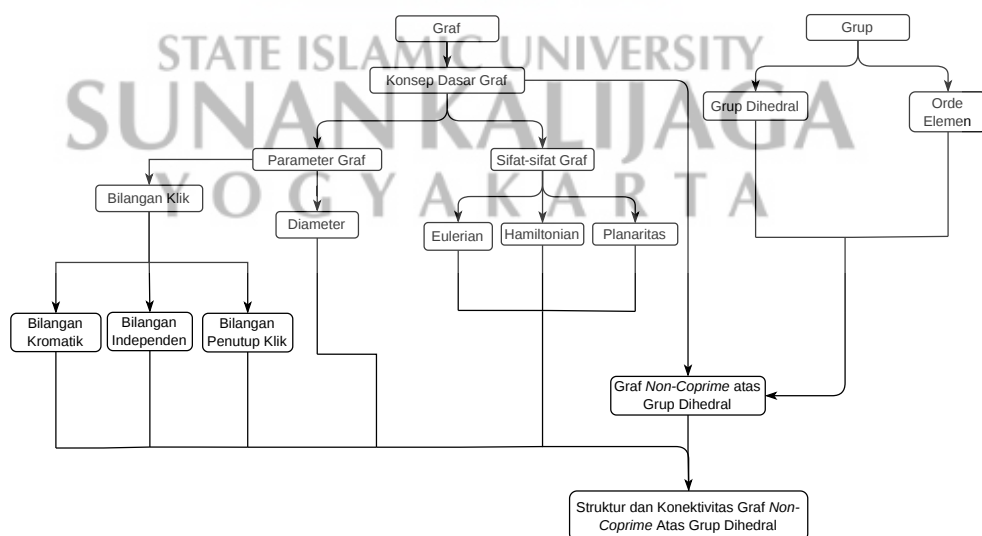
Berdasarkan perbedaan tersebut, terlihat bahwa kajian mengenai graf *non-coprime* pada grup dihedral masih memiliki ruang untuk dikembangkan. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk melengkapi dan memperluas hasil-hasil penelitian sebelumnya dengan fokus pada mengidentifikasi pola struktur dan konektivitas pada graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  untuk nilai  $n$  yang lebih umum.

### 1.7. Metode Penelitian

Dalam penelitian ini penulis menggunakan metode studi literatur. Studi literatur diambil dari buku-buku referensi, jurnal-jurnal terkait topik penelitian yaitu;

konsep dasar graf *non-coprime*, teori grup, dan grup dihedral  $D_{2n}$ , serta konektivitas pada graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$ . Langkah-langkah yang dilakukan dalam penulisan ini adalah:

1. Membahas konsep dasar teori graf yang meliputi definisi graf, derajat vertek, lintasan, sirkuit, subgraf, serta beberapa konsep dasar lainnya yang digunakan dalam penelitian. Selain itu, dibahas pula konsep dasar teori grup, khususnya grup dihedral  $D_{2n}$ , meliputi definisi, operasi grup, elemen-elemen grup, dan sifat-sifat yang dimiliki grup dihedral  $D_{2n}$ .
2. Membahas konsep dasar graf *non-coprime*, meliputi definisi graf *non-coprime*, pembentukan graf *non-coprime* pada suatu grup.
3. Menentukan dan menganalisis beberapa sifat pada graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  untuk nilai  $n$  tertentu, meliputi bilangan klik, bilangan kromatik, bilangan independen, bilangan penutup klik, diameter graf, serta sifat Eulerian, Hamiltonian, dan planaritas graf.



**Gambar 1.1 Skema Metode Penelitian**

### 1.8. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini terbagi menjadi terbagi menjadi empat bab, yaitu sebagai berikut:

- BAB 1** : Bab ini merupakan pendahuluan yang memuat latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian, serta sistematika penulisan.
- BAB 2** : Bab ini memaparkan dasar-dasar graf, konsep dasar teori grup, serta asal-usul dan struktur grup dihedral. Selain itu, pada bab ini juga diuraikan definisi graf *non-coprime* yang menjadi objek utama dalam penelitian ini.
- BAB 3** : Bab ini menguraikan pola struktur dan konektivitas graf *non-coprime* pada grup dihedral  $D_{2n}$ , yang meliputi bilangan klik, bilangan kromatik, bilangan independen, bilangan penutup klik, serta sifat Eulerian, Hamiltonian, dan Planaritas untuk nilai  $n$  tertentu
- BAB 4** : Bab ini menyajikan kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian serta saran yang diajukan penulis untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan mengenai graf *non-coprime* pada grup dihedral  $D_{2n}$ , diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Untuk kasus  $n$  ganjil, graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  memiliki struktur yang teratur, sehingga diperoleh bahwa bilangan klik dan bilangan kromatik bernilai sama, yaitu  $\omega(\Gamma_{D_{2n}}) = \chi(\Gamma_{D_{2n}}) = n$ . Selain itu, bilangan independen juga bernilai sama dengan bilangan penutup klik, yaitu  $\alpha(\Gamma_{D_{2n}}) = \theta(\Gamma_{D_{2n}})$ . Hasil tersebut menunjukkan adanya keterkaitan antar-parameter graf pada graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  untuk  $n$  ganjil.
2. Untuk kasus  $n$  genap, graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  memiliki struktur yang dipengaruhi oleh faktorisasi prima dari  $n$ . Pada kasus ini, graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  memiliki beberapa sifat sebagai berikut:
  - Jika  $n = 2^k$ , dengan  $k \geq 2$ , maka graf yang terbentuk merupakan graf lengkap  $K_{2n-1}$  sehingga diperoleh

$$\omega(\Gamma(D_{2n})) = \chi(\Gamma(D_{2n})) = 2n - 1, \quad \alpha(\Gamma(D_{2n})) = \theta(\Gamma(D_{2n})) = 1.$$

- Jika  $n = 2^k q$ , dengan  $q$  bilangan ganjil dan  $q \geq 3$ , diperoleh bahwa

$$\omega(\Gamma_{D_{2n}}) = \chi(\Gamma_{D_{2n}}) = n + (n - q) \quad \text{dan} \quad \alpha(\Gamma_{D_{2n}}) = \theta(\Gamma_{D_{2n}}) = 2.$$

- Secara umum, untuk  $n = 2^{k_0} q_1^{k_1} q_2^{k_2} \dots q_r^{k_r}$  diperoleh bahwa,

$$\omega(\Gamma(D_{2n})) = \chi(\Gamma(D_{2n})) = n + \frac{n(2^{k_0} - 1)}{2^{k_0}},$$

dan

$$\alpha(\Gamma(D_{2n})) = \theta(\Gamma(D_{2n})) = r + 1.$$

- Graf non-coprime atas  $D_{2n}$  bersifat terhubung dengan  $\text{diam}(\Gamma(D_{2n})) \leq 2$ .
3. Pola konektivitas graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  sangat dipengaruhi oleh bentuk faktorisasi  $n$ , yang menentukan keterhubungan graf serta sifat Eulerian, Hamiltonian, dan planaritasnya. Untuk  $n$  ganjil, graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  tidak terhubung, sehingga tidak bersifat Eulerian maupun Hamiltonian. Sementara itu, untuk  $n = 2^k$ , graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  bersifat terhubung, Eulerian, dan Hamiltonian. Selanjutnya, untuk  $n = 2^k q$ , dengan  $q$  bilangan prima ganjil, graf tersebut bersifat Hamiltonian dan semi-Eulerian jika dan hanya jika  $q = 3$ . Selain itu, graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  bersifat planar hanya pada kasus  $n = 2$  atau  $n = 3$ .

#### 4.2. Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, penelitian mengenai graf *non-coprime* atas grup dihedral  $D_{2n}$  masih dapat dikembangkan lebih lanjut. Karena keterbatasan waktu penulis, penelitian ini belum mengkaji secara menyeluruh struktur dan parameter graf lainnya. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk mengidentifikasi parameter atau sifat graf lainnya, serta mengkaji pola sifat Eulerian dan Hamiltonian pada kasus  $n$  genap dengan bentuk faktorisasi

yang lebih umum, yaitu  $n = 2^{k_0} q_1^{k_1} q_2^{k_2} \cdots q_r^{k_r}$ , sehingga diperoleh karakteristik graf yang lebih komprehensif.



## DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir, Azizah, N. N., & Nofandika, F. F. (2009). *Teori Graf: Topik Dasar untuk Tugas Akhir/Skripsi*. UIN-Malang Press, Malang, ISBN: [9792431047](#).
- Aghababaei-Beni, G. & Jafarzadeh, A. (2022). The non-coprime graph of finite groups. *Mathematics Interdisciplinary Research*, 7:385–394, DOI: [10.22052/mir.2019.172393.1117](#).
- Aulia, S. A., Wardhana, I. G. A. W., Irwansyah, Salwa, Misuki, W. U., & Nghiem, N. D. H. (2023). The structures of non-coprime graph for finite groups from dihedral groups with regular composite orders. *InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 5(2):115–122, DOI: [10.15408/inprime.v5i2.29018](#).
- Balakrishnan, R. & Ranganathan, K. (2012). *A Textbook of Graph Theory*. Springer, New York, 2nd edition.
- Brigham, R. C. & Dutton, R. D. (1983). On clique covers and independence numbers of graphs. *Discrete Mathematics*, 44(2):139–144, ISSN: 0012–365X, DOI: [10.1016/0012-365X\(83\)90054-7](#).
- Conrad, K. (2007). Dihedral groups. Available at: <https://kconrad.math.uconn.edu/blurbs/grouptheory/dihedral.pdf>.
- Daniel, F. & Taneo, P. N. (2020). *Teori Graf*. Deepublish.
- Dankelmann, P., Dlamini, S., & Mukwembi, S. (2023). The oriented diameter of graphs with given connected domination number and distance

ce domination number. *Graphs and Combinatorics*, 39(4):1–18, DOI: [10.1007/s00373-023-02741-w](https://doi.org/10.1007/s00373-023-02741-w).

Febriantono, A., Munandar, A., & Ramadhan, M. R. (2024). Sifat-sifat graf irisan pada grup dihedral. *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika (JRAM)*, 8(1):29–38, ISSN: 2581-0154, <http://journal.unesa.ac.id/index.php/jram>.

Gazir, A. & Wardhana, I. G. A. W. (2019). Subgrup non trivial dari grup dihedral. *Eigen Mathematics Journal*, 2(2):74–76, ISSN: 2615-3270, DOI: [10.29303/emj.v1i2.26](https://doi.org/10.29303/emj.v1i2.26).

Lee, G. T. (2018). *Abstract Algebra: An Introductory Course*. Springer Undergraduate Mathematics Series. Springer International Publishing, Cham, Switzerland, ISBN: [978-3-319-77648-4](https://doi.org/978-3-319-77648-4), DOI: [10.1007/978-3-319-77649-1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77649-1).

Li, R., Li, J., & Wu, D. (2023). On the chromatic number of some  $P_3 \cup P_2$ -free graphs. *Mathematics*, 11(19):4031, ISSN: 2227-7390, DOI: [10.3390/math11194031](https://doi.org/10.3390/math11194031).

Mansoori, F., Erfanian, A., & Tolve, B. (2016). Non-coprime graph of a finite group. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1750, page 050017. AIP Publishing, DOI: [10.1063/1.4954605](https://doi.org/10.1063/1.4954605).

Misuki, W. U., Wardhana, I. G. A. W., Switrayni, N. W., & Irwansyah (2021). Some results of non-coprime graph of the dihedral group  $d_{2n}$  for  $n$  a prime power. In *AIP Conference Proceedings*, volume 2329, page 020005. AIP Publishing, DOI: [10.1063/5.0042587](https://doi.org/10.1063/5.0042587).

Munandar, A. (2020). *Pengantar Matematika Diskrit dan Teori Graf*. Sleman : Deepublish (CV Budi Utama).

Ning, B. (2025). An inductive proof of dirac's theorem on hamilton cycles. *Discrete Applied Mathematics*, 365:160–162.

Sukirman (2014). *Teori Grup (Aljabar Abstrak I)*. UNY Press, Yogyakarta, edisi pertama edition.

University of California, Riverside (n.d.). Dirac's theorem. <https://www.cs.ucr.edu/~elenas/CS111/dirac.pdf>. Lecture Notes, Department of Computer Science, diakses pada 13 April 2026.

Wahyuni, S., Wijayanti, I. E., Munandar, A., & Hijriati, N. (2023). *Teori Representasi Grup Hingga*. UGM PRESS.