

SKRIPSI

P-IDEAL PRIMA LENGKAP PADA NEAR RING



AYU AGUSTIN KUFINA

22106010039

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2026

P-IDEAL PRIMA LENGKAP PADA NEAR RING

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



diajukan oleh

AYU AGUSTIN KUFINA

22106010039

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2026



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Ayu Agustin Kufina

NIM : 22106010039

Judul Skripsi : P-IDEAL PRIMA LENGKAP PADA NEAR RING

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 12 Agustus 2026

Pembimbing

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati,

M.Si.

NIP. 19660731 200003 2 001



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-2220/Un.02/DST/PP.00.9/08/2026

Tugas Akhir dengan judul : P-IDEAL PRIMA LENGKAP PADA NEAR RING

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : AYU AGUSTIN KUFINA
Nomor Induk Mahasiswa : 22106010039
Telah diujikan pada : Selasa, 18 Agustus 2026
Nilai ujian Tugas Akhir : A-

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6a94d4cb0df37



Penguji I

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6a87deb284df6



Penguji II

Arif Munandar, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6a8ffb0e1c7f4



Yogyakarta, 18 Agustus 2026
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6a94d4cb0aa3c

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ayu Agustin Kufina

NIM : 22106010039

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 12 Agustus 2026



Ayu Agustin Kufina

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN



Penulis mempersembahkan skripsi ini kepada
orang tua penulis dan almamater UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

HALAMAN MOTTO



Tidak ada keluhan yang terlalu kecil untuk didengar oleh Allah, dan tidak ada
doa yang sia-sia di hadapan-Nya.

*"A star will still shine even in the darkest sky. If you doubt yourself, remember
there is still a moon that is jealous of you."*

(Cerita Bintang - Moncus)

PRAKATA

Allhamdulillahirabbil'alamin, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat, hidayah, serta inayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "P-IDEAL PRIMA LENGKAP-PADA NEAR RING". Penulisan skripsi ini diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai gelar Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa selama penyusunan skripsi ini terdapat banyak hambatan dan halangan. Namun berkat adanya motivasi, bantuan, bimbingan, dan dorongan dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak dan ibu penulis yang senantiasa melantunkan doa, memberikan dukungan, kasih sayang, serta motivasi dalam setiap proses penulis menempuh pendidikan hingga akhirnya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Noor Saif Muhammad Mussafi, S.Si., M. Sc., Ph. D., selaku Dosen Pembimbing Akademik dari penulis yang banyak memberikan arahan, motivasi, serta bimbingan kepada penulis selama menempuh pendidikan hingga menyelesaikan masa studi.
3. Ibu Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta sekaligus Dosen Pembimbing Skripsi dari penulis yang banyak meluangkan waktu, pikiran, dan tenaga untuk membimbing penulis dalam menyusun skripsi ini.

4. Ibu Dr. Epha Diana Supandi, S. Si., M. Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta beserta seluruh dosen Matematika yang telah memberikannya ilmu selama perkuliahan sehingga penulis dapat memahami dan menyusun hasil belajar tersebut dalam bentuk skripsi ini.
5. Seluruh staff akademik Fakultas Sains dan Teknologi yang turut membantu pengurusan administrasi akademik penulis.
6. Mbak Sari, Mas Adji, dan Dek Malda yang selalu memberikan dukungan dan bantuan dalam setiap proses pembelajaran penulis.
7. Mbak Nisrina dan teman-teman yang seringkali memotivasi dan menyemangati penulis selama masa penulisan skripsi serta yang turut membersamai, membantu, dan saling memberi pencerahan kepada penulis sejak awal hingga akhir masa studi.
8. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu per satu, baik secara langsung maupun tidak langsung membantu terselesaikannya skripsi ini. maupun tidak langsung membantu terselesaikannya skripsi ini.

Besar harapan penulis apabila skripsi ini dapat menyalurkan manfaat bagi setiap orang yang membacanya. Penulis juga mengharapkan kritik dan saran yang dapat membantu pengembangan skripsi penulis.

Yogyakarta, Agustus 2026

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMBANG	xiii
INTISARI	1
ABSTRACT	2
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Batasan Masalah	3
1.3. Rumusan Masalah	4
1.4. Tujuan Penelitian	4
1.5. Manfaat Penelitian	4
1.6. Tinjauan Pustaka	5
1.7. Metode Penelitian	6
1.8. Sistematika Penulisan	7
II DASAR TEORI	9

2.1. Teori Grup	9
2.2. Teori Ring	14
2.3. Ideal	19
2.4. Sifat-sifat pada Ring	22
III HUBUNGAN BEBERAPA SIFAT P PADA NEAR-RING DENGAN NEAR-RING PRIMA LENGKAP P	27
3.1. Ideal pada Near-ring	27
3.2. Sifat-sifat P pada Near-ring	37
3.3. Near-Ring Prima Lengkap P	43
IV PENUTUP	52
4.1. Kesimpulan	52
4.2. Saran	53
DAFTAR PUSTAKA	53
LAMPIRAN	55
A Pembuktian Sifat Asosiatif pada Contoh 3.1.4	55
Curriculum Vitae	63

DAFTAR TABEL

2.1	Tabel operasi pada grup S_3	10
2.2	Tabel cayley A_3	14
2.3	Tabel operasi pada $\mathbb{Z}_6$	17
3.1	Operasi penjumlahan dan perkalian pada himpunan N	29
3.2	Tabel Operasi Penjumlahan dan Perkalian pada N	30
3.3	Tabel Operasi Penjumlahan dan Perkalian pada S_3	32
3.4	Tabel operasi pada N	34

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR GAMBAR

1.1 Skema Penelitian	7
--------------------------------	---



DAFTAR LAMBANG

$x \in A$	:	x anggota A
$x \notin A$	:	x bukan anggota A
$\forall$	:	untuk setiap
$\exists$	:	terdapat
$A \subseteq X$	:	A himpunan bagian (<i>subset</i>) atau sama dengan X
$A \not\subseteq X$	:	A bukan himpunan bagian (<i>subset</i>) X
$\mathbb{Z}_n$	:	himpunan semua bilangan bulat modulo n
■	:	akhir suatu bukti
$p \Rightarrow q$	:	jika p maka q
$p \Leftrightarrow q$	:	p jika dan hanya jika q
$A \leq B$	:	A subgrup dari B
$A \trianglelefteq B$	:	A ideal dari B
$\emptyset$	:	himpunan kosong

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

INTISARI

P-IDEAL PRIMA LENGKAP PADA NEAR RING

Oleh

Ayu Agustin Kufina

22106010039

Near-ring merupakan generalisasi dari ring yang tidak harus abelian dan memenuhi sifat distributif kiri atau kanan. *Near-ring* dalam penelitian ini, berfokus pada *near-ring* kanan dengan suatu ideal dalam *near-ring* yang selanjutnya dinotasikan dengan P dan disebut sebagai ideal P . Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji konsep ideal pada *near-ring*, menganalisis sifat-sifat *near-ring* berbasis ideal P , serta mengkaji keterkaitan antara sifat-sifat tersebut dengan konsep *near-ring* P prima lengkap.

Metode penelitian dalam penelitian ini adalah studi literatur dengan pendekatan teoritis, yaitu dengan mengkaji definisi, teorema, dan hasil-hasil terkait, kemudian memverifikasinya melalui pembuktian matematis dan contoh konkret. Sifat-sifat berbasis ideal P meliputi P -center, P -central, P -idempotent, P -identity, P -regular, dan P -permutable.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa konsep ideal pada *near-ring* merupakan generalisasi ideal pada ring dengan penyesuaian terhadap sifat distributif kanan dan struktur grup yang tidak harus abelian. Selanjutnya, sifat-sifat berbasis ideal P memberikan generalisasi terhadap konsep-konsep dasar dalam aljabar yakni *center*, *central*, *idempotent*, *identity*, *regular*, dan *permutable*, serta menggambarkan hubungan antara elemen *near-ring* dan ideal P . Diperoleh pula keterkaitan antara sifat-sifat P dengan *near-ring* prima lengkap P , jika suatu *near-ring* bersifat P -completely prime dan P -left permutable, maka setiap elemen P -idempotent di luar P bersifat P -central.

Kata kunci : Ideal, *near-ring*, *near-ring* prima lengkap P , P -ideal prima lengkap.

ABSTRACT

P-COMPLETELY PRIME IDEALS IN NEAR-RING

By

Ayu Agustin Kufina

22106010039

Near-rings are generalizations of rings that need not be abelian and satisfy either left or right distributivity. The near-ring considered in this study focuses on right near-rings with an ideal of the near-ring, denoted by P and referred to as an ideal P . This study aims to examine the concept of ideals in near-rings, analyze the properties of near-rings based on an ideal P , and investigate the relationships among these properties and the concept of a P -completely prime near-ring.

The research method employed in this study is a literature review with a theoretical approach, namely by examining relevant definitions, theorems, and results, and then verifying them through mathematical proofs and concrete examples. The properties based on the ideal P include P -center, P -central, P -idempotent, P -identity, P -regular, and P -permutable.

The results show that the concept of an ideal in a near-ring is a generalization of an ideal in a ring, with adjustments to the right distributive property and the group structure, which need not be abelian. Furthermore, the properties based on ideal P generalize fundamental concepts in algebra, namely center, central, idempotent, identity, regular, and permutable, and describe the relationships between elements of a near-ring and ideal P . A relationship between the P -properties and P -completely prime near-rings is also established. In particular, if a near-ring is P -completely prime and P -left permutable, then every P -idempotent element outside P is P -central.

Keywords: *Ideal, Near-ring, P -completely prime near-ring, P -completely prime ideal, P -completely prime near-ring.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Sebagai salah satu cabang matematika, struktur aljabar memiliki peranan sangat penting dalam pengembangan konsep abstraksi dan generalisasi. Struktur aljabar di antaranya adalah grup, ring, lapangan (*field*), dan modul. Masing-masing struktur tersebut memiliki aksioma dan karakteristik tersendiri yang menjadi landasan dalam pengembangan teori-teori aljabar. Ring didefinisikan sebagai suatu himpunan tak kosong, dilengkapi dengan dua operasi penjumlahan dan perkalian, yang membentuk grup terhadap operasi penjumlahan dan semigrup terhadap operasi perkalian serta bersifat distributif kiri dan kanan (Wahyuni, 2020).

Seiring dengan perkembangan kajian aljabar, konsep ring mengalami generalisasi, salah satunya adalah *near-ring*. Perumuman ring ke *near-ring* dilakukan dengan mengurangi beberapa aksioma ring. *Near-ring* hanya mensyaratkan membentuk grup terhadap operasi penjumlahan yang tidak harus bersifat abelian dan memenuhi sifat distributif kiri atau distributif kanan. Hal ini menyebabkan tidak semua sifat yang berlaku pada ring juga berlaku pada *near-ring* (Chibeti & Kypwanyama, 2023). Pemeriksaan sifat-sifat yang harus dipenuhi oleh suatu *near-ring* khususnya sifat asosiatif, program Python dapat digunakan sebagai alat bantu untuk mempermudah proses pemeriksaan terhadap seluruh elemen yang terlibat.

Dalam mempelajari konsep ring maupun *near-ring*, salah satu konsep fundamental adalah ideal. Ideal merupakan suatu subhimpunan pada ring yang tertutup

terhadap operasi penjumlahan serta hasil perkalian antara elemen ideal dengan sembarang elemen dalam ring tetap berada di dalam ideal tersebut (Ligh, 1969). Konsep ideal sebagai salah satu konsep dalam teori ring dapat diperluas ke dalam struktur *near-ring* dengan penyesuaian terhadap sifat-sifat tertentu. Ideal pada *near-ring* didefinisikan sebagai subgrup normal dari grup aditif dan memenuhi kondisi tertentu terhadap operasi penjumlahan dan perkalian, yang umumnya disesuaikan dengan sifat distributif satu arah. Oleh karena itu, sifat-sifat ideal pada *near-ring* tidak sepenuhnya identik dengan ideal pada ring, melainkan merupakan bentuk generalisasi dari ideal dalam ring. Dalam penelitian ini, ideal pada *near-ring* selanjutnya dinotasikan dengan P dan disebut sebagai ideal P . Selain ideal, konsep ideal prima pada ring juga dapat dikembangkan dalam *near-ring*. Konsep ideal prima dalam *near-ring* disebut sebagai ideal prima lengkap. Dengan mengambil suatu ideal P pada *near-ring*, konsep tersebut kemudian diperumum menjadi ideal prima lengkap- P . Konsep tersebut menjadi penting karena struktur ideal prima lengkap- P dapat digunakan sebagai dasar untuk mengkaji berbagai sifat elemen maupun sifat *near-ring* yang didefinisikan secara relatif terhadap P .

Dalam kajian ring dan *near-ring*, terdapat beberapa sifat aljabar yang berkaitan dengan karakteristik subhimpunan dari ring dan *near-ring*. Beberapa sifat dalam penelitian ini meliputi *center*, *central*, *idempotent*, *identity*, *regular*, dan *permutable*. Seiring dengan perkembangan kajian dalam teori aljabar, sifat-sifat tersebut tidak hanya dipelajari secara klasik, tetapi juga ditinjau melalui pendekatan yang lebih umum dengan melibatkan suatu ideal tertentu. Penelitian (Atagün, 2019) telah mengkaji sifat-sifat *near-ring* dengan basis ideal P dari *near-ring*.

Keterkaitan antara sifat-sifat tersebut menjadi menarik untuk dikaji karena suatu sifat- P dapat dikaitkan dengan sifat- P lainnya apabila *near-ring* memenuhi

kondisi tertentu. Sebagai contoh, sifat P -idempoten dapat dikaitkan dengan sifat P -sentral pada kondisi tertentu yang berkaitan dengan keprimaan lengkap- P dan sifat permutabel. Demikian pula, kondisi tertentu pada *near-ring* dapat memberikan hubungan antara sifat P -regular, P -identitas, P -sentral, dan sifat-sifat- P lainnya. Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini diarahkan untuk mengkaji relasi dari beberapa sifat- P pada *near-ring* prima lengkap- P . Kajian diawali dengan pembahasan mengenai konsep grup dan ring sebagai dasar struktur aljabar, kemudian dilanjutkan dengan konsep *near-ring* dan ideal dalam *near-ring*. Selanjutnya, dikaji konsep ideal prima lengkap- P sebagai struktur yang menjadi dasar dalam pembentukan sifat-sifat- P . Setelah itu, sifat P -sentral, P -idempoten, P -identitas, P -regular, dan P -permutable dikaji beserta hubungan di antara sifat-sifat tersebut pada *near-ring* prima lengkap- P .

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji kembali P -ideal prima lengkap pada *near ring*. Kajian dalam penelitian ini dijelaskan dengan memberikan penjelasan yang lebih sistematis serta didukung oleh contoh-contoh sebagai ilustrasi sifat-sifat P pada *ear-ring* sampai dengan P -ideal prima lengkap.

1.2. Batasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada pembahasan struktur *near-ring* meliputi definisi dan sifat-sifat dasar berbasis suatu ideal P dalam *near ring* seperti *center*, *central*, *idempotent*, *identity*, *regular*, dan *permutable*. Selanjutnya, kajian juga difokuskan pada pembahasan P -ideal prima lengkap serta hubungan antara sifat-sifat tersebut dengan *near ring* prima lengkap.

Selain itu, pembahasan mengenai sifat-sifat P pada *near-ring* difokuskan pada sifat-sifat yang berkaitan langsung dengan konsep P -ideal prima lengkap, ya-

itu P -center, P -central, P -idempotent, P -identity, P -regular, dan P -permutable. Keterkaitan antar sifat P yang dikaji dalam penelitian ini dibatasi pada hubungan yang mendukung pembentukan dan karakterisasi P -ideal prima lengkap.

Dengan demikian, ruang lingkup penelitian mencakup pembahasan sifat-sifat berbasis ideal P beserta relasinya yang relevan dengan konsep P -ideal prima lengkap.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah di atas, dapat dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana definisi konsep ideal pada *near-ring* beserta contoh-contohnya?
2. Bagaimana sifat-sifat *near-ring* dengan basis suatu ideal P ?
3. Bagaimana keterkaitan antara sifat-sifat pada *near-ring* dengan basis ideal P dengan konsep *near ring* prima lengkap P ?

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan disusunnya penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari definisi konsep ideal pada *near-ring* beserta contoh-contohnya.
2. Mempelajari sifat-sifat *near-ring* dengan basis suatu ideal P .
3. Mempelajari keterkaitan antara sifat-sifat pada *near-ring* dengan basis ideal P dengan konsep *near ring* prima lengkap P .

1.5. Manfaat Penelitian

Diharapkan penelitian ini memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Memberikan pemahaman mengenai definisi konsep ideal pada *near-ring* beserta contoh-contohnya.
2. Mengkaji pemahaman mengenai sifat-sifat *near-ring* dengan basis suatu ideal P .
3. Memberikan pemahaman mengenai keterkaitan antara sifat-sifat pada *near-ring* dengan basis ideal P dengan konsep *near ring* prima lengkap P .

1.6. Tinjauan Pustaka

Acuan yang digunakan untuk penulisan landasan teori pada penelitian ini bersumber dari beberapa artikel jurnal internasional dan buku-buku dengan topik terkait. Sumber-sumber tersebut dimanfaatkan penulis sebagai dasar dalam menjelaskan konsep-konsep *near-ring*, ideal, serta sifat-sifat P . Konsep-konsep *near-ring* menjadi fondasi utama dilakukannya penelitian ini.

Artikel jurnal Atagün (2019) digunakan penulis sebagai acuan utama dalam penelitian ini. Artikel tersebut membahas pengembangan sifat-sifat *near-ring* melalui pendekatan suatu ideal, yang dikenal sebagai sifat-sifat P . Selain itu, dikaji pula berbagai sifat-sifat P dan relasi antar sifat. Hal itu, memunculkan pemikiran untuk membahas terkait sifat-sifat berbasis suatu ideal P dan kaitannya dengan *near-ring* prima lengkap P disertai contoh-contoh.

Dummit & Foote (1999) membahas konsep dasar aljabar abstrak meliputi grup, subgrup, ring, dan ideal. Konsep grup dan subgrup digunakan sebagai dasar untuk memahami struktur aljabar yang dilengkapi dengan satu operasi biner, sedangkan konsep ring dan ideal menjadi landasan dalam mempelajari struktur aljabar dengan dua operasi biner. Pembahasan mengenai ideal, khususnya sifat-sifat yang berkaitan dengan operasi pada ring, diperlukan untuk memahami generalisasi

konsep ideal pada struktur *near-ring*. Oleh karena itu, konsep-konsep tersebut menjadi landasan teoritis dalam penelitian ini sebelum pembahasan mengenai *near-ring* dan berbagai sifat ideal pada *near-ring*.

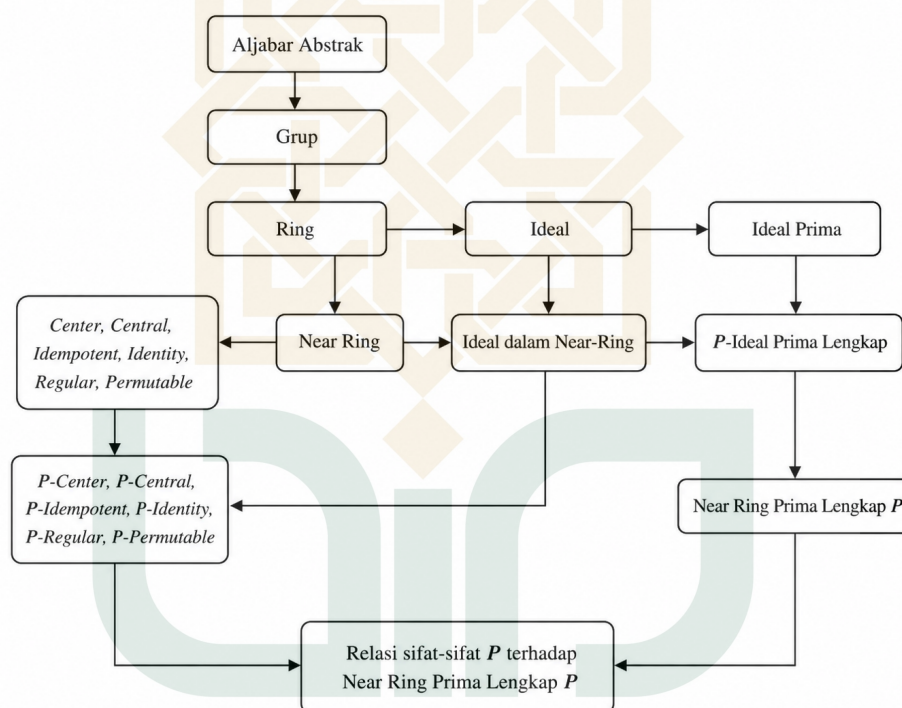
Artikel jurnal oleh Ligh (1969) memberikan definisi ideal pada *near-ring* dengan menggunakan struktur left *near-ring*. Dalam penelitian ini, konsep tersebut disesuaikan dengan struktur right *near-ring*, yaitu *near-ring* yang memenuhi sifat distributif kanan. Penyesuaian dilakukan pada kondisi yang melibatkan operasi perkalian dengan elemen ideal sehingga tetap konsisten dengan struktur right *near-ring* yang digunakan. Definisi hasil penyesuaian tersebut selanjutnya digunakan sebagai dasar dalam mengkaji konsep ideal dan berbagai sifat yang berkaitan dengan ideal pada right *near-ring*.

1.7. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode studi kepustakaan (*library research*). Data dalam penelitian ini berupa buku teks, artikel jurnal ilmiah, serta referensi lain yang berkaitan dengan teori grup, teori ring, *near-ring*, ideal, serta konsep ideal P dan P -ideal prima lengkap.

Penelitian ini diawali dengan pengumpulan dan pengkajian konsep dasar yang meliputi definisi ring, *near-ring*, serta ideal pada masing-masing struktur tersebut. Selanjutnya, dilakukan kajian terhadap sifat-sifat pada ring yaitu *center*, *central*, *idempotent*, *identity*, *regular*, dan *permutable*. Sifat-sifat tersebut kemudian dianalisis dalam kerangka *near-ring* dengan menggunakan pendekatan berbasis ideal P . Selain itu, penelitian ini juga mengkaji konsep P -ideal prima lengkap. Analisis dilakukan dengan menelaah definisi, sifat-sifat, serta hubungan antara sifat-sifat berbasis ideal P dengan P -ideal prima lengkap.

Penelitian ini menggunakan metode *studi literatur* dengan menelaah definisi, teorema, dan hasil-hasil penelitian terdahulu terkait *near-ring* dan *P-properties*. Hasil kajian tersebut kemudian dilengkapi dengan beberapa contoh konkret untuk memperjelas konsep serta mengilustrasikan hubungan antara sifat-sifat P dan *near ring* prima lengkap P . Adapun alur penelitian ini secara rinci dapat dilihat pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Skema Penelitian

1.8. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini terbagi menjadi empat bab, yaitu sebagai berikut:

- BAB 1** : Bab ini membahas tentang latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian, dan sistematika penulisan.
- BAB 2** : Bab ini membahas tentang konsep dasar dari ring, beberapa sifat dalam ring, ideal dalam ring, sifat-sifat pada ring, serta sifat-sifat dasar pada *near-ring*.
- BAB 3** : Bab ini membahas tentang konsep dasar *near-ring*, ideal dalam *near-ring*, sifat-sifat dengan basis ideal P , dan keterkaitan beberapa sifat tersebut dengan *near-ring* prima lengkap P .
- BAB 4** : Bab ini berisikan tentang kesimpulan penelitian dan saran dari penulis terhadap pengembangan penelitian.



BAB IV

PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah dilakukan, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Konsep ideal pada *Near-ring* merupakan generalisasi dari ideal pada ring yang disesuaikan dengan sifat distributif kanan. Suatu himpunan bagian P dari *near-ring* N disebut ideal apabila memenuhi sifat tertutup terhadap operasi penjumlahan, serta memenuhi kondisi tertentu terhadap perkalian dari elemen N . Berbagai contoh konkret menunjukkan bahwa struktur ideal pada *near-ring* merupakan generalisasi dari ideal dalam *ring*, khususnya karena tidak disyaratkannya distributivitas dua sisi.
2. Sifat-sifat *near-ring* berbasis ideal P (*P-properties*), seperti *P-idempotent*, *P-identity*, dan *P-central*, merupakan generalisasi dari konsep-konsep dasar dalam aljabar. Sifat-sifat ini digunakan untuk melihat sejauh mana suatu elemen memenuhi sifat tertentu jika ditinjau terhadap ideal P . Selain itu, sifat lain seperti *P-regular* dan memberikan cara yang lebih umum untuk memahami struktur *near-ring* dan hubungan elemen-elemennya terhadap ideal P .
3. Terdapat keterkaitan yang signifikan antara sifat-sifat berbasis ideal P dengan konsep *P-ideal prima lengkap* (*P-completely prime ideal*). Secara khusus, dalam kondisi tertentu, seperti ketika *near-ring* bersifat *P-completely prime* dan

memenuhi sifat *P-left permutable*, maka setiap elemen *P-idempotent* yang tidak berada dalam *P* akan bersifat *P-central*. Selain itu, jika suatu *near-ring* bersifat *P-completely semiprime*, maka setiap *P-idempotent* juga bersifat *P-central*.

4.2. Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah diperoleh, beberapa saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini masih terbatas pada kajian beberapa sifat berbasis ideal *P* seperti *P-idempotent*, *P-identity*, dan *P-central*. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya dapat mengkaji sifat-sifat lain yang lebih luas, seperti *P-prime*, *P-semiprime*, atau *P-nilpotent*, guna memperoleh pemahaman yang lebih mendalam terhadap struktur *near-ring* berbasis ideal.
2. Kajian dalam penelitian ini difokuskan pada *near-ring* dengan sifat distributif satu sisi (*right near-ring*). Penelitian lanjutan dapat mengembangkan hasil ini pada *left near-ring* atau bahkan *near-ring dua sisi*, sehingga dapat dibandingkan perbedaan struktur dan keterkaitan sifat-sifatnya.
3. Selain pendekatan teoritis, penelitian selanjutnya dapat mengkaji kemungkinan aplikasi dari *near-ring* berbasis ideal *P*, misalnya dalam teori graf fuzzy, kriptografi, atau sistem aljabar terapan lainnya, sehingga memberikan kontribusi tidak hanya secara teoritis tetapi juga secara aplikatif.

DAFTAR PUSTAKA

- Atagün, A., Kamacı, H., Taştekin, İ., Sezgin, A. (2019). P -properties in near-rings. *J.Math.Fund.Sci*, 51(2):152–167.
- Chibeti, S. & Kyapwanyama, I. (2023). An introduction to the theory of matrix near-rings. *Advances in Pure Mathematics*, 13:71–95.
- Dummit, David S. & Foote, R. M. (1999). *Abstract Algebra*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Ligh, S. (1969). On boolean near-rings. *Boll. Austral math. soc.*, 1:375–379.
- Satyanarayana, B. (2009). A note on completely semiprime ideals in near-rings. *International Journal of Computational Mathematical Ideas*, 1(3):107–112.
- Shelton, A. S. (1973). Fundamental properties of near-rings. Master's thesis, The University of North Carolina at Greensboro.
- Wahyuni, S., Wijayanti, I. E., Munandar, A., Hijriati, N. (2022). *TEORI REPRESENTASI GRUP HINGGA*. Sleman: Gadjah Mada University Press.
- Wahyuni, S., Wijayanti, I. E., Yuwaningsih, D. A., Hartanto, A. D. (2020). *TEORI RING DAN MODUL*. Sleman: Gadjah Mada University Press.
- Yiarayong, P. (2015). Some basic properties of completely prime ideals in near rings. *J.Math.Fund.Sci*, 47(3):227–235.
- Prihandoko, A. C. (2009). *Pengantar Teori Ring dan Implementasinya*. Jember: Universitas Jember.