SKRIPSI

ANALISIS DISKRIMINAN KUADRATIK *ROBUST* DENGAN ESTIMATOR *MINIMUM COVARIANCE DETERMINANT* (MCD)

FERNANDA DEVITA SUKMA

22106010083

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2026

ANALISIS DISKRIMINAN KUADRATIK *ROBUST* DENGAN ESTIMATOR *MINIMUM COVARIANCE DETERMINANT* (MCD)

Skripsi

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika

FERNANDA DEVITA SUKMA
22106010083

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2026

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PENGESAHAN

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-2465/Un.02/DST/PP.00.9/10/2026

Tugas Akhir dengan judul : Analisis Diskriminan Kuadratik Robust Dengan Estimator Minimum Covariance Determinant (MCD)

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : FERNANDA DEVITA SUKMA
Nomor Induk Mahasiswa : 22106010083
Telah diujikan pada : Kamis, 13 Agustus 2026
Nilai ujian Tugas Akhir : A-

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6acf281283665

Penguji I

Dr. Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si
SIGNED

Valid ID: 6ab60dbba1abb

Penguji II

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom
SIGNED

Valid ID: 6ace108f49779

Yogyakarta, 13 Agustus 2026
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6ad0737b39c1a

1/1 15/10/2026

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Fernanda Devita Sukma
NIM	: 22106010083
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 5 Agustus 2026



Fernanda Devita Sukma

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Fernanda Devita Sukma
NIM : 22106010083
Judul Skripsi : Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust* Dengan Estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta,
Pembimbing

Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 19750912 200801 2 015

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya ini saya persembahkan untuk diri sendiri, sebagai penghargaan atas setiap langkah, lelah, dan perjuangan yang telah membawa saya sampai pada titik ini.

Untuk kedua orang tua, adik, dan keluarga tercinta, terima kasih atas doa, kasih sayang, dan dukungan yang selalu menjadi kekuatan dalam setiap langkah.

Kepada sahabat, orang-orang terkasih, dan semua yang hadir dalam perjalanan ini, terima kasih telah menjadi bagian dari cerita dan membuat setiap proses terasa lebih berarti.

Dan kepada almamater tercinta, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta, terima kasih telah menjadi tempat untuk belajar, bertumbuh, dan berproses, serta menjadi bagian dari perjalanan yang akan selalu saya kenang.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN MOTTO

“Allah tidak pernah berkata semuanya selalu mudah. Tetapi dua kali Allah menegaskan, bahwa di setiap kesulitan pasti ada kemudahan”

(Q.S. Al-Insyirah: 5-6)

“Ketika kamu ikhlas menerima semua kekecewaan hidup, maka Allah akan membayar tuntas kekecewaanmu dengan beribu-ribu kebaikan”

(Ali Bin Abi Thalib)

“Sebab Tuhan t’lah berjanji. Setelah sempit ada kemudahan”

(Raim Laode – Bersenja Gurau)

“Perang telah usai, aku bisa pulang.

Kubaringkan panah dan berteriak MENANG”

(Nadin Amizah – Di Akhir Perang)

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PRAKATA

Alhamdulillahirabbil'alamin, puji dan syukur kehadirat Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat, karunia, serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust* dengan Estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD)" dengan baik. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad saw yang telah menjadi suri teladan bagi seluruh umat manusia.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari dukungan, bantuan, bimbingan, dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati, penulis menyampaikan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Prof. Noorhaidi, S.Ag., M.A., M.Phil., Ph.D., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ibu Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Bapak Deddy Rahmadi, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan arahan, bimbingan, dan pendampingan selama penulis menempuh pendidikan di Program Studi Matematika. Penulis menyampaikan terima kasih atas waktu, nasihat, dan dukungan yang telah diberikan selama proses perkuliahan.
5. Ibu Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Pembimbing yang telah dengan penuh kesabaran memberikan bimbingan, arahan, ilmu, motivasi, serta meluangkan waktu selama proses penyusunan skripsi ini. Penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya atas segala perhatian, masukan, dan nasihat yang diberikan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

6. Bapak Dr. Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji yang telah meluangkan waktu untuk memberikan kritik, saran, arahan, dan masukan yang membangun kepada penulis. Penulis menyampaikan terima kasih atas segala perhatian dan ilmu yang diberikan sebagai bahan penyempurnaan skripsi ini.
7. Bapak Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Dosen Penguji yang telah meluangkan waktu untuk memberikan kritik, saran, arahan, dan masukan yang membangun kepada penulis. Penulis menyampaikan terima kasih atas segala perhatian dan ilmu yang diberikan sebagai bahan penyempurnaan skripsi ini.
8. Seluruh dosen Program Studi Matematika dan staf Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah memberikan ilmu, pengalaman dan layanan terbaik selama penulis menempuh Pendidikan.
9. Kedua orang tua tercinta, sosok yang senantiasa menjadi sumber doa, kekuatan, dan kasih sayang dalam setiap langkah penulis. Untuk Ayah, terima kasih atas setiap usaha, pengorbanan, nasihat, dan kepercayaan yang selalu diberikan kepada penulis. Untuk Mama, terima kasih atas doa yang tidak pernah putus, kesabaran, kasih sayang, serta ketulusan yang selalu menyertai setiap perjalanan penulis. Terima kasih telah menjadi tempat penulis menemukan ketenangan, berbagi cerita, dan kembali menguatkan diri ketika menghadapi berbagai kesulitan. Tidak ada kata yang cukup untuk menggambarkan betapa besar arti kehadiran Ayah dan Mama dalam kehidupan penulis. Semoga Allah Swt. senantiasa melimpahkan kesehatan, kebahagiaan, umur yang penuh keberkahan, serta perlindungan agar dapat terus mendampingi dan menyaksikan setiap langkah penulis di masa yang akan datang.
10. Teruntuk Uti, sosok nenek yang selalu hadir dan menjadi salah satu pendukung terbesar dalam panjangnya perjalanan hidup penulis. Terima kasih atas segala hal yang telah Uti upayakan, atas kasih sayang yang selalu diberikan, serta setiap perhatian yang mungkin tidak selalu terucapkan.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Terima kasih karena selalu rela menahan kantuk demi menunggu cucu-cucunya pulang. Terima kasih juga untuk Kakek, yang penulis panggil dengan sebutan Bapak, atas kasih sayang dan cinta yang tidak pernah dapat diukur dengan apapun. Terima kasih telah mengajarkan penulis untuk menjadi pribadi yang berani, meskipun kebersamaan yang diberikan begitu singkat. Terima kasih telah mengisi peran dengan begitu sempurna dalam waktu yang singkat, tetapi meninggalkan begitu banyak kenangan dan pelajaran yang akan selalu penulis bawa. Semoga Bapak dapat melihat penulis dari sana, dengan senyum yang merekah dan rasa bangga yang melimpah.

11. Teruntuk Tante, terima kasih atas segala dukungan, motivasi, dan kepercayaan yang selalu diberikan kepada penulis. Terima kasih telah percaya pada kemampuan penulis, bahkan ketika penulis sendiri sempat meragukan diri sendiri. Terima kasih telah menjadi salah satu pengingat bahwa penulis mampu melewati lebih banyak hal daripada yang penulis kira. Semoga segala kebaikan dan kasih sayang yang diberikan senantiasa dibalas dengan kesehatan, kebahagiaan, dan keberkahan oleh Allah Swt.
12. Adik tercinta, Tasya dan Faiz. Teruntuk Tasya, terima kasih atas segala kepercayaan, pengertian, dan dukungan yang selalu diberikan dalam setiap langkah penulis. Terima kasih telah menjadi adik yang selalu hadir, dan maaf apabila dalam beberapa kesempatan harus mengalah dan memahami keadaan penulis. Terima kasih juga untuk Faiz yang telah hadir di tengah perjalanan hidup penulis yang tidak selalu mudah. Terima kasih telah menghadirkan tawa, keceriaan, dan kebahagiaan di tengah riuhnya dunia. Semoga kita selalu diberikan kesempatan untuk tumbuh bersama, saling menguatkan, dan membahagiakan satu sama lain.
13. Untuk seseorang yang namanya tidak dapat penulis sebutkan dan sosoknya tidak hadir dalam perjalanan hidup penulis. Terima kasih telah menjadi bagian dari perjalanan yang mengajarkan banyak hal, meskipun melalui cara yang tidak selalu mudah. Kehadiran yang tidak pernah penulis rasakan sejak kecil telah menjadi salah satu pelajaran terbesar dalam memahami arti

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

kehidupan, keteguhan, dan penerimaan. Semoga, di luasnya dunia dan pada waktu yang telah Allah Swt. tentukan, kita dipertemukan dalam keadaan hati yang lebih lapang. Semoga senantiasa diberikan kesehatan, ketenangan, dan kebahagiaan di mana pun berada.

14. Tiga manusia unik, Dilla, Eka, dan Isna, sahabat yang telah hadir sejak kecil dan tetap menjadi bagian dari perjalanan panjang penulis hingga saat ini. Terima kasih untuk setiap tawa, tangis, dukungan, dan kebersamaan yang mungkin terlihat sederhana, tetapi memiliki arti yang begitu besar. Terima kasih telah menjadi rumah bagi cerita-cerita yang tidak selalu mudah untuk diceritakan, menjadi telinga bagi setiap keluh kesah, dan menjadi alasan untuk tetap tertawa ketika hari-hari terasa berat. Terima kasih telah membuat perjalanan panjang ini terasa sedikit lebih ringan dan dunia terasa sedikit lebih hangat. Semoga persahabatan ini selalu menemukan jalannya untuk tetap tumbuh, meskipun waktu dan keadaan kelak membawa kita pada jalan masing-masing
15. Sahabat kuliah, Ardha, Dea, dan Jaqueline. Terima kasih telah menjadi bagian dari perjalanan perkuliahan yang begitu berarti. Terima kasih telah bersedia bertumbuh bersama, berbagi keluh kesah, saling menguatkan, dan dengan tulus bersedia direpotkan dalam berbagai hal. Terima kasih untuk setiap dukungan, motivasi, perhatian, dan tawa yang membuat perjalanan ini terasa lebih ringan. Semoga segala kebaikan yang telah diberikan kembali dalam bentuk kebahagiaan, dan semoga langkah kita setelah ini selalu dipertemukan dengan hal-hal baik.
16. Sahabat semasa SMA, Bella, Harning, dan Intan. Terima kasih tetap hadir dalam perjalanan penulis, meskipun waktu dan jarak membawa kita pada kesibukan masing-masing. Terima kasih untuk setiap semangat, dukungan, motivasi, dan tawa yang selalu dibagikan. Semoga persahabatan ini tetap hangat dan selalu menemukan jalannya untuk terus tumbuh, sejauh apa pun langkah kita nanti.
17. Pejuang Pemrograman, terkhusus Nafal dan Najih, terima kasih telah menjadi bagian dari perjalanan penulis dalam belajar, bertumbuh, dan

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

berproses. Terima kasih atas setiap ilmu, bantuan, dukungan, dan tawa yang dibagikan. Semoga setiap langkah yang kita tempuh membawa kita pada kesuksesan dan kesempatan untuk terus berkembang.

18. Rekan satu bimbingan, terima kasih telah menjadi teman dalam setiap proses bimbingan, berbagi cerita, saling membantu, dan menguatkan selama penyusunan skripsi. Semoga segala proses yang telah dilalui menjadi bagian indah dari perjalanan kita.
19. Teman-teman angkatan 2022, terima kasih telah menjadi bagian dari perjalanan perkuliahan penulis, atas kebersamaan, dukungan, dan berbagai cerita yang telah dilalui bersama. Semoga segala langkah yang kita tempuh setelah ini selalu dipenuhi kelancaran dan kebaikan.
20. Teruntuk Jokam Kopi, Mas Dito dan Mas Nuzul. Terima kasih telah menjadi tempat yang senantiasa menemani perjalanan perkuliahan penulis, menjadi ruang untuk berproses, beristirahat, berbagi cerita, dan menumbuhkan tawa dalam berbagai suasana. Terima kasih telah menjadi bagian dari perjalanan yang akan selalu penulis kenang dengan hangat. Semoga Jokam Kopi terus berkembang, senantiasa dipenuhi keberkahan, dan menjadi tempat yang nyaman bagi setiap cerita yang tumbuh di dalamnya.
21. Seluruh pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan dalam proses penyusunan skripsi ini. Terima kasih atas segala kebaikan dan bantuan yang telah diberikan. Semoga Allah Swt. membalas setiap kebaikan dengan keberkahan dan kebaikan yang berlipat.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 10 Agustus 2026

Penulis

DAFTAR ISI

SKRIPSI ..... **i**

HALAMAN PENGESAHAN ..... **iii**

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN ..... **iv**

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI ..... **v**

HALAMAN PERSEMBAHAN ..... **vi**

HALAMAN MOTTO ..... **vii**

PRAKATA ..... **viii**

DAFTAR ISI ..... **xiii**

DAFTAR TABEL ..... **xviii**

DAFTAR GAMBAR ..... **xix**

DAFTAR LAMPIRAN ..... **xx**

DAFTAR SIMBOL ..... **xxi**

INTISARI ..... **xxiii**

ABSTRACT ..... **xxiv**

BAB I PENDAHULUAN **1**

1.1 Latar Belakang 1

1.2 Batasan Masalah 7

1.3 Rumusan Masalah 7

1.4 Tujuan Penelitian 7

1.5 Manfaat Penelitian 8

1.6 Tinjauan Pustaka 9

1.7 Sistematika Penelitian 13

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB II LANDASAN TEORI 15

2.1 Matriks 15

2.1.1 Definisi Matriks 15

2.1.2 Operasi Matriks 16

2.1.3 Determinan dan Invers Matriks 19

2.1.4 Nilai Eigen dan Vektor Eigen 21

2.2 Distribusi Multivariat 22

2.2.1 Vektor Rata-rata (*Mean Vector*) 22

2.2.2 Matriks Kovarian 23

2.2.3 Jarak Mahalanobis (*Mahalanobis Distance*) 23

2.2.4 Distribusi Normal Multivariat 24

2.3 Analisis Diskriminan 25

2.3.1 Asumsi Analisis Diskriminan 26

2.3.2 Fungsi Diskriminan 27

2.3.3 *Linear Discriminant Analysis* (LDA) 28

2.3.4 Estimasi Parameter *Linear Discriminant Analysis* (LDA) 30

2.3.5 *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) 36

2.3.6 Evaluasi Kinerja Klasifikasi 38

2.4 *Outlier* Multivariat 39

2.4.1 Dampak *Outlier* terhadap Vektor Rata-rata 40

2.4.2 Dampak *Outlier* terhadap Matriks Kovarian 41

2.4.3 Jarak Mahalanobis sebagai Detektor *Ourlier* Multivariat 41

2.5 Statistika *Robust* 42

2.5.1 Konsep Statistika *Robust* dan *Breakdown Point* 42

2.5.2 Keterbatasan Estimator Klasik terhadap *Outlier* 43

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2.6 *Minimum Covariance Determinant* (MCD) 44
2.6.1 Definisi *Minimum Covariance Determinant* (MCD)..... 44
2.6.2 Estimasi Vektor Rata-rata dan Matriks Kovarian secara *Robust* 45
2.6.3 Algoritma FAST-MCD..... 47
2.6.4 *Robust Mahalanobis Distance* 48
2.7 Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust* 49
2.7.1 Formulasi QDA dengan Kovarian MCD 50
2.7.2 Prosedur Klasifikasi pada QDA *Robust*..... 51
2.7.3 Perbandingan QDA Klasik dan QDA *Robust* 51
2.8 Tingkat Kemiskinan 52
2.8.1 Angka Harapan Hidup (AHH) 53
2.8.2 Pengeluaran Per Kapita Disesuaikan 54
2.8.3 Rata-rata Lama Sekolah (RLS)..... 54
2.8.4 Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT)..... 55
2.8.5 Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Akses terhadap Sanitasi Layak 56
BAB III METODE PENELITIAN 58
3.1 Jenis dan Sumber Data 58
3.2 Variabel Penelitian..... 59
3.3 Metode Analisis Data 61
3.4 *Flowchart* Penelitian 63
BAB IV PEMBAHASAN..... 65
4.1 Pembentukan Model QDA Klasik 65
4.1.1 Estimasi Parameter Model QDA Klasik 66
4.1.2 Pembentukan Fungsi Diskriminan QDA Klasik..... 69

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

4.2 Pembentukan Model QDA *Robust*-MCD 71
4.2.1 Estimasi Parameter Model QDA *Robust*-MCD 72
4.2.2 Pembentukan Fungsi Diskriminan QDA *Robust*-MCD 73
4.3 Evaluasi Model Klasifikasi 75
4.3.1 *Apparent Error Rate* (APER) 75
4.3.2 Akurasi Klasifikasi 76
BAB V STUDI KASUS 78
5.1 Deskripsi Data Penelitian 78
5.1.1 Pembentukan Variabel Respon 78
5.1.2 Analisis Deskriptif 80
5.2 Pemeriksaan Asumsi Data 82
5.2.1 Uji Normalitas Multivariat 82
5.2.2 Deteksi *Outlier* Multivariat 84
5.3 Implementasi Model QDA Klasik 87
5.3.1 Estimasi Parameter Fungsi Diskriminan 87
5.3.2 Pembentukan Fungsi Diskriminan 91
5.4 Implementasi Model QDA *Robust*-MCD 92
5.4.1 Estimasi Parameter Fungsi Diskriminan *Robust* 92
5.4.2 Pembentukan Fungsi Diskriminan *Robust* 95
5.5 Evaluasi dan Perbandingan Model 97
5.5.1 *Apparent Error Rate* (APER) 97
5.5.2 Akurasi Klasifikasi 98
5.5.3 Perbandingan Kinerja Model 98
5.6 Pembahasan Hasil Penelitian 100
BAB VI PENUTUP 104

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

6.1 Kesimpulan 104
6.2 Saran 105
DAFTAR PUSTAKA 107
LAMPIRAN I

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka 11
Tabel 3. 1 Variabel Penelitian 59
Tabel 5. 1 Distribusi Klasifikasi Tingkat Kemiskinan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur Tahun 2024 79
Tabel 5. 2 Rentang Persentase Penduduk Miskin pada Setiap Kategori Tingkat Kemiskinan 80
Tabel 5. 3 Statistik Deskriptif Variabel Penelitian Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur Tahun 2024 81
Tabel 5. 4 Hasil Uji Normalitas Multivariat Menggunakan Henze-Zirkler 83
Tabel 5. 5 Hasil Uji Normalitas Univariat Menggunakan Anderson-Darling 83
Tabel 5. 6 Kabupaten/Kota yang Teridentifikasi sebagai Outlier Multivariat 85
Tabel 5. 7 Probabilitas Prior pada Model QDA Klasik 87
Tabel 5. 8 Konstanta Fungsi Diskriminan QDA Klasik 90
Tabel 5. 9 Probabilitas Prior pada Model QDA Robust-MCD 93
Tabel 5. 10 Konstanta Fungsi Diskriminan QDA Robust-MCD 95
Tabel 5. 11 Perbandingan Nilai Apparent Error Rate (APER) 97
Tabel 5. 12 Perbandingan Akurasi Klasifikasi Model 98
Tabel 5. 13 Perbandingan Kinerja Model Klasifikasi 99

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3. 1 Flowchart Penelitian 64
Gambar 3. 2 Flowchart Penelitian 64
Gambar 5. 1 Plot Chi-Square Jarak Mahalanobis 86

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur Tahun 2024. I
Lampiran 2. Source Code Analisis Menggunakan Software R III
Lampiran 3. Nilai Mahalanobis Distance Seluruh Observasi XXX
Lampiran 4. Matriks *A* Model QDA Klasik XXXII
Lampiran 5. Matriks *A* Model QDA Robust-MCD XXXIII
Lampiran 6. Hasil Klasifikasi dan Confusion Matrix XXXIV

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR SIMBOL

X	: Matriks data berukuran $n \times p$
x	: Vektor pengamatan
x_i	: Vektor pengamatan ke-i
x_{ij}	: Nilai variabel ke-j pada pengamatan ke-i
n	: Banyaknya observasi
p	: Banyaknya variabel prediktor
g	: Banyaknya kelompok klasifikasi
i	: Indeks observasi, $i = 1,2, \dots, n$
j	: Indeks variabel, $j = 1,2, \dots, p$
k	: Indeks kelompok klasifikasi, $k = 1,2, \dots, g$
μ_k	: Vektor rata-rata populasi kelompok ke-k
$\hat{\mu}_k$	: Estimasi vektor rata-rata kelompok ke-k
$\hat{\mu}_{MCD,k}$	: Estimasi vektor rata-rata *robust* kelompok ke-k menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD)
$\bar{x}$	: Vektor rata-rata sampel
Σ_k	: Matriks kovarian populasi kelompok ke-k
$\hat{\Sigma}_k$	: Estimasi matriks kovarian kelompok ke-k
$\hat{\Sigma}_{MCD,k}$	: Estimasi matriks kovarian *robust* kelompok ke-k menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD)
S	: Matriks kovarian sampel
Σ_k^{-1}	: Invers matriks kovarian kelompok ke-k
π_k	: Probabilitas prior kelompok ke-k
$\delta_k(x)$	: Fungsi diskriminan kuadratik untuk kelompok ke-k
A_k	: Matriks koefisien kuadratik pada fungsi diskriminan kelompok ke-k
$\hat{A}_k$	: Estimasi matriks koefisien kuadratik pada fungsi diskriminan kelompok ke-k

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

b_k	: Vektor koefisien linear pada fungsi diskriminan kelompok ke-k
$\hat{b}_k$	: Estimasi vektor koefisien linear pada fungsi diskriminan kelompok ke-k
c_k	: Konstanta pada fungsi diskriminan kelompok ke-k
$\hat{c}_k$	: Estimasi konstanta pada fungsi diskriminan kelompok ke-k
d_i^2	: Jarak Mahalanobis kuadrat observasi ke-i
$\chi^2_{(\alpha,p)}$	: Nilai kritis distribusi *chi-square* dengan derajat bebas sebesar p pada taraf signifikansi α
α	: taraf signifikansi
$\det(.)$	: Operator determinan suatu matriks
$\ln(.)$	: Logaritma natural
$(.)^T$	: Operator transpose suatu vektor atau matriks
h	: Banyaknya observasi yang digunakan dalam subset estimator MCD
$(.)^{-1}$	: Operator invers matriks

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

INTISARI

ANALISIS DISKRIMINAN KUADRATIK *ROBUST* DENGAN ESTIMATOR *MINIMUM COVARIANCE DETERMINANT* (MCD)

(Studi Kasus: Klasifikasi Tingkat Kemiskinan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur Tahun 2024)

Oleh

Fernanda Devita Sukma

22106010083

Ketimpangan tingkat kemiskinan antar kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur memerlukan metode klasifikasi yang mampu mengelompokkan wilayah secara akurat sebagai dasar penyusunan kebijakan yang tepat sasaran. *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) merupakan salah satu metode klasifikasi multivariat yang mampu mengakomodasi perbedaan matriks kovarian antarkelompok, namun estimasi parameternya sensitif terhadap keberadaan *outlier*. Penelitian ini bertujuan membandingkan kinerja klasifikasi QDA klasik dan QDA *robust* menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD) dalam mengklasifikasikan tingkat kemiskinan 38 kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur Tahun 2024 berdasarkan lima indikator sosial-ekonomi. Analisis dilakukan melalui pengujian normalitas multivariat menggunakan uji *Henze–Zirkler*, deteksi *outlier* menggunakan jarak Mahalanobis, pembentukan model QDA klasik dan QDA *Robust*-MCD, serta evaluasi menggunakan *Apparent Error Rate* (APER) dan akurasi klasifikasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa data tidak memenuhi asumsi normalitas multivariat dan teridentifikasi tiga observasi *outlier* dari 38 kabupaten/kota yang dianalisis. QDA klasik menghasilkan akurasi klasifikasi sebesar 78,95% dengan APER sebesar 0,2105, sedangkan QDA *Robust*-MCD menghasilkan akurasi sebesar 71,05% dengan APER sebesar 0,2895. Hasil perbandingan menunjukkan bahwa QDA klasik menghasilkan kinerja klasifikasi yang lebih baik dibandingkan QDA *Robust*-MCD berdasarkan nilai akurasi dan APER. Dengan demikian, pada data penelitian ini, penggunaan estimator MCD belum memberikan peningkatan kinerja klasifikasi dibandingkan metode QDA klasik.

Kata Kunci: Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust*, klasifikasi kemiskinan, *Minimum Covariance Determinant, outlier.*

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

ABSTRACT

ROBUST QUADRATIC DISCRIMINANT ANALYSIS USING THE MINIMUM COVARIANCE DETERMINANT (MCD) ESTIMATOR

(Case Study: Poverty Level Classification of Regencies/Municipalities in East Java Province, 2024)

By

Fernanda Devita Sukma

22106010083

Disparities in poverty levels among regencies/cities in East Java Province require a classification method capable of accurately grouping regions to support the formulation of appropriately targeted policies. Quadratic Discriminant Analysis (QDA) is a multivariate classification method that accommodates differences in covariance matrices among groups; however, its parameter estimation is sensitive to the presence of outliers. This study aims to compare the classification performance of classical QDA and robust QDA using the Minimum Covariance Determinant (MCD) estimator in classifying the poverty levels of 38 regencies/cities in East Java Province in 2024 based on five socioeconomic indicators. The analysis consisted of multivariate normality testing using the Henze–Zirkler test, outlier detection using Mahalanobis distance, construction of classical QDA and QDA Robust-MCD models, and model evaluation using the Apparent Error Rate (APER) and classification accuracy. The results showed that the data did not satisfy the multivariate normality assumption, and three outlier observations were identified among the 38 regencies/cities analyzed. Classical QDA achieved a classification accuracy of 78.95% with an APER of 0.2105, whereas QDA Robust-MCD achieved an accuracy of 71.05% with an APER of 0.2895. The comparison results indicate that classical QDA provided better classification performance than QDA Robust-MCD based on both classification accuracy and APER. Thus, for the data analyzed in this study, the use of the MCD estimator did not result in improved classification performance compared with classical QDA.

Keywords: Robust Quadratic Discriminant Analysis, poverty classification, Minimum Covariance Determinant, outlier.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan ilmu statistika mendorong penggunaan analisis multivariat sebagai pendekatan yang mampu menjelaskan hubungan antar banyak variabel secara simultan, berbeda dengan analisis univariat yang hanya mengkaji satu variabel pada satu waktu. Analisis multivariat digunakan ketika suatu fenomena tidak dapat dijelaskan secara memadai hanya melalui satu variabel, melainkan memerlukan kombinasi beberapa variabel pengamatan yang saling berkaitan (Rencher, 2002). Pendekatan ini banyak diterapkan di berbagai bidang, seperti ekonomi, kesehatan, pendidikan, dan sosial, mengingat sebagian besar fenomena pada bidang tersebut bersifat multidimensional dan dipengaruhi oleh banyak faktor sekaligus.

Secara umum, teknik analisis multivariat dapat dikelompokkan menjadi dua kategori berdasarkan ada tidaknya pembedaan peran variabel, yaitu teknik dependensi (*dependence techniques*) dan teknik interdependensi (*interdependence techniques*) (Hair et al., 2019). Teknik dependensi digunakan apabila terdapat satu atau beberapa variabel dependen yang dijelaskan berdasarkan variabel independen. Beberapa metode yang termasuk dalam teknik dependensi antara lain regresi berganda, analisis diskriminan, dan regresi logistik. Regresi berganda digunakan ketika variabel dependen berskala metrik, sedangkan analisis diskriminan dan regresi logistik digunakan pada permasalahan dengan variabel dependen berskala kategorik (Hair et al., 2019). Teknik interdependensi digunakan apabila tidak terdapat pembedaan antara variabel dependen dan independen, melainkan berfokus pada struktur hubungan antar variabel atau antar objek pengamatan secara keseluruhan, seperti pada analisis komponen utama, analisis faktor, dan analisis klaster.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Penelitian ini berfokus pada permasalahan klasifikasi, yaitu penetapan objek pengamatan ke dalam kategori yang telah ditentukan sebelumnya berdasarkan variabel prediktor. Permasalahan tersebut termasuk ke dalam teknik dependensi karena melibatkan satu variabel respon berskala kategorik dan beberapa variabel prediktor berskala metrik. Salah satu metode yang sesuai untuk permasalahan tersebut adalah analisis diskriminan. Analisis diskriminan digunakan untuk membentuk aturan klasifikasi berdasarkan kombinasi variabel prediktor sehingga suatu objek dapat ditempatkan ke dalam kelompok yang telah ditentukan (Johnson & Wichern, 2007).

Analisis diskriminan terdiri atas *Linear Discriminant Analysis* (LDA) dan *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA). Perbedaan utama antara kedua metode tersebut terletak pada asumsi matriks kovarian antar kelompok. LDA mengasumsikan bahwa setiap kelompok memiliki matriks kovarian yang sama, sedangkan QDA memungkinkan setiap kelompok memiliki matriks kovarian yang berbeda (Hastie et al., 2009). Dengan demikian, QDA memberikan fleksibilitas yang lebih besar dalam memodelkan perbedaan struktur penyebaran data antar kelompok. Dalam penelitian ini, QDA digunakan untuk mengklasifikasikan kabupaten/kota ke dalam kategori tingkat kemiskinan berdasarkan beberapa indikator sosial ekonomi.

Meskipun QDA memiliki keunggulan dalam fleksibilitas, metode ini sangat bergantung pada estimasi parameter, khususnya vektor rata-rata dan matriks kovarian pada setiap kelompok. Estimasi parameter tersebut umumnya dilakukan menggunakan metode klasik, yaitu rata-rata sampel dan matriks kovarian sampel, yang bekerja optimal apabila data memenuhi asumsi distribusi normal multivariat dan bebas dari pengamatan menyimpang. Data yang digunakan pada berbagai bidang aplikasi, terutama data sosial ekonomi, seringkali mengandung pencilan (*outlier*), khususnya pada data multivariat. *Outlier* multivariat merupakan observasi yang memiliki karakteristik jauh berbeda dibandingkan dengan mayoritas data lainnya, sehingga dapat memengaruhi struktur data secara keseluruhan (Johnson & Wichern, 2007).

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Keberadaan *outlier* multivariat memberikan dampak yang signifikan terhadap hasil analisis diskriminan. Kehadirannya dapat menyebabkan estimasi vektor rata-rata menjadi bias dan matriks kovarian mengalami distorsi, padahal kedua komponen tersebut merupakan parameter utama dalam pembentukan fungsi diskriminan pada QDA. Distorsi parameter tersebut berpotensi menurunkan akurasi klasifikasi dan meningkatkan kemungkinan terjadinya kesalahan klasifikasi. Kondisi ini menunjukkan bahwa penggunaan estimator klasik menjadi kurang memadai ketika data mengandung *outlier* multivariat, sehingga diperlukan pendekatan estimasi parameter yang lebih tahan terhadap pengaruh pengamatan ekstrem.

Statistika *robust* dikembangkan sebagai solusi keterbatasan estimator klasik tersebut. Pendekatan *robust* bertujuan menghasilkan estimasi parameter yang tetap stabil meskipun terdapat penyimpangan data atau observasi ekstrem, dengan mengurangi pengaruh pengamatan yang tidak merepresentasikan mayoritas data (Rousseeuw & Van Driessen, 1999). Kemampuan suatu estimator *robust* dalam menahan pengaruh *outlier* umumnya diukur melalui *breakdown point*, yaitu proporsi maksimum data terkontaminasi yang masih dapat ditoleransi sebelum estimator menghasilkan nilai yang tidak layak digunakan.

Berbagai estimator *robust* telah dikembangkan untuk mengurangi pengaruh *outlier* terhadap estimasi parameter multivariat, masing-masing dengan karakteristik *breakdown point* dan efisiensi yang berbeda. Upaya awal ke arah ini ditandai dengan munculnya M-estimator, yang berupaya meredam pengaruh pengamatan ekstrem melalui pembobotan terhadap residual. Namun, pendekatan ini masih memiliki keterbatasan mendasar ketika diterapkan pada data berdimensi banyak, karena *breakdown point* yang dihasilkan cenderung rendah sehingga ketahanan terhadap *outlier* multivariat masih terbatas (Rousseeuw & Van Driessen, 1999). Keterbatasan tersebut kemudian mendorong pengembangan estimator alternatif seperti *Minimum Volume Ellipsoid* (MVE), yang bekerja dengan mencari ellipsoid bervolume minimum

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

yang mencakup mayoritas data, serta estimator S yang dibangun atas dasar minimisasi ukuran skala terhadap residual multivariat. Estimator MM selanjutnya diperkenalkan sebagai upaya menggabungkan *breakdown point* tinggi dari estimator S dengan tingkat efisiensi yang lebih baik. Meskipun demikian, estimator-estimator tersebut umumnya masih menghadapi kendala komputasi yang tidak sederhana, khususnya pada data berukuran besar atau berdimensi tinggi.

Di antara estimator-estimator *robust* yang telah dikembangkan, *Minimum Covariance Determinant* (MCD) dinilai sebagai pilihan yang relatif lebih unggul untuk diterapkan pada permasalahan estimasi parameter multivariat. Keunggulan tersebut terletak pada kombinasi *breakdown point* yang tinggi dengan ketersediaan algoritma FAST-MCD yang secara komputasi jauh lebih efisien dibandingkan estimator *robust* sebelumnya (Rousseeuw & Van Driessen, 1999). Prinsip kerja MCD adalah mencari subset pengamatan berukuran tertentu yang menghasilkan determinan matriks kovarian paling minimum, sehingga subset tersebut dapat dianggap merepresentasikan struktur data mayoritas tanpa terpengaruh oleh observasi menyimpang. Karakteristik inilah yang menjadikan *Minimum Covariance Determinant* (MCD) lebih banyak dipilih dibandingkan M-estimator, MVE, S, maupun MM, terutama ketika efisiensi komputasi menjadi pertimbangan penting selain ketahanan terhadap *outlier*.

Penggunaan estimator MCD pada analisis diskriminan memungkinkan dibentuknya pendekatan *Quadratic Discriminant Analysis robust*, yaitu QDA yang menggunakan estimasi vektor rata-rata dan matriks kovarian secara *robust* dalam pembentukan fungsi diskriminan. Pendekatan ini diharapkan mampu menghasilkan klasifikasi yang lebih stabil dan akurat dibandingkan QDA klasik, khususnya pada data yang mengandung *outlier* multivariat. Integrasi antara QDA dan estimator MCD menjadi alternatif metode yang relevan untuk mengatasi keterbatasan pendekatan diskriminan klasik, dibandingkan dengan estimator *robust* lain seperti M-estimator, MVE, maupun estimator S,

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

mengingat MCD menawarkan keseimbangan yang lebih baik antara ketahanan terhadap *outlier* dan efisiensi komputasi.

Beberapa penelitian menunjukkan bahwa penggunaan estimator *robust* dalam analisis diskriminan dapat meningkatkan performa klasifikasi pada data terkontaminasi *outlier*. Khiqmah et al. (2015) menunjukkan bahwa diskriminan kuadratik *robust* berbasis MCD memberikan tingkat akurasi klasifikasi yang lebih baik dibandingkan metode klasik pada kondisi tertentu. Hasil tersebut menunjukkan bahwa penggunaan estimator *robust* layak dipertimbangkan sebagai alternatif dalam permasalahan klasifikasi multivariat.

Kemiskinan dipilih sebagai studi kasus dalam penelitian ini karena merupakan permasalahan sosial ekonomi yang berkaitan dengan berbagai karakteristik kehidupan masyarakat. Badan Pusat Statistika (2020) menyajikan data dan informasi mengenai kemiskinan pada tingkat kabupaten/kota beserta indikator atau variabel lain yang terkait dengan isu kemiskinan. Hal tersebut menunjukkan bahwa pengkajian kemiskinan pada tingkat kabupaten/kota dapat melibatkan berbagai indikator sosial ekonomi yang menggambarkan karakteristik wilayah.

Secara empiris, persentase penduduk miskin di Provinsi Jawa Timur pada Maret 2024 tercatat sebesar 9,79%, dengan jumlah penduduk miskin mencapai sekitar 3,98 juta jiwa (Badan Pusat Statistika, 2025). Kondisi kemiskinan tersebut menunjukkan adanya perbedaan karakteristik antarwilayah di Provinsi Jawa Timur. Perbedaan kondisi sosial ekonomi antar kabupaten/kota tersebut menjadi dasar yang relevan untuk melakukan pengelompokan wilayah berdasarkan tingkat kemiskinan menggunakan pendekatan klasifikasi multivariat.

Berdasarkan pertimbangan tersebut, penelitian ini menggunakan data kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur tahun 2024 yang bersumber dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Timur. Variabel respon (Y) yang digunakan adalah kategori tingkat kemiskinan kabupaten/kota yang dibentuk berdasarkan persentase penduduk miskin dan dikategorikan menjadi

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

tiga kelompok menggunakan pendekatan tertil (*equal frequency*), yaitu tingkat kemiskinan rendah, sedang, dan tinggi.

Adapun variabel prediktor (X) yang digunakan meliputi Angka Harapan Hidup (AHH), Pengeluaran Per Kapita Disesuaikan, Rata-rata Lama Sekolah (RLS), Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), serta Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Akses terhadap Sanitasi Layak. Pemilihan indikator tersebut didasarkan pada karakteristiknya sebagai indikator sosial ekonomi dan kesejahteraan yang tersedia pada tingkat kabupaten/kota serta relevan untuk menggambarkan kondisi sosial ekonomi wilayah. Badan Pusat Statistika (2020) secara khusus menyajikan indikator dan variabel yang berkaitan dengan isu kemiskinan pada tingkat kabupaten/kota, sehingga penggunaan indikator sosial ekonomi sebagai variabel prediktor dalam pengkajian karakteristik kemiskinan memiliki dasar empiris dari penyediaan data statistik resmi.

Penerapan dan perbandingan antara QDA klasik dengan QDA *robust* berbasis MCD masih menarik untuk dikaji lebih lanjut, khususnya pada data sekunder multivariat yang berpotensi mengandung *outlier.* Penelitian terdahulu, seperti yang dilakukan oleh Khiqmah et al. (2015), menunjukkan bahwa diskriminan kuadratik *robust* berbasis MCD dapat memberikan hasil klasifikasi yang lebih baik dibandingkan metode klasik pada kondisi tertentu. Namun, hasil tersebut tidak serta-merta menunjukkan bahwa metode *robust* akan selalu menghasilkan kinerja klasifikasi yang lebih baik pada setiap data. Oleh karena itu, diperlukan pengujian empiris pada karakteristik data yang berbeda untuk mengetahui bagaimana kinerja QDA klasik dan QDA *Robust*-MCD ketika diterapkan pada data tingkat kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini dilakukan untuk menerapkan metode *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) klasik dan *Quadratic Discriminant Analysis robust* menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD), serta membandingkan kinerja kedua metode dalam mengklasifikasikan tingkat kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

tahun 2024. Perbandingan dilakukan untuk mengetahui metode yang memberikan hasil klasifikasi lebih baik berdasarkan ukuran kinerja yang digunakan dalam penelitian.

1.2 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya pembahasan, batasan masalah dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut:

1. Penelitian dibatasi pada penerapan *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) klasik dan *Quadratic Discriminant Analysis robust* dengan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD).
2. Deteksi *outlier* multivariat dilakukan menggunakan *Mahalanobis Distance.*
3. Evaluasi dan perbandingan kinerja klasifikasi dibatasi berdasarkan akurasi klasifikasi yang diperoleh.
4. Penerapan metode dibatasi pada pengklasifikasian tingkat kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur tahun 2024 menggunakan variabel-variabel sosial ekonomi yang diteliti.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, rumusan masalah dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana pembentukan model Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust* menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD)?
2. Bagaimana penerapan model Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust* dengan estimator MCD dalam mengklasifikasikan tingkat kemiskinan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur tahun 2024?
3. Bagaimana interpretasi hasil pengelompokan dan perbandingan tingkat akurasi klasifikasi antara Analisis Diskriminan Kuadratik klasik dengan Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust* (MCD) pada data tingkat kemiskinan 2024 ?

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disusun, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

1. Menjelaskan pembentukan model Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust* menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD).
2. Menerapkan model Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust* dengan estimator MCD untuk mengklasifikasikan tingkat kemiskinan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur tahun 2024.
3. Menginterpretasikan hasil pengelompokan serta membandingkan tingkat akurasi klasifikasi antara Analisis Diskriminan Kuadratik klasik dengan Analisis Diskriminan Kuadratik *Robust* (MCD) pada data tingkat kemiskinan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur tahun 2024.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat baik secara teoretis maupun praktis. Secara teoretis, penelitian ini diharapkan dapat memperkaya kajian statistika multivariat, khususnya mengenai penerapan *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) klasik dan QDA *robust* menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD) dalam klasifikasi data multivariat yang mengandung *outlier*. Penelitian ini juga diharapkan dapat memberikan pemahaman mengenai penggunaan estimator MCD dalam memperoleh estimasi parameter yang lebih *robust* terhadap *outlier* serta memberikan gambaran mengenai perbandingan kinerja QDA klasik dan QDA *robust*-MCD dalam melakukan klasifikasi.

Secara praktis, penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi mengenai klasifikasi kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur berdasarkan tingkat kemiskinan dengan mempertimbangkan beberapa karakteristik sosial dan ekonomi wilayah. Hasil klasifikasi tersebut diharapkan dapat menjadi salah satu bahan pertimbangan bagi pemerintah dalam memahami karakteristik wilayah berdasarkan tingkat kemiskinan serta mendukung penyusunan kebijakan penanggulangan kemiskinan yang lebih tepat sasaran. Selain itu, hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan analisis diskriminan, statistika *robust*, dan klasifikasi data multivariat.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

1.6 Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka memuat beberapa hasil penelitian terdahulu yang berkaitan dengan penerapan *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) *robus*t menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD). Penelitian-penelitian tersebut digunakan sebagai landasan untuk memahami pengaruh *outlier* multivariat terhadap proses klasifikasi serta penerapan pendekatan *robust* dalam analisis diskriminan multivariat. Selain itu, penelitian terdahulu digunakan sebagai acuan dalam menentukan metode, tahapan analisis, serta evaluasi klasifikasi pada penelitian ini.

Penelitian yang dilakukan oleh Rosilana Anita dari Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta pada tahun 2023 dengan judul "Analisis Diskriminan Kuadratik dengan Metode Klasik dan *Robust* (Studi Kasus: Pengklasifikasian Kemiskinan Masyarakat Kabupaten/Kota di Jawa Timur Tahun 2020)" bertujuan membandingkan metode diskriminan kuadratik klasik dan *robust* menggunakan estimator *Fast-MCD* pada data kemiskinan kabupaten/kota di Jawa Timur. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode diskriminan kuadratik *robust* menghasilkan performa klasifikasi yang lebih baik dibandingkan metode klasik pada data yang mengandung *outlier* multivariat.

Penelitian oleh Wiwin Amalia Ritonga dari Departemen Matematika Universitas Gadjah Mada dengan judul "Analisis Diskriminan Linear *Robust* Menggunakan Estimator Minimum Covariance Determinant" membahas penerapan estimator MCD pada analisis diskriminan linear *robust*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa analisis diskriminan linear robust menggunakan estimator MCD memberikan hasil klasifikasi yang lebih baik dibandingkan analisis diskriminan linear klasik, yang ditunjukkan oleh nilai *Apparent Error Rate* (APER) yang lebih kecil.

Penelitian yang dilakukan oleh Cindyana Julita dari Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta pada tahun 2021 dengan judul "Analisis Korelasi Kanonik

Robust dengan Metode *Minimum Covariance Determinant* (MCD)" membahas penerapan estimator MCD pada analisis multivariat *robust*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa estimator MCD mampu meminimalkan pengaruh *outlier* sehingga estimasi parameter yang dihasilkan lebih representatif terhadap struktur utama data.

Penelitian yang dilakukan oleh Ully Martha, Dodi Vionanda, Dony Permana, dan Zilrahmi dalam jurnal *UNP Journal of Statistics and Data Science* Volume 2 Nomor 4 Tahun 2024 yang berjudul *"Comparison of Quadratic Discriminant Analysis with Robust Quadratic Discriminant Analysis"* membahas perbandingan kinerja metode *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) klasik dan *Robust Quadratic Discriminant Analysis* pada data yang mengandung pengamatan ekstrem. Penelitian tersebut menggunakan data *Iris* sebagai objek klasifikasi untuk mengevaluasi performa kedua metode berdasarkan tingkat kesalahan klasifikasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode *Robust* QDA memberikan performa klasifikasi yang lebih baik dibandingkan QDA klasik. Penggunaan estimator *robust* pada matriks kovarian mampu menghasilkan proses klasifikasi yang lebih stabil terhadap keberadaan *outlier* sehingga tingkat kesalahan klasifikasi menjadi lebih kecil dibandingkan metode QDA klasik.

Penelitian yang dilakukan oleh Afianti Sonya Kurniasari, Diah Safitri, dan Sudarno pada tahun 2014 dalam *Jurnal Gaussian*, Volume 3, Nomor 1, dengan judul "Pemisahan Desa/Kelurahan di Kabupaten Semarang Menurut Status Daerah Menggunakan Analisis Diskriminan Kuadratik Klasik dan Diskriminan Kuadratik *Robust*", membahas penerapan analisis diskriminan kuadratik klasik dan *robust* untuk mengklasifikasikan desa/kelurahan di Kabupaten Semarang ke dalam kelompok perkotaan dan perdesaan. Penelitian tersebut menggunakan data Potensi Desa tahun 2011 dan menerapkan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD) untuk memperoleh estimasi parameter yang lebih *robust* terhadap *outlier*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa data yang digunakan mengandung *outlier* multivariat sehingga

pendekatan QDA *robust* lebih sesuai dibandingkan QDA klasik. Berdasarkan hasil klasifikasi, QDA *robust* menghasilkan tingkat ketepatan klasifikasi sebesar 89,79%, sedangkan QDA klasik menghasilkan ketepatan sebesar 87,23%. Hasil tersebut menunjukkan bahwa penggunaan estimator MCD dapat meningkatkan ketepatan klasifikasi dibandingkan dengan pendekatan QDA klasik.

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka

Nama Peneliti	Judul	Metode	Objek Penelitian
Rosilana Anita (2023)	Analisis Diskriminan Kuadratik dengan Metode Klasik dan *Robust* (Studi Kasus: Pengklasifikasian Kemiskinan Masyarakat Kabupaten/Kota di Jawa Timur Tahun 2020)	*Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) klasik dan *Robust* QDA dengan estimator *FAST-MCD*	Data kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur Tahun 2020
Wiwin Amalia Ritonga (2017)	Analisis Diskriminan Linear *Robust* Menggunakan Estimator *Minimum Covariance Determinant*	Analisis Diskriminan Linear *Robust* menggunakan estimator MCD	Klasifikasi status keberadaan virus *dengue* dalam darah pasien di Rumah Sakit dr. Asmir Salatiga pada bulan Desember 2014 s.d Januari 2015

STATE ISLAMIC UNIVERSITY SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA

Nama Peneliti	Judul	Metode	Objek Penelitian
Cindyana Julita (2021)	Analisis Korelasi Kanonik *Robust* dengan Metode *Minimum Covariance Determinant* (MCD)	Analisis Korelasi Kanonik *Robust* dengan estimator MCD	Hubungan struktur ekonomi terhadap kesejahteraan rakyat di Provinsi Jawa Tengah Tahun 2018
Ully Martha, Dodi Vionanda, Dony Permana, dan Zilrahmi (2024)	*Comparison of Quadratic Discriminant Analysis with Robust Quadratic Discriminant Analysis*	*Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) dan *Robust Quadratic Discriminant Analysis* (RQDA)	Data *Iris* dari Kaggle
Afianti Sonya Kurniasari, Diah Safitri, dan Sudarno (2014)	Pemisahan Desa/Kelurahan di Kabupaten Semarang Menurut Status Daerah Menggunakan Analisis Diskriminan Kuadratik Klasik dan Diskriminan Kuadratik *Robust*	Analisis Diskriminan Kuadratik Klasik dan *Robust* dengan estimator MCD	Data Potensi Desa Kabupaten Semarang Tahun 2011

STATE ISLAMIC UNIVERSITY SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA

Nama Peneliti	Judul	Metode	Objek Penelitian
Fernanda Devita Sukma	Analisis Diskriminan Kuadratik (QDA) *Robust* dengan Estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD)	*Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) Robust menggunakan estimator MCD	Klasifikasi tingkat kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur Tahun 2024

1.7 Sistematika Penelitian

Sistematika penulisan dalam penelitian ini disusun untuk memberikan gambaran mengenai isi setiap bab yang dibahas. Adapun sistematika penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab I memuat latar belakang penelitian, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, serta sistematika penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab II berisi teori-teori yang mendukung penelitian, meliputi matriks, distribusi normal multivariat, analisis diskriminan, *Linear Discriminant Analysis* (LDA), *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA), pencilan (*outlier*) multivariat, estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD), evaluasi kinerja klasifikasi, serta teori mengenai tingkat kemiskinan dan variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab III menjelaskan jenis dan sumber data penelitian, variabel penelitian, serta tahapan analisis data yang digunakan dalam penelitian. Selain itu, bab ini juga memuat prosedur penerapan metode *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) klasik dan *Quadratic Discriminant Analysis robust* menggunakan estimator

Minimum Covariance Determinant (MCD) yang disajikan dalam bentuk diagram alir (*flowchart*) penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab IV membahas konsep dan penerapan metode *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) klasik dan *Quadratic Discriminant Analysis robust* menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD), meliputi pendeteksian *outlier* multivariat, pembentukan fungsi diskriminan, serta evaluasi kinerja klasifikasi berdasarkan nilai *Apparent Error Rate* (APER) dan akurasi klasifikasi.

BAB V STUDI KASUS

Bab V menyajikan penerapan metode *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) klasik dan *Quadratic Discriminant Analysis robust* menggunakan estimator *Minimum Covariance Determinant* (MCD) pada data tingkat kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur tahun 2024. Analisis dilakukan untuk membandingkan performa kedua metode berdasarkan hasil klasifikasi dan tingkat akurasi yang diperoleh.

BAB VI PENUTUP

Bab VI berisi kesimpulan yang diperoleh berdasarkan hasil penelitian serta saran yang dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan untuk penelitian selanjutnya.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB VI
PENUTUP

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian mengenai penerapan *Quadratic Discriminant Analysis* (QDA) *Robust* menggunakan *Minimum Covariance Determinant* (MCD) Estimator pada klasifikasi tingkat kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur Tahun 2024, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Data penelitian tidak memenuhi asumsi normalitas multivariat berdasarkan hasil *Henze-Zirkler Test*. Selanjutnya, deteksi *outlier* multivariat menggunakan jarak Mahalanobis dengan lima variabel prediktor dan taraf signifikansi 5% menghasilkan nilai kritis *Chi-Square* sebesar 11,0705. Berdasarkan kriteria tersebut, terdapat tiga kabupaten/kota yang teridentifikasi sebagai *outlier* multivariat, yaitu Kabupaten Bangkalan, Kabupaten Sampang, dan Kota Surabaya. Proporsi ketiga observasi tersebut adalah 7,90% dari 38 kabupaten/kota yang dianalisis. Proporsi tersebut merupakan hasil deteksi pada data penelitian dan tidak digunakan sebagai kriteria untuk menentukan sedikit atau banyaknya *outlier*.
2. Model QDA *Robust*-MCD berhasil dibentuk menggunakan lima variabel prediktor, yaitu Angka Harapan Hidup (AHH), Pengeluaran Per Kapita Disesuaikan, Rata-rata Lama Sekolah (RLS), Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), dan Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Akses terhadap Sanitasi Layak. Estimasi parameter dilakukan pada masing-masing kelompok tingkat kemiskinan, yaitu rendah, sedang, dan tinggi, menggunakan estimator MCD untuk memperoleh vektor rata-rata dan matriks kovarian yang lebih tahan terhadap pengaruh observasi *outlier*. Parameter hasil estimasi tersebut selanjutnya digunakan untuk membentuk fungsi diskriminan kuadratik pada masing-masing kelompok.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

3. Hasil klasifikasi menunjukkan bahwa model QDA Klasik menghasilkan 30 klasifikasi benar dan 8 klasifikasi salah dari 38 kabupaten/kota, sedangkan QDA *Robust*-MCD menghasilkan 27 klasifikasi benar dan 11 klasifikasi salah. Berdasarkan hasil tersebut, QDA Klasik memiliki nilai APER sebesar 0,2105 dan akurasi sebesar 78,95%, sedangkan QDA *Robust*-MCD memiliki nilai APER sebesar 0,2895 dan akurasi sebesar 71,05%. Dengan demikian, berdasarkan APER dan akurasi klasifikasi, QDA Klasik memberikan kinerja klasifikasi yang lebih baik dibandingkan QDA *Robust*-MCD pada data tingkat kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur Tahun 2024. Hasil ini menunjukkan bahwa penggunaan estimator MCD pada data penelitian ini belum menghasilkan peningkatan kinerja klasifikasi dibandingkan estimasi QDA klasik.
4. Perbandingan hasil klasifikasi pada tiga observasi yang teridentifikasi sebagai *outlier* menunjukkan bahwa QDA Klasik mengklasifikasikan Kabupaten Bangkalan, Kabupaten Sampang, dan Kota Surabaya sesuai dengan kategori aktualnya. Sementara itu, QDA *Robust*-MCD mempertahankan klasifikasi Kabupaten Sampang pada kategori tinggi, tetapi mengklasifikasikan Kabupaten Bangkalan dan Kota Surabaya ke dalam kategori sedang. Hasil tersebut menunjukkan bahwa perubahan estimasi parameter melalui estimator MCD memengaruhi keputusan klasifikasi pada sebagian observasi *outlier*, tetapi pada data penelitian ini perubahan tersebut belum menghasilkan kinerja klasifikasi keseluruhan yang lebih baik dibandingkan QDA Klasik.

6.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, beberapa saran yang dapat diberikan adalah sebagai berikut:

1. Penelitian selanjutnya dapat mempertimbangkan penggunaan ukuran evaluasi tambahan selain APER dan akurasi, seperti *precision*, *recall*, *F1-score*, atau ukuran evaluasi lain yang sesuai untuk klasifikasi multikelompok. Penggunaan beberapa ukuran evaluasi dapat memberikan

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

gambaran kinerja model yang lebih menyeluruh pada masing-masing kelompok tingkat kemiskinan.

2. Penelitian selanjutnya dapat mempertimbangkan penggunaan metode *robust* atau estimator *robust* lainnya sebagai alternatif pembanding. Perbandingan beberapa estimator *robust* dapat memberikan gambaran mengenai sensitivitas hasil klasifikasi terhadap keberadaan *outlier* dan karakteristik data yang digunakan.
3. Penelitian selanjutnya dapat menggunakan jumlah observasi yang lebih besar atau mencakup beberapa periode pengamatan sehingga evaluasi model tidak hanya bergantung pada karakteristik 38 kabupaten/kota pada satu periode penelitian. Hal tersebut dapat memberikan gambaran yang lebih luas mengenai konsistensi kinerja QDA Klasik dan QDA *Robust*-MCD.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H., & Rorres, C. (2013). *Elementary Linear Algebra* (11th ed.). Wiley.

Astrawan, P. R., & Meirizki, Lady. (2026). Pengaruh Rata-Rata Lama Sekolah Terhadap Tingkat Kemiskinan Kabupaten/Kota di Provinsi Sulawesi Tenggara Tahun 2021–2025. *Jurnal Ekonomi, Manajemen, Akuntansi dan Keuangan*, *7*(3), 1–13. https://doi.org/10.53697/emak.v7i3.4110

Badan Pusat Statistik. (2024). *Indikator Kesejahteraan Rakyat Welfare Indicators 2024*.

Badan Pusat Statistika. (2020). *Data dan Informasi Kemiskinan Kabupaten/Kota 2020*.

Badan Pusat Statistika. (2025). *Provinsi Jawa Timur Dalam Angka 2025* (P. Meivita, Ed.; Vol. 48).

Bishop, C. M. . (2006). *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer.

Duda, R. O., Hart, P. E., & Stork, D. G. (2001). *Pattern Classification* (2nd ed.).

Ginting, A. L. (2020). Dampak Angka Harapan Hidup dan Kesempatan Kerja Terhadap Kemiskinan. *EcceS (Economics, Social, and Development Studies)*, *7*(1), 42–61. https://doi.org/10.24252/ecc.v7i1.13197

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., & Anderson, R. E. (2019). *Multivariate Data Analysis Eighth Edition*. www.cengage.com/highered

Hakim, Y. A. L., Purwanto, & Pudail, M. (2025). Unemployment And Poverty Dynamics: A Panel Data Analysis In The Province With The Lowest Poverty In Indonesia Dinamika Pengangguran Dan Kemiskinan: Analisis Data Panel Di Provinsi Berkemiskinan Terendah Di Indonesia. *Journal of Economic, Business and Accounting*, *8*, 734–746.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA

Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning Data Mining, Inference, and Prediction* (2nd ed.). Springer.

Herdiani, E. T., & Ilyas, N. (2019). Bagan Kendali Robust Multivariat untuk Pengamatan Individual. *Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi*, *15*(2), 33–41.

Hubert, M., Raymaekers, J., & Rousseeuw, J. P. (2024). Robust discriminant analysis. *WIREs Computational Statistics*. https://doi.org/10.1002/wics.70003

Husain, H. S. (2018). Distribusi Normal Multivariat. *Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi*, *14*(2), 143–148.

Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis* (6th ed.). Pearson Education, Inc.

Khiqmah, L. I. N., Mukid, Moch. A., & Prahutama, A. (2015). Perbandingan Diskriminan Kuadratik Klasik dan Diskriminan Kuadratik Robust pada Kasus Pengklasifikasian Peminatan Peserta Didik (Studi Kasus di SMA Negeri 1 Kendal Tahun Ajaran 2014/2015). *Jurnal Gaussian*, *4*(2), 295–304.

Lay, D. C., Lay, S. R., & McDonald, J. J. (2016). *Linear Algebra and Its Applications* (5th ed.). Pearson.

Mayani, S. S., & Riani, N. Z. (2025). *Pengaruh Pertumbuhan Ekonomi dan Tingkat Pengangguran Terbuka Terhadap Tingkat Kemiskinan Perkotaan Di Indonesia*. 64–71. https://medrep.ppj.unp.ac.id/index.php/MedREP/login

Purnomo, Sutadji, E., Utomo, W., Purnawirawan, O., Farich, R., Sulistianingsih, Fajarwati, R., Carina, A., & Gilang, N. R. (2022). *Analisis Data Multivariat* (1st ed.). Omera Pustaka.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Rencher, A. C. (2002). *Methods of Multivariate Analysis* (2nd ed.). Wiley Interscience. A John Wiley & Sons, Inc. Publication. https://doi.org/10.1002/0471271357

Rousseeuw, P. J., & Van Driessen, K. (1999). A Fast Algorithm for the Minimum Covariance Determinant Estimator. *Technometrics*, *41*(3), 212–223.

Sugiyono. (2019). *Metode penelitian kuantitatif, kualitatif, dan R&D*. Alfabeta.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA