

# IMPLEMENTASI PENDEKATAN KONSTRUKTIVISME PADA PEMBELAJARAN OPERASI BILANGAN BULAT DI PGMI

Luluk Mauluah<sup>1</sup>

## Abstrak

*Pendekatan konstruktivisme merupakan proses pembelajaran yang menerangkan bagaimana pengetahuan disusun dalam pikiran siswa. Implementasi pendekatan konstruktivisme dapat dilakukan dengan prinsip-prinsip PAKEM. Pelaksanaan PAKEM pada pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dapat dilakukan dengan eksplorasi alat peraga tangga, lantai keramik, garis bilangan dan mainan hewan serta manik-manik dan penyusunan pola matematika. Adapun topik perkalian dan pembagian diimplementasikan dengan eksplorasi pola, konsep lawan bilangan dan konsep I love to hate, I hate to hate*

**Kata kunci :** konstruktivisme, PAKEM, bilangan bulat

## A. Pendahuluan

Menyelenggarakan proses pembelajaran matematika yang lebih baik dan bermutu di sekolah adalah suatu keharusan yang tidak dapat ditawar lagi. Sudah bukan zamannya lagi matematika menjadi momok yang menakutkan bagi siswa di sekolah.<sup>2</sup>

Salah satu problem dalam pembelajaran matematika adalah masih banyaknya penggunaan cara konvensional dalam pembelajaran matematika. Sehingga siswa mengetahui matematika hanya sebagai hafalan saja, bukan memahami konsepnya.<sup>3</sup> Juga masih terdapat pembelajaran matematika yang berfokus pada<sup>4</sup>:

- Bentuk formal (teori dan latihan) bukan bentuk *reinvention*, proses, penerapan dan pemecahan masalah nyata
- Paradigma guru mengajar bukan siswa belajar

---

<sup>1</sup> Dosen PGMI Fakultas Tarbiyah UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

<sup>2</sup> Moch Masykur Ag dan Abdul Halim Fatani, *Mathematical Intelligence.....* (Ar-Ruz Media, Yogyakarta, 2007) h.56

<sup>3</sup> <http://manduakotabandung.blogspot.com/2008/04/belajar-matematika-dengan-kartu-kendali.html>: download 28 November 2008

<sup>4</sup> Setiawan, *Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan* (Diklat Instruktur / Pengembang Matematika SMA Jenjang Dasar, 6-19 Agustus 2004, PPPG Matematika Yogyakarta) h.4

- Belajar menghafal (*rote learning*) bukan belajar pemahaman (*learning of understanding*)
- Dasar positivistik (*behaviourist*) bukan pendekatan konstruktivisme .

Artikel ini akan mendeskripsikan bagaimana proses pembelajaran bilangan bulat dengan pendekatan konstruktivisme di program studi PGMI, sehingga dapat menjadi suplemen bagi para pendidik untuk mengembangkan pembelajaran matematika.

## B. Pendekatan Konstruktivisme

Pendekatan pembelajaran matematika adalah cara yang ditempuh oleh guru dalam pelaksanaan pembelajaran agar konsep yang disajikan bisa beradaptasi dengan siswa. Meskipun telah dikatakan Nisbet (1985) bahwa tidak ada cara belajar (tunggal) yang paling benar, dan cara mengajar yang paling baik, orang-orang berbeda dalam kemampuan intelektual, sikap dan kepribadian sehingga mereka mengadopsi pendekatan-pendekatan yang karakteristiknya berbeda untuk belajar.<sup>5</sup>

### 1. Pengertian Konstruktivisme

Pendekatan konstruktivisme merupakan proses pembelajaran yang menerangkan bagaimana pengetahuan disusun dalam pikiran siswa. Pengetahuan dikembangkan secara aktif oleh siswa sendiri dan tidak diterima secara pasif dari sekitarnya. Ini berarti pembelajaran merupakan hasil dari usaha siswa itu sendiri dan bukan dipindahkan dari guru kepada siswa. Yaitu tidak lagi berpegang pada konsep pengajaran dan pembelajaran yang lama, di mana guru hanya “menuang ilmu “ kepada murid tanpa murid itu sendiri berusaha dan menggunakan pengalaman atau pengetahuan mereka.<sup>6</sup>

Pada awal abad 20 John Dewey menyatakan bahwa pendidik yang baik harus melaksanakan pembelajaran sebagai proses menyusun atau membina pengalaman secara terus menerus. Juga menekankan pentingnya keterlibatan aktif dari murid di dalam aktivitas pembelajaran.<sup>7</sup>

### 2. Ciri-ciri Utama Pendekatan Konstruktivisme

Menurut pandangan ahli konstruktivisme, setiap pembelajar mempunyai peranan dalam menentukan apa yang dipelajari. Ini berarti kepala siswa bukanlah kosong. Perhatian diberikan kepada siswa supaya berpeluang

---

<sup>5</sup> Erman Suherman, dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer* (Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI, Bandung, 2003)h.74

<sup>6</sup> <http://www.geocities.com/heksagon2001/pendekatankonstruktivisme.html>  
(download Oktober 2008)

<sup>7</sup> Robert E. Reys, et all, *Helping Children Learn Mathematics* (Allyn and Bacon, America, 1998),p.17

untuk membentuk konsep dan pengetahuan yaitu dengan mengaitkan pengalaman lampau dengan kegunaan masa depan. Di sini pembelajar melakukan proses mental yang lebih tinggi yaitu: berpikir, berimajinasi dan mencari penyelesaian masalah.<sup>8</sup>

### 3. Peranan Guru Dalam Kelas Konstruktivisme

Melalui pendekatan konstruktivisme, guru perlu mengubah peranannya dalam kelas. Berbeda dengan peran guru pada kelas *direct instruction* dalam pendekatan behaviorisme dimana guru mengontrol semua kegiatan pembelajaran. Guru sebagai sumber pengetahuan dan guru menjadi pusat kegiatan pembelajaran.

Adapun dalam pembelajaran konstruktivisme, yang menjadi pusat perhatian adalah siswa. Peran guru adalah sebagai fasilitator, terapis bahkan sebagai *liberator* (pembebas)<sup>9</sup>

### 4. Apa yang Dimaksud dengan Siswa Mengkonstruksi Pengetahuan Matematikanya?

Robert E. Reys ,dkk menyampaikan 3 poin utama sebagai jawaban dari pertanyaan tersebut.<sup>10</sup>

1. Pengetahuan tidak diterima secara pasif; tetapi pengetahuan disusun secara aktif, dikembangkan (dikonstruksi) oleh siswa . Piaget (1972) berpendapat bahwa matematika dikonstruksi oleh anak , tidak ditemukan begtu saja seperti memungut batu ataupun diterima begitu saja sebagai hadiah.
2. Siswa mengkonstruksi pengetahuan baru dalam matematika dengan refleksi pada kegiatan mental maupun fisik mereka. Mereka mengkaji hubungan, mengenali pola, dan membentuk generalisasi dan abstraksi yang diintegrasikan menjadi pengetahuan baru dalam struktur mental mereka.
3. Belajar bagi anak adalah merefleksikan proses sosial yang dikembangkan dalam dialog dan diskusi oleh mereka sendiri maupun guru sebagai pengembangan intelektual mereka (Bruner, 1986). Prinsip ini mendorong siswa terlibat aktif untuk tidak hanya memanipulasi material, menemukan pola, mengembangkan algoritma, dan menurunkan penyelesaian yang lain tetapi juga berbagi hasil penelitian

---

<sup>8</sup> Leonard M. Kennedy, et all, *Guiding Children's Learning of Mathematics* (Thomson-Wadsworth, USA, 2008) p. 49

<sup>9</sup> A Lefrancois and Guy R, *Psychology for Teaching* (Wadsworth Thomson Learning, USA,2000) p.203-204

<sup>10</sup> Robert E. Reys, et all, *Helping Children Learn Mathematics* (Allyn and Bacon, America, 1998), .19

mereka, menggambarkan hubungannya, menjelaskan prosedurnya, dan mempertahankan proses yang mereka ikuti.

### C. Strategi *PAKEM* dalam Matematika

Setelah guru memahami pengertian pendekatan konstruktivisme maka diperlukan arahan teknis pelaksanaannya di dalam kelas. Bagaimana mengimplementasikan pembelajaran berfilosofi konstruktivisme itu? Salah satu alternatif yang telah disusun adalah pembelajaran dengan prinsip *PAKEM*. Pada bagian ini akan dibahas *PAKEM* dalam matematika.

#### 1. Mengapa memilih *PAKEM*?

*PAKEM* adalah pembelajaran kontekstual yang melibatkan paling sedikit empat prinsip utama dalam proses pembelajarannya. Pertama, proses **Interaksi**: siswa berinteraksi secara aktif dengan guru, rekan siswa, multimedia, referensi, lingkungan dsb. Kedua, proses **Komunikasi**: siswa mengkomunikasikan pengalaman belajar mereka dengan guru dan rekan siswa lain melalui cerita, dialog atau melalui simulasi *role-play*. Ketiga, proses **Refleksi**: siswa memikirkan kembali tentang kebermaknaan apa yang telah mereka pelajari, dan apa yang mereka telah lakukan. Keempat, proses **Eksplorasi**: siswa mengalami langsung dengan melibatkan semua indera mereka melalui pengamatan, percobaan, penyelidikan dan/atau wawancara.<sup>11</sup>

Berdasar poin-poin keterangan prinsip utama pada *PAKEM* dapat dikonstruksi definisi sebagai berikut: pembelajaran matematika yang aktif, kreatif, efektif dan menyenangkan (*PAKEM*) adalah suatu strategi pembelajaran terpadu yang menggunakan strategi, metode, pendekatan dan teknik pengajaran terpadu sedemikian rupa sehingga baik prosedur maupun tujuan pembelajarannya dapat terlaksana dan tercapai dengan baik.<sup>12</sup>

#### 2. Pembelajaran Aktif dalam Matematika

Dalam paham konstruktivisme diyakini bahwa pengetahuan tentang sesuatu merupakan konstruksi oleh subyek yang (akan, sedang) dalam proses memahami sesuatu itu. pengetahuan menurut Paul Suparno bukanlah gambaran dari dunia kenyataan yang ada, tetapi pengetahuan merupakan akibat dari konstruksi kognitif kenyataan melalui pengalaman kegiatan seseorang. Sedangkan Piaget mengatakan pengetahuan bukanlah tentang dunia yang lepas

---

<sup>11</sup> <http://gurupkn.wordpress.com/2008/04/27/paradigma-baru-dalam-pendidikan-dan-pembelajaran-learning-is-fun> (download 15 oktober 2008)

<sup>12</sup> Setiawan, *Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan* (Diklat Instruktur / Pengembang Matematika SMA Jenjang Dasar, 6-19 Agustus 2004, PPPG Matematika Yogyakarta).h.1

dari pengalaman tetapi merupakan ciptaan manusia yang dikonstruksikan dari pengalaman yang dialaminya.<sup>13</sup>

Berdasar hal tersebut, pembelajaran aktif dalam matematika adalah pembelajaran yang melibatkan siswa dalam menyusun pemahamannya terhadap konsep yang ada. Dalam rangka memfasilitasi siswa agar terlibat aktif dalam mengkonstruksi pemahamannya maka guru perlu memberikan kegiatan baik mental maupun fisik yang membuat siswa menjadi aktif.

Jika guru berhasil mendorong dan memotivasi siswa untuk secara sadar mau belajar, mau menyusun pemahaman konsep dengan cara siswa sendiri maka guru telah berhasil memberikan proses pembelajaran yang *meaningful*.

### 3. Pembelajaran Matematika yang Kreatif

Kreativitas adalah kegiatan kemampuan atau pola berpikir seseorang untuk menghasilkan sesuatu yang berguna, dapat dimengerti, dan baru setidaknya bagi individu yang bersangkutan serta menemukan banyak kemungkinan jawaban terhadap suatu masalah.<sup>14</sup>

Dalam pembelajaran matematika, indikator siswa dikatakan kreatif antara lain jika:<sup>15</sup>

- a. Siswa menggunakan cara yang berbeda dalam menyelesaikan soal.
- b. Siswa berusaha mencari referensi lain selain yang digunakan di kelas.
- c. Siswa menggunakan alat peraga dalam pembelajaran.
- d. Siswa menyelesaikan soal tepat waktu.
- e. Siswa mampu menjawab pertanyaan guru.
- f. Siswa mampu membuat soal dan menyelesaikannya.

### 4. Pembelajaran Matematika yang Efektif

Yang dimaksud dengan pembelajaran matematika yang efektif adalah pembelajaran matematika yang mempunyai pengaruh/hasil pada seluruh peserta pembelajaran sesuai yang diharapkan.<sup>16</sup>

Pembelajaran efektif tergantung pada pengetahuan dan kemampuan guru untuk memberikan instruksi dan mengimplementasikannya dalam pembelajaran. Guru merencanakan pengalaman-pengalaman matematika yang bermanfaat, berinteraksi dengan siswa ketika belajar, dan memonitor kemajuan belajar siswa. Guru yang berhasil adalah guru yang memahami bagaimana siswanya belajar dan memvariasi pembelajarannya berbasis kebutuhan

---

<sup>13</sup> Ibid.....h.2

<sup>14</sup> Siti Munawaroh, *Penerapan Metode Silih Tanya Berbantuan Kartu Model Sebagai Upaya Meningkatkan Aktifitas dan Kreativitas Siswa dalam Pembelajaran Matematika Kelas VIII A MTsN Godean Yogyakarta* (Skripsi, Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas SAINTEK UIN Sunan Klijaga Yogyakarta, 2008) h. 17

<sup>15</sup> Ibid....h.22

<sup>16</sup> The New Merriam-Webster Dictionary (MERRIAM-WEBSTER INC, Massachusetts, 1989) p.242-243

kelompok maupun individual . Karena tidak ada pendekatan instruksional tunggal yang berhasil untuk seluruh siswa dan setiap konsep, maka guru yang efektif mengembangkan kemampuan dan teknik-teknik instruksional terkombinasi dengan karakteristik yang sesuai dengan teori, penelitian dan praktek.<sup>17</sup>

Hal-hal yang harus dilakukan guru agar pembelajaran matematika menjadi efektif adalah:<sup>18</sup>

- a. Guru mendorong siswa aktif belajar
- b. Guru mengajak siswa merefleksikan pengalamannya dan mengkonstruksi makna belajar.
- c. Guru mengajak siswa berpikir pada level kognitif yang lebih tinggi.
- d. Guru membantu siswa menghubungkan matematika dengan kehidupannya sehari-hari.
- e. Guru mendorong siswa untuk mengkomunikasikan ide-ide mereka dalam berbagai bentuk dan setting.
- f. Guru secara terus menerus memonitor dan mengases pemahaman dan kemampuan siswa.
- g. Guru menegaskan instruksinya sesuai kebutuhan, level dan ketertarikan siswa.
- h. Guru membuat lingkungan belajar yang positif yang mendukung cara berpikir kritis dan kreatif.

##### 5. Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan

Motivasi siswa menjadi kunci utama agar pembelajaran matematika menjadi menyenangkan. Bagaimana usaha guru untuk menciptakan suasana yang nyaman, ramah dan kondusif merupakan umpan efisien untuk meningkatkan motivasi siswa.

Untuk itu Marpaung menyarankan pelaksanaan pendekatan SANI (Santun, Terbuka dan Komunikatif) dalam pembelajaran Matematika sebagai suatu pendekatan kultural yang sangat baik dalam membangkitkan motivasi, dalam rangka mengajak siswa untuk senang belajar matematika.<sup>19</sup>

Ketika pembelajaran matematika melibatkan siswa dan memberikan penghargaan terhadap karakteristik tiap individunya, dengan mengaitkan dengan kehidupan nyata dan memberikan aktivitas sesuai tingkat kognitifnya maka pembelajaran matematika akan menjadi pembelajaran yang menyenangkan.

---

<sup>17</sup> Leonard M. Kennedy, et all, *Guiding Children's Learning of Mathematics* (Thomson-Wadsworth, USA, 2008) p. 58

<sup>18</sup> Ibid...p.58

<sup>19</sup> Setiawan, *Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan* (Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SMA Jenjang Dasar, 6-19 Agustus 2004, PPPG Matematika Yogyakarta) h.17

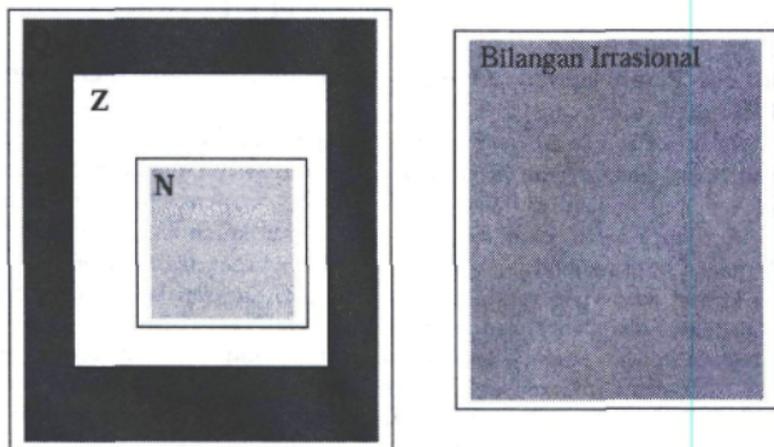
## D. Bilangan Bulat dan Operasinya

### 1. Bilangan Bulat

Sistem bilangan bulat dilambangkan dengan Z (Zahlen, dari bahasa Jerman)<sup>20</sup> tercipta sebagai perluasan sistem bilangan cacah untuk mendapatkan sistem bilangan yang tertutup terhadap semua operasi hitung. Perluasan tersebut dilakukan dengan mencari bilangan yang tertutup terhadap operasi pengurangan.

Sistem bilangan dapat digambarkan dalam diagram Venn sebagai berikut:<sup>21</sup>

## R



Keterangan:

R = sistem bilangan real

Q = sistem bilangan rasional/ pecahan = { ....., -7, -1/2, 0, 3/4, 13,..... }

I = Bilangan Irrasional = { ...  $2 - \sqrt{3}$ ,  $\sqrt{6}$ ,  $\pi$ ,  $4 + \sqrt{3}$ ,..... } dengan sifat :

$Q \cap I = \text{himpunan kosong}$  dan  $Q \cup I = R$

Z = sistem bilangan bulat = { ....., -100, ....., -2, -1, 0, 1, 2, ....., 100, ....., }

N = sistem bilangan asli = { 1, 2, 3, 4, ....., }

<sup>20</sup> Edwin J Purcell, I Nyoman Susila dkk, *Kalkulus dan Geometri Analitis*, (Jilid 1 dan 2 Jakarta, Penerbit Erlangga, 1998)

<sup>21</sup> Clide A. Dilley, et all, *Algebra 2 with Trigonometry* (Heath and Company, USA, 1990) p.1

Yang dimaksud mempunyai sifat **tertutup** adalah jika pada sebarang dua bilangan bulat dilakukan suatu operasi hitung maka hasilnya masih tetap bilangan bulat.

## 2. Operasi pada Bilangan Bulat

Operasi hitung yang dilakukan pada himpunan bilangan bulat adalah:

1. Operasi penjumlahan
2. Operasi pengurangan
3. Operasi perkalian
4. Operasi pembagian

## E. Implementasi Pendekatan Konstruktivisme dan PAKEM pada Pembelajaran Operasi Bilangan Bulat di PGMI

### 1. Proses Pembelajaran Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

Pelaksanaan pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dilaksanakan sebagai berikut: Dosen mempersiapkan alat-alat peraga sebelum kuliah dimulai. Pertama yaitu menempelkan angka-angka nol, positif dan negatif pada tangga, pada lantai keramik dan menyiapkan manik-manik serta mainan hewan. Yang kedua memberikan pengantar kuliah berupa konsep-konsep dasar bilangan bulat yaitu: konsep lawan dan urutan pada bilangan bulat dan interpretasi positif negatif pada bilangan bulat dapat dipraktekkan dengan langkah naik-turun, maju-mundur dan berjalan ke kanan-kiri. <sup>22</sup>Mahasiswa diberi satu aturan yaitu bahwa angka positif berarti melangkah ke atas ( atau depan atau kanan ) dan angka negatif berarti melangkah ke belakang ( atau belakang atau kiri )

Kelas dibagi menjadi 4 kelompok dengan tugas yang sama yaitu mengerjakan soal-soal operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Contoh soalnya sebagai berikut:

1.  $2 + (-3) = \dots$
2.  $(-2) + 3 = \dots$
3.  $(-3) + (-2) = \dots$
4.  $1 - 4 = \dots$
5.  $1 - (-3) = \dots$
6.  $(-3) - (-1) = \dots$

Mahasiswa mengerjakan soal tersebut secara berkelompok dengan menggunakan peraga:

---

<sup>22</sup> Endang Sulistyowati dan Luluk Mauluah, *SAP Matematika I dan Pembelajarannya* (Program studi PGMI Fak. Tarbiyah UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, 2007)

### 1. Tangga

Kelompok ini mempraktekkan soal dengan melangkah naik-turun tangga.

### 2. Kotak lantai keramik

Anggota kelompok secara bergantian mempraktekkan soal dengan melangkah maju mundur.

### 3. Manik-manik

Kelompok ini menerima 10 manik-manik hitam dan 10 manik-manik putih. Sebelum praktek dimulai, mahasiswa diberi penjelasan bahwa warna putih mewakili bilangan positif, dan warna hitam mewakili bilangan negatif. Jika diperoleh jumlah warna putih sama dengan warna hitam maka nilainya menjadi nol. Jika diperoleh sisa warna putih berarti hasilnya adalah positif sebanyak manik-maniknya. Jika diperoleh sisa warna hitam berarti hasilnya adalah negatif sebanyak manik-maniknya. Sebagai contoh adalah:

$2 + (-3) = \dots$  dipraktekkan dengan mengambil 2 manik-manik putih ditambah 3 manik-manik hitam. Dua manik-manik putih dan 2 manik-manik hitam menjadi nol, sisa 1 manik-manik hitam berarti hasilnya adalah minus 1 atau negatif 1.

$$\text{Jadi } 2 + (-3) = (-1)$$

### 4. Mainan hewan

Kelompok ini mempraktekkan soal dengan menjalankan mainan hewan ke kanan-kiri pada garis bilangan.

Dengan menggunakan alat peraga maka dapat dipetik manfaat:

- Proses belajar mengajar menjadi lebih termotivasi
- Konsep abstrak matematika tersajikan dalam bentuk kongkrit sehingga mudah dipahami.
- Hubungan antara konsep abstrak matematika dengan benda-benda di alam sekitar akan lebih dapat dimengerti<sup>23</sup>

## 2. Implementasi Pendekatan Konstruktivisme pada Pembelajaran Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

### a. Penggunaan peraga tangga, lantai keramik dan garis bilangan

Dengan bekal aturan bahwa positif melangkah ke depan dan negatif melangkah ke belakang, maka seluruh kelompok melakukan praktek pada peraga masing-masing. Pada operasi penjumlahan relatif semua kelompok melakukan praktek tanpa kesulitan. Sebagai contoh: ketika menghitung  $2 + (-3) = \dots$  mahasiswa melangkah ke depan 2 langkah (selalu dimulai dari titik nol), kemudian ke belakang 3 langkah sehingga mahasiswa berdiri di titik minus 1, jadi  $2 + (-3) = (-1)$ .

---

<sup>23</sup> Erman Suherman, dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer* (Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI, Bandung, 2003) h.243

Untuk soal  $(-2) + 3 = \dots$ , mahasiswa melangkah ke belakang 2 langkah, kemudian ke depan 3 langkah sehingga mahasiswa berdiri di titik 1, jadi  $(-2) + 3 = 1$ . Selanjutnya untuk soal  $(-3) + (-2) = \dots$ , mahasiswa melangkah ke belakang 3 langkah dan ke belakang lagi 2 langkah sehingga mahasiswa berdiri di titik minus 5, jadi  $(-3) + (-2) = (-5)$ . Semua aktifitas pembelajaran dilakukan dan dipraktekkan langsung oleh mahasiswa, baik ke arah mana melangkah, seberapa banyak langkahnya dipikirkan oleh kelompok-kelompok mahasiswa sendiri. Hal ini menyebabkan pembelajaran lebih bermakna (*meaningful*) bagi mahasiswa dibanding ketika dosen menjelaskan dengan ceramah di depan kelas. Teori *meaning* Brownell menganjurkan bahwa siswa harus memahami apa yang mereka pelajari agar pengetahuannya permanen. Ketika mahasiswa menemukan solusi atas permasalahan mereka sendiri dengan investigasi makna dari konsep matematika maka berarti mahasiswa telah mendemonstrasikan teori *meaning* (Brownell, 1986)<sup>24</sup>

Selanjutnya untuk soal  $1 - 4 = \dots$ , masing-masing kelompok dalam mempraktekkan soal mulai bervariasi interpretasinya, antara lain sebagai berikut:

- (i). Melangkah ke depan satu langkah kemudian langsung 4 langkah ke belakang. Hasilnya adalah -3.
- (ii). Melangkah ke depan satu langkah kemudian membalikkan badan. Ketika dosen menanyakan mengapa membalikkan badan? Mahasiswa menjawab: Ini menggunakan konsep "lawan"

Dosen: "Kemudian bagaimana langkah selanjutnya?"

Mahasiswa: "Kami melangkah ke depan 4 langkah, jadi tanda pengurangan kami lakukan dengan membalikkan badan" Adapun hasil yang diperoleh adalah -3, sama dengan hasil cara I (pada bagian(i))

Mahasiswa mengubah soal menjadi:  $1 + (-4)$ . Ketika dosen menanyakan mengapa diubah bentuknya, apakah tidak mengubah harga? Mahasiswa menjawab: Tidak mengubah harga, tapi menjadi bentuk yang lebih mudah untuk dipraktekkan.

Berdasar variasi proses praktek yang dilakukan mahasiswa, dapat dilihat bahwa mahasiswa telah mencoba untuk menyelesaikan permasalahan matematika dengan cara mereka sendiri. Dosen tidak dominan memberikan jawaban akhir dari permasalahan yang ada, tetapi hanya memberikan konsep pokok saja. Hal ini merupakan perwujudan dari inti pembelajaran dengan pendekatan konstruktivisme.<sup>25</sup>

Ketika sampai pada soal  $1 - (-3)$ , ada satu kelompok yang masih mengalami kesulitan bagaimana cara mempraktekkan berjalan di tangga. Dosen mencoba mengarahkan dengan menanyakan selain berjalan berlawanan

<sup>24</sup> Leonard M. Kennedy, et all, *Guiding Children's Learning of Mathematics* (Thomson-Wadsworth, USA, 2008) p. 49

<sup>25</sup> Erman Suherman, dkk., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer* (Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI, Bandung, 2003) h.79

arah, apalagi konsep lain dari negatif atau minus itu ? Setelah menemukan konsep “lawan” yaitu membalikkan badan maka kelompok tersebut dapat mencari penyelesaian dari permasalahan yang ada.

Semua kelompok tidak mengalami kesulitan mencari penyelesaian soal yang terakhir karena analog dengan soal sebelumnya, hanya mempunyai perbedaan pada langkah bilangan pertama yaitu bilangan negatif. Bilangan negatif diperagakan dengan berjalan mundur.

#### **b. Penggunaan peraga manik-manik**

Kelompok ini tidak mengalami kesulitan ketika menghadapi permasalahan mempraktekkan penjumlahan bilangan bulat:  $(-2) + 3 = \dots$  dan  $(-3) + (-2) = \dots$ . Soal pertama diselesaikan dengan mengambil 2 manik-manik hitam dan 3 manik-manik putih. Keduanya dipasangkan mendapat sisa 1 manik-manik putih berarti hasilnya adalah positif 1. Soal kedua dipraktekkan dengan mengambil 3 manik-manik hitam kemudian mengambil 2 manik-manik hitam lagi, sehingga mendapat 5 manik-manik hitam berarti hasilnya adalah negatif 5.

Pada saat mempraktekkan soal 1 sampai dengan 4, kelompok ini mengambil 1 manik-manik putih kemudian langsung mengambil 4 manik-manik hitam. Hal ini sudah sesuai dengan konsep awal: bahwa warna putih menunjukkan positif dan warna hitam menunjukkan negatif. Namun ketika kelompok ini menghadapi soal  $1 - (-3)$  mereka mengalami kesulitan, kemudian dosen memberikan pengarahannya bahwa ketika tanda minusnya dobel mahasiswa harus mencoba membandingkan dengan soal 1 sampai 3. Kemudian mereka mempraktekkan dengan memilih 1 manik-manik putih dan 3 manik-manik hitam.

Apa arti tanda minus lagi pada soal  $1 - (-3)$ , dosen bertanya pada mahasiswa. Ketika mereka menjawab “lawan”, maka dosen mengarahkan untuk mengambil lawan dari 3 manik-manik hitam yaitu 3 manik-manik putih. Berarti yang diperoleh adalah 4 manik-manik putih yaitu melambangkan positif 4.

Pada proses praktek menggunakan manik-manik ini mahasiswa melakukannya sendiri, mencari penyelesaian soal dengan cara mereka sendiri. Hanya ketika mengalami kesulitan mereka bertanya kepada dosen. Proses ini sudah mengikuti proses pembelajaran dengan pendekatan konstruktivisme karena tidak semua jawaban akhir dosen yang menentukan, tetapi mahasiswalah yang dominan menyusun cara untuk mencari penyelesaian suatu permasalahan. Ketika mahasiswa mengalami kesulitan, dosenpun tidak langsung memberi jawaban akhir, tetapi memberikan pertanyaan yang mengarahkan pada cara mencari jawaban. Inilah implementasi pembelajaran dengan pendekatan konstruktivisme.<sup>26</sup>

---

<sup>26</sup> Ibid....h.79

Hasil belajar yang diperoleh sampai tahap ini adalah : mahasiswa mendapat kesimpulan bahwa: pengurangan bilangan negatif berarti sama dengan penjumlahan bilangan positif.

### c. Penyusunan pola matematika untuk operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat

Setelah semua kelompok selesai mengerjakan soal-soal dari dosen, masing-masing kelompok membuat soal dengan angka yang besar yaitu lebih besar dari 25 (baik positif maupun negatif), yang mana tidak lagi memungkinkan untuk praktek naik-turun tangga, maju-mundur atau melangkah ke kanan-kiri maupun menggunakan manik-manik. Untuk itu kepada mahasiswa diberikan penjelasan bahwa guru harus bisa mendorong siswa untuk menemukan pola penjumlahan dan pengurangan dengan banyak latihan sehingga tidak mengalami kesulitan ketika mengoperasikan angka-angka yang lebih besar. Pentingnya mahasiswa menemukan pola ini sesuai dengan yang disampaikan Steen (1990,p.8) bahwa : Untuk tumbuh dengan cara pikir matematis , anak harus dikenalkan pada berbagai variasi pola dalam hidupnya untuk mengkaji keragamannya, keteraturannya dan keterkaitannya.<sup>27</sup>

Adapun yang dimaksud dengan pola matematika pada penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat adalah :

- Pola penjumlahan  $a + (-b)$  dan  $(-c) + d$  hasilnya adalah selisihnya saja tinggal memperhatikan tanda positif negatifnya sesuai besar bilangan  $a$  ,  $b$  ,  $c$  maupun  $d$ . Jika  $a$  lebih besar daripada  $b$  maka tandanya positif, jika  $c$  lebih besar daripada  $d$  maka tandanya negatif.
- Pola penjumlahan  $(-a) + (-b)$  hasilnya adalah jumlah  $a$  dan  $b$  tetapi tandanya negatif.
- Pola pengurangan  $a - b$  hasilnya adalah selisihnya saja. Jika  $a$  lebih besar daripada  $b$  maka tandanya adalah positif, tetapi jika  $a$  lebih kecil daripada  $b$  maka tandanya adalah negatif.
- Pola pengurangan  $a - (-b)$  berubah menjadi pola  $a + b$
- Pola pengurangan  $(-a) - (-b)$  berubah menjadi pola  $(-a) + b$  diselesaikan dengan pola pada poin a.

### 3. Implementasi Prinsip-Prinsip PAKEM pada Pembelajaran Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

#### a. Penggunaan peraga tangga, lantai keramik dan garis bilangan

Pada saat mempraktekkan soal menggunakan peraga ini, semua mahasiswa melakukannya secara bergantian. Jika tidak praktek maka melakukan aktifitas mencatat hasil, memperhatikan rekannya melangkah, jadi

---

<sup>27</sup> Robert E. Reys, et all, *Helping Children Learn Mathematics* (Allyn and Bacon, America, 1998),p.338

semua melakukan aktifitas. Berdasar proses ini terlihat bahwa mahasiswa mengimplementasikan prinsip aktif dari prinsip PAKEM. Sedangkan implementasi prinsip kreatif muncul pada saat mahasiswa melakukan berbagai variasi cara mempraktekkan soal yang berbentuk a – b. Implementasi prinsip efektif pada pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat ini adalah pada saat mahasiswa dapat menemukan cara melangkah dan membalikkan badan sesuai soal, berarti mahasiswa telah mencapai tujuan pembelajaran yaitu dapat mencari penyelesaian permasalahan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat walaupun pada tahap bilangan-bilangan yang sederhana.

#### **b. Penggunaan peraga manik-manik**

Pada saat menggunakan peraga ini, jelas prinsip aktif dapat diimplementasikan karena semua melakukan aktifitas baik itu memilih manik-manik hitam atau putih, menghitung jumlah hasilnya, mencatat maupun memperhatikan rekannya yang sedang praktek. Namun prinsip kreatif kurang dapat dieksplor dengan peraga ini karena pilihan cara hanya ada dua yaitu manik-manik hitam atau putih. Adapun prinsip efektif dapat diimplementasikan dengan memandang bahwa penggunaan peraga ini sangat membantu mahasiswa untuk dapat mengimplementasikannya ketika mengajar di MI /SD sehingga tujuan pembelajaran bahwa mahasiswa dapat mengajarkan materi bilangan bulat dengan metode pembelajaran aktif telah tercapai.

Implementasi prinsip menyenangkan dapat diwujudkan baik menggunakan peraga pada poin 1 maupun poin 2. Pembelajaran dilakukan di luar kelas sehingga memberikan suasana yang lebih bebas, relaks dan tidak membosankan. Semua mahasiswa melakukan aktifitas sehingga pembelajaran menjadi menyenangkan dan mengasyikkan.

#### **c. Penyusunan pola matematika untuk operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat**

Pada saat mahasiswa menyusun dan mencoba memahami pola matematika pada penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, prinsip PAKEM yang dapat diimplementasikan adalah prinsip aktif dan kreatif saja. Hal ini disebabkan karena pada proses ini yang dilakukan mahasiswa adalah proses berpikir analitis atau melakukan proses berpikir pada tingkat tinggi.

Menurut Bloom (1956), urutan domain kognisinya ada 6 yaitu:<sup>28</sup>

1. Pengetahuan (*Knowledge*)
2. Pemahaman (*Comprehension*)
3. Aplikasi (*Application*)
4. Analisis (*Analysis*)

---

<sup>28</sup> [http://id.wikipedia.org/wiki/Taksonomi\\_Bloom](http://id.wikipedia.org/wiki/Taksonomi_Bloom) (download 2 Desember 2008)

5. Sintesis (*Synthesis*)

6. Evaluasi (*Evaluation*)

Adapun Anderson and Krathwohl (2001) menyusun modifikasinya dengan mengubah kata benda menjadi kata kerja dengan 6 tingkat sebagai berikut:<sup>29</sup>

1. Mengingat
2. Memahami
3. Menerapkan
4. Menganalisa
5. Mengevaluasi
6. Menciptakan

#### 4. Proses dan Implementasi Pembelajaran Operasi Perkalian dan Pembagian

Pada pembelajaran operasi perkalian dan pembagian, kelas dibagi menjadi 3 kelompok dengan tujuan pembelajaran: mahasiswa dapat mengkonstruksi rumus perkalian dan pembagian bilangan bulat. Pembagian kelompok digunakan untuk meragamkan perspektif cara memperoleh rumus perkalian dan pembagian, sehingga memperluas cara berpikir mahasiswa menjadi lebih kreatif.

Alternatif penyusunan rumus berdasar 3 perspektif berikut ini:

##### 1. Pola

Pola sangat baik dieksplor dan digunakan dalam pembelajaran matematika terutama untuk tingkat pendidikan dasar, karena siswa akan belajar mengorganisasi, mengkreasi, dan mencontoh, juga mengembangkan pola sehingga siswa dapat mengembangkan cara berpikir kreatif, logis dan solutif<sup>30</sup>

Pola yang digunakan pada pembelajaran ini adalah: Pola barisan bilangan dengan penambahan ke kanan dengan poin konstan maupun pengurangan ke kiri juga dengan poin konstan. Mahasiswa diberi arahan untuk menyusun daftar perkalian sederhana disesuaikan dengan pola barisan bilangan. Sebagai contohnya adalah:

$$\begin{aligned}3 \times (-3) \\3 \times (-2) \\3 \times (-1) \\3 \times 0 = 0 \\3 \times 1 = 3 \\3 \times 2 = 6 \\3 \times 3 = 9\end{aligned}$$

---

<sup>29</sup> <http://www.learningandteaching.info/learning/bloomtax.htm> (download 2 Desember 2008)

<sup>30</sup> <http://www.kindergarten-lessons.com/teaching-patterns-in-kindergarten.html> (download 1 Desember 2008)

Dapat dilihat bahwa, pola barisan bilangan jika diamati dari bawah ke atas adalah pengurangan 3. Jadi tidak menyalahi aturan pola ketika kita lanjutkan barisan bilangannya sebagai berikut : .....9,6,3,0,-3,-6,-9,.....

Berarti dapat kita letakkan bilangan-bilangan yang bersesuaian pada hasil perkalian bilangan bulat sehingga diperoleh hasil berikut ini:

$$3 \times (-3) = -9$$

$$3 \times (-2) = -6$$

$$3 \times (-1) = -3$$

$$3 \times 0 = 0$$

Dari pola barisan di atas dapat disimpulkan bahwa: positif kali negatif adalah negatif.

Pola berikutnya:

$$(-3) \times (-3) = 9$$

$$(-3) \times (-2) = 6$$

$$(-3) \times (-1) = 3$$

$$(-3) \times 0 = 0$$

$$(-3) \times 1 = -3$$

$$(-3) \times 2 = -6$$

$$(-3) \times 3 = -9$$

Pola bilangan di atas dapat diamati mulai dari  $(-3) \times 0 = 0$  ke bawah, nampak bahwa semakin turun maka bilangannya berkurang 3. Jika dilihat polanya ke arah atas maka  $-9, -6, -3, 0, \dots$  semakin bertambah 3, jadi dapat diteruskan menjadi  $-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \dots$ . Hal ini berarti bahwa  $(-3) \times (-1) = 3$ ,  $(-3) \times (-2) = 6$ ,  $(-3) \times (-3) = 9$ , dan seterusnya. Berdasar pola tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa:

**Bilangan negatif kali negatif hasilnya adalah bilangan positif.**

## 2. Penggunaan konsep lawan bilangan

Menghitung perkalian bilangan bulat dengan konsep lawan adalah sebagai berikut:

(a).  $(-3) \times 2 = (\text{lawan dari } 3) \times 2 = \text{lawan dari } (3 \times 2) = \text{lawan dari } 6 = -6$

(b).  $2 \times (-4) = 2 \text{ kali } (\text{lawan dari } 4) = \text{lawan dari } (2 \text{ kali } 4) = \text{lawan dari } 8 = -8$

(c).  $(-3) \times (-2) = (\text{lawan dari } 3) \text{ kali } (\text{lawan dari } 2) = \text{lawan dari } (3 \text{ kali } \text{lawan dari } 2) = \text{lawan dari } (\text{lawan } (3 \text{ kali } 2)) = \text{lawan dari } (\text{lawan } 6) = \text{lawan dari } (-6) = 6$

### 3. Penggunaan konsep *I love to hate* , *I hate to hate* <sup>31</sup>

Penjelasan perkalian bilangan bulat menggunakan konsep ini muncul dari berbagai pertanyaan dari orang-orang dengan kompetensi sosial: **Mengapa negatif kali negatif hasilnya positif? Bagaimana logikanya?**

Konsep ini memberikan gambaran sebagai berikut:

*I love to love candy*  
*I love to hate candy*  
*I hate to love candy*  
*I hate to hate candy*

Jika kita menggunakan kalimat dalam bahasa Indonesia maka diperoleh kalimat sebagai berikut:

*Aku suka untuk menyukai permen* ==  $\rightarrow$  (suka: bermakna positif)  
*Aku suka untuk membenci permen* ==  $\rightarrow$  (benci: bermakna negatif)  
*Aku benci untuk menyukai permen* ==  $\rightarrow$  (benci: bermakna negatif)  
*Aku benci untuk membenci permen* ==  $\rightarrow$  (suka: bermakna positif)

Berdasar 3 cara pembelajaran tersebut terlihat bahwa mahasiswa telah melaksanakan pembelajaran dengan *cooperative learning* yaitu antara lain mahasiswa mau mendiskusikan langkah-langkah penyusunan konsep, logika yang berlaku pada pola perkalian dan pembagian, saling membantu mengkonstruksi konsep perkalian dan pembagian bilangan bulat dengan lawan bilangan maupun konsep *I love to love*, *I love to hate*.<sup>32</sup>

Pembelajaran perkalian dan pembagian bilangan bulat ini dilakukan dengan diawali pertanyaan:

Apa saja contoh-contoh penggunaan bilangan bulat di kehidupan sehari-hari? Setelah mahasiswa menguasai penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, dilanjutkan abstraksi, dan generalisasi dengan analisis pola, sehingga dapat menyusun konsep perkalian dan pembagian bilangan bulat dengan valid. Pembelajaran ini dimulai dengan pengenalan masalah sesuai situasi yang terjadi (*contextual problem*). Mahasiswa dimotivasi untuk berperan aktif dalam proses belajar mengajar dengan kerja kelompok dan dengan arahan: semua anggota kelompok harus saling *sharing*, berdiskusi, dan bekerja sama sehingga semua anggota memahami materi yang dipelajari. Rangkaian proses ini mempunyai tujuan akhir yaitu mahasiswa merasa sebagai subjek pembelajaran, mempunyai peran dan mempelajari sesuatu yang berkaitan dengan dirinya sehingga

---

<sup>31</sup> Kent Robertson, *Primary Math and Science Workshop*, Montreal, Canada: Okt - Nov 2007

<sup>32</sup> Setiawan, *Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan* (Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SMA Jenjang Dasar, 6-19 Agustus 2004, PPPG Matematika Yogyakarta)h.10

pembelajaran menjadi bermakna (*meaningful*). Pembelajaran bermakna dan kontekstual ini merupakan pembelajaran efektif dalam strategi PAKEM.<sup>33</sup>

Secara similar prinsip-prinsip yang berlaku pada pembagian merupakan prinsip-prinsip yang berlaku pada perkalian. Dengan menjelaskan bahwa perkalian adalah penjumlahan berulang dan pembagian adalah pengurangan berulang maka mahasiswa dapat menyimpulkan bahwa: pada pembagian berlaku:

1. Bilangan positif dibagi bilangan positif hasilnya positif
2. Bilangan positif dibagi bilangan negatif hasilnya negatif
3. Bilangan negatif dibagi bilangan positif hasilnya negatif
4. Bilangan negatif dibagi bilangan negatif hasilnya positif

## F. Penutup

Pembelajaran matematika topik operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan pendekatan konstruktivisme dapat diimplementasikan dengan menggunakan alat peraga tangga, lantai keramik, garis bilangan dan mainan hewan serta manik-manik dan penyusunan pola matematika. Adapun topik perkalian dan pembagian diimplementasikan dengan eksplorasi pola, konsep lawan bilangan dan konsep *I love to hate, I hate to hate*. Dengan paradigma “mahasiswa sebagai pusat pembelajaran” maka prinsip-prinsip PAKEM dapat diwujudkan.

---

<sup>33</sup> <http://www.idp-europe.org/toolkit/Buku-4.pdf> : h.2 ( download 12 November 2008 )

## DAFTAR PUSTAKA

- Clide A. Dilley, et al, *Algebra 2 with Trigonometry* (Heath and Company, USA, 1990)
- Edwin J Purcell, I Nyoman Susila dkk, *Kalkulus dan Geometri Analitis*, (Jilid 1 dan 2 Jakarta, Penerbit Erlangga, 1998)
- Erman Suherman, dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer* (Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI, Bandung, 2003)
- [http://id.wikipedia.org/wiki/Taksonomi\\_Bloom](http://id.wikipedia.org/wiki/Taksonomi_Bloom)
- <http://www.learningandteaching.info/learning/bloomtax.htm>
- <http://www.kindergarten-lessons.com/teaching-patterns-in-kindergarten.html>
- <http://manduakotabandung.blogspot.com/2008/04/belajar-matematika-dengan-kartu-kendali.html>
- <http://www.geocities.com/heksagon2001/pendekatankonstruktivisme.html>
- <http://gurupkn.wordpress.com/2008/04/27/paradigma-baru-dalam-pendidikan-dan-pembelajaran-learning-is-fun>
- Kent Robertson, *Primary Math and Science Workshop*, Montreal, Canada: Okt – Nov 2007
- A Lefrancois and Guy R, *Psychology for Teaching* (Wadsworth Thomson Learning, USA, 2000)
- Leonard M. Kennedy, et al, *Guiding Children's Learning of Mathematics* (Thomson-Wadsworth, USA, 2008)
- Moch Masykur Ag dan Abdul Halim Fatani, *Mathematical Intelligence.....*, (Ar-Ruz Media, Yogyakarta, 2007)
- The New Merriam-Webster Dictionary (MERRIAM-WEBSTER INC, Massachusetts, 1989)
- Robert E. Reys, et al, *Helping Children Learn Mathematics* (Allyn and Bacon, America, 1998)
- Setiawan, *Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan* (Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SMA Jenjang Dasar, 6-19 Agustus 2004, PPPG Matematika Yogyakarta)
- Siti Munawaroh, *Penerapan Metode Silib Tanya Berbantuan Kartu Model Sebagai Upaya Meningkatkan Aktifitas dan Kreativitas Siswa dalam Pembelajaran*

*Matematika Kelas VIII A MTsN Godean Yogyakarta* (Skripsi, Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas SAINTEK UIN Sunan Klijaga Yogyakarta, 2008)

