

**TELAAH TEORITIS PEMBANGKITAN MASSA
NEUTRINO MENGGUNAKAN MEKANISME SEESAW
TIPE-I, TIPE-II, DAN TIPE-III**

SKRIPSI

**Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program studi Fisika**



Oleh:

Nur Anisah
08620005

Kepada

**PROGRAM STUDI FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
2013**



PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/1846/2013

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Telaah Teoritis Pembangkitan Massa Neutrino Menggunakan Mekanisme Seesaw Tipe-I, Tipe-II, dan Tipe-III

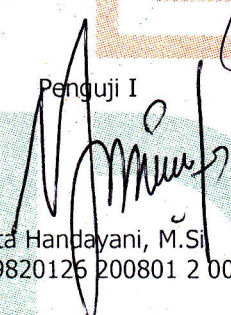
Yang dipersiapkan dan disusun oleh :
Nama : Nur Anisah
NIM : 08620005
Telah dimunaqasyahkan pada : 20 Juni 2013
Nilai Munaqasyah : A
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang


Joko Purwanto, M.Sc
NIP. 19820306 200912 1 002

Penguji I

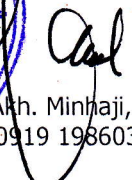

Nita Handayani, M.Si
NIP. 19820126 200801 2 008

Penguji II


Retno Rahmawati, M.Si
NIP. 19821116 200901 2 006

Yogyakarta, 26 Juni 2013
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan




Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A, Ph.D
NIP. 19580919 198603 1 002



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Nur Anisah

NIM : 08620005

Judul Skripsi : Telaah Teoritis Pembangkitan Massa Neutrino Menggunakan Mekanisme *Seesaw*
Tipe-I, Tipe-II, dan Tipe-III

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Fisika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Fisika Sains.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 4 Juni 2013

Pembimbing

Joko Purwanto, M. Sc.

NIP. 19820306 200912 1 002

PERNYATAAN BEBAS PLAGIARISME

Saya menyatakan bahwa skripsi yang saya susun, sebagai syarat memperoleh gelar sarjana merupakan hasil karya tulis saya sendiri. Adapun bagian-bagian tertentu dalam penulisan skripsi ini yang saya kutip dari hasil karya orang lain telah dituliskan sumbernya secara jelas sesuai dengan norma, kaidah dan etika penulisan ilmiah. Saya bersedia menerima sanksi pencabutan gelar akademik yang saya peroleh dan sanksi-sanksi lainnya sesuai dengan peraturan yang berlaku, apabila dikemudian hari ditemukan adanya plagiat dalam skripsi ini.

Yogyakarta, 3 Juni 2013



Nur Anisah
08620005

MOTTO

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

“Tidak semua yang dapat dihitung
diperhitungkan dan tidak semua
yang diperhitungkan dapat dihitung”
(Albert Einstein)

“Jika kita mampu percaya dengan orang lain,
kenapa kita tidak dapat mempercayai diri sendiri?”

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah rabbil 'Aalamiin,

Karya ini saya persembahkan untuk:

- ❖ Ayah dan Ibu tercinta, terima kasih atas rasa sayang, perhatian, dan perjuangan yang tak akan mungkin terbalaskan. Karena kalian adalah motivasi dan navigasi hidupku.
- ❖ Kakak Fauzan, mbak Maghfuroh, bang Yono, dan dek Tsaqiifa yang memberikan doa terikhlasnya dan senantiasa memberikan kekuatan.
- ❖ Sahabat P4 Nina, Susi, Aning serta almamaterku tercinta Program Studi Fisika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, khususnya Fisika Angkatan 2008 yang telah bersama mengukir satu kisah kita dimana baik dan buruk terangkum oleh indah, dan telah bersama mencerna semua karya cipta kita dimana hitam dan putih terbalut hangatnya cinta. Terima kasih atas kasih sayang, dukungan, dan motivasi yang telah kalian berikan.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Syukur Alhamdulillah, penyusun haturkan kehadiran Allah SWT atas rahmat, nikmat, dan karunia-Nya yang senantiasa memberikan petunjuk, bimbingan, kekuatan lahir dan batin sehingga dapat tersusun skripsi ini. Sholawat dan salam semoga tetap tercurah kepada junjungan Nabi besar Muhammad SAW beserta seluruh keluarganya, sahabatnya serta para pengikutnya yang selalu mantaatinya.

Penyusunan skripsi dengan judul **“Telaah Teoritis Pembangkitan Massa Neutrino Menggunakan Mekanisme Seesaw Tipe-I, Tipe-II, dan Tipe-III”**, dimaksudkan untuk memenuhi syarat memperoleh gelar sarjana strata satu Fisika di Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Dengan ketulusan dan kerendahan hati penyusun haturkan terima kasih yang tak terhingga atas segala bantuan dalam penyusunan skripsi ini kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Musa Asy'ari, selaku rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M. A., Ph. D., selaku dekan fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Nita Handayani, M.Si, selaku Ketua Program Studi Fisika sekaligus sebagai dosen pembimbing akademik dan dosen penguji I.
4. Bapak Joko Purwanto, M.Sc, selaku pembimbing yang dengan sabar dan tekun memberikan saran dan kritik yang sangat membangun, serta

memberikan bimbingan dengan penuh keikhlasan dan keterbukaan sehingga skripsi ini bisa terselesaikan dengan baik.

5. Ibu Retno Rahmawati, M. Si., selaku dosen penguji II, terimakasih atas saran dan koreksi yang telah diberikan kepada penulis.
6. Semua Staf Tata Usaha dan Karyawan di lingkungan Fakultas sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang secara langsung maupun tidak langsung telah membantu terselesaikannya skripsi ini.
7. Teman-teman seperjuangan fisika 2008 (Triya, Ella, Sita, Rentang, Farida, Udin, Kholis, Angga, Ipin, Frans, Rocim, Aulia, Cham, Huda) dan Kaliwiru *force* yang senantiasa memberikan dorongan semangat.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penyusun juga menyadari bahwa penyusunan skripsi ini jauh dari sempurna, namun demikian penyusun berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi pembaca dan menambah ilmu pengetahuan khususnya di bidang Sains fisika.

Aaamiin Yaa Rabbal ‘Aalamiin

Yogyakarta, 4 Juni 2013

Penyusun

DAFTAR ISI

| | Halaman |
|---|---------|
| HALAMAN JUDUL | i |
| HALAMAN PENGESAHAN | ii |
| HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING | iii |
| HALAMAN PERNYATAAN BEBAS PLAGIARISME | iv |
| MOTTO | v |
| HALAMAN PERSEMBAHAN | vi |
| KATA PENGANTAR | vii |
| DAFTAR ISI | ix |
| DAFTAR SIMBOL | xi |
| INTISARI | xiii |
| ABSTRACT | xiv |
| BAB I PENDAHULUAN | 1 |
| A. Latar Belakang Masalah | 1 |
| B. Identifikasi Masalah | 3 |
| C. Batasan Kajian | 4 |
| D. Rumusan Masalah | 4 |
| E. Tujuan Penelitian | 4 |
| F. Tinjauan Pustaka | 5 |
| G. Metode Penelitian | 6 |
| BAB II NEUTRINO | 7 |
| A. Sejarah Neutrino | 7 |

| | |
|--|----|
| B. Deteksi Keberadaan Neutrino | 8 |
| C. Cita Rasa Neutrino | 10 |
| D. Neutrino Kanan (<i>Right Hand Neutrino</i>) dan Neutrino Kiri (<i>Left Hand Neutrino</i>) | 11 |
| E. Karakter Neutrino..... | 12 |
| BAB III MEKANISME SEESAW | 14 |
| A. Sejarah Mekanisme Seesaw | 14 |
| B. Mekanisme Seesaw pada Neutrino | 14 |
| BAB IV PEMBANGKITAN MASSA NEUTRINO MENGGUNAKAN MODEL SEESAW | 19 |
| A. Mekanisme Seesaw tipe-I | 19 |
| B. Mekanisme Seesaw tipe-II | 23 |
| C. Mekanisme Seesaw tipe-III..... | 26 |
| D. Osilasi Neutrino | 30 |
| E. <i>Resume</i> | 38 |
| BAB V KESIMPULAN DAN SARAN | 39 |
| A. Kesimpulan | 39 |
| B. Saran..... | 40 |
| DAFTAR PUSTAKA | 41 |
| LAMPIRAN | 44 |

DAFTAR SIMBOL

| | |
|----------------------------|--|
| $\nu_e, \bar{\nu}_e$ | neutrino elektron dan antipartikelnya |
| $\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$ | neutrino muon dan antipartikelnya |
| $\nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$ | neutrino tauon dan antipartikelnya |
| $\nu_R, \bar{\nu}_R$ | neutrino kanan dan antipartikelnya |
| $\nu_L, \bar{\nu}_L$ | neutrino kiri dan antipartikelnya |
| M | matriks massa Majorana |
| m_D | matriks massa Dirac |
| h | tetapan Planck yang nilainya $6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ |
| c | laju rambat cahaya (dalam skripsi ini diasumsikan $c = 1$ karena ditinjau secara relativistik) |
| N | neutrino kanan singlet |
| Δ | triplet skalar/ partikel Higgs triplet |
| Σ | neutrino kanan triplet |
| σ | matriks Pauli |
| Y_x | kopling Yukawa dimana x adalah N, Δ, Σ |
| v | <i>vacum expectation value</i> (VEV) medan Higgs yang nilainya $174,1 \text{ GeV}$ |
| k | matriks simetri |

| | |
|----------------|--|
| $D_\mu \Delta$ | <i>covariant derivative</i> medan Higgs triplet skalar |
| $D^\mu \Delta$ | kompleks konjuget dari $D_\mu \Delta$ |
| ϕ | medan Higgs |
| p | momentum neutrino pada saat osilasi |
| E | energi neutrino pada saat osilasi |

TELAAH TEORITIS PEMBANGKITAN MASSA NEUTRINO MENGUNAKAN MEKANISME SEESAW TIPE-I, TIPE-II, DAN TIPE-III

NUR ANISAH
NIM. 08620005

INTISARI

Dalam skripsi ini dikaji mekanisme *Seesaw* untuk membangkitkan massa neutrino. Terdapat beberapa cara untuk membangkitkan massa tersebut yang direpresentasikan dalam tipe-tipe mekanisme *Seesaw*. *Seesaw* tipe-I memperkenalkan neutrino kanan singlet, *Seesaw* tipe-II memperkenalkan triplet Higgs (triplet skalar), dan *Seesaw* tipe-III memperkenalkan neutrino kanan triplet untuk mendapatkan massa aktif neutrino. Pada masing-masing tipe digunakan matriks massa Dirac dan massa Majorana untuk menghasilkan nilai eigen massa neutrino melalui diagonalisasi matriks massa *Seesaw* untuk masing-masing tipe.

Kata kunci: mekanisme *Seesaw*, massa neutrino, neutrino kanan

A THEORETICAL STUDY OF ARISING NEUTRINO MASS BY USING SEESAW MECHANISM TYPE-I, TYPE-II, AND TYPE-III

NUR ANISAH
NIM. 08620005

ABSTRACT

We investigate the seesaw mechanism to arise small neutrino mass. There was some ways to generate small neutrino mass which representative by the type of Seesaw mechanism. Type I Seesaw introduce the right handed singlet fermion and type II Seesaw introduce the Higgs triplet (scalar triplet) and the last one was introduce the right hand triplet fermion to get the active mass of neutrino. For each type, we use the mass matrix of Dirac mass and Majorana mass to produce active neutrino states by the diagonalization of them.

Keywords: Seesaw mechanism, neutrino mass, right handed neutrino

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar belakang masalah

Fisika partikel telah berkembang sangat pesat baik secara teori maupun eksperimen. Perkembangan secara teori sebagai contoh adalah yang terjadi pada abad ke-20, bidang ilmu fisika mengalami pergeseran dalam memahami alam seperti teori penggabungan antara teori kuantum dan teori relativitas khusus yang menghasilkan teori medan kuantum. Teori ini dirumuskan sebagai sebuah teori medan Gauge (*gauge field theory*) yang dijadikan oleh para ilmuwan fisika untuk memahami ketiga interaksi fundamental yang menentukan perilaku partikel-partikel elementer yaitu interaksi elektromagnetik (*electromagnetic interaction*), interaksi lemah (*weak interaction*), dan interaksi kuat (*strong interaction*). Kemudian ketiga interaksi tersebut digabungkan sehingga menghasilkan suatu model teori unifikasi agung (GUT- *Grand Unified Theory*). Penggabungan ini belum memperoleh hasil yang memuaskan karena terganjal oleh inkonsistensi matematis, ketakberhinggaan, dan kebolehjadian yang negatif.

Perkembangan fisika partikel selain teori juga pada eksperimen. Perkembangan ini ditunjukkan dengan adanya penemuan-penemuan oleh para fisikawan. Penemuan neutrino oleh Wolfgang Pauli tahun 1930 misalnya, penemuan ini mempostulatkan keberadaan partikel netral dengan massa kecil dan hanya terjadi pada interaksi lemah. Penemuan ini menghasilkan suatu partikel tidak bermuatan. Pada saat itu, para ilmuwan fisika berfikir bahwa

pada peluruhan β^- , inti atom $B(A,Z)$ akan meluruh menjadi anak inti $C(A,Z+1)$ dengan hanya memancarkan elektron e^- (Merle, 2006). Akan tetapi, terjadi ketidakkekalan energi dan sebenarnya ketidakkekalan energi tersebut diduga adanya suatu partikel yang tak bermuatan dan tak bermassa. Partikel ini yang kemudian dikenal dengan nama neutrino.

Neutrino dalam model standar merupakan partikel elementer yang tidak memiliki muatan dan massa. Akan tetapi dengan berkembangnya penelitian bidang fisika partikel, ada beberapa penelitian yang menyatakan bahwa neutrino memiliki massa, walaupun sangat kecil. Penelitian kolaborasi Super-Kamiokande berhasil membuktikan bahwa neutrino memiliki massa dengan dilakukannya identifikasi osilasi neutrino. Selain itu, penelitian Chlor Homestake, GaSAGE, dan GALLEX juga berhasil membuktikan adanya massa neutrino. Dari penelitian tersebut dihasilkan adanya penemuan mengenai neutrino atmosfer dan neutrino matahari (Purwanto, 2005).

Penelitian-penelitian yang berhasil membuktikan bahwa neutrino memiliki massa sejauh ini merupakan penelitian yang bersifat eksperimen. Oleh karena itu diperlukan suatu penelitian teori untuk menghitung secara numerik mengenai massa neutrino yang telah ditunjukkan. Permasalahan yang menarik untuk ditelaah secara teori adalah bagaimana dapat membangkitkan massa neutrino yang sangat kecil tersebut tanpa merusak model standar yang telah diketahui mampu menjadi dasar penelitian fisika partikel hingga saat ini.

Untuk menjelaskan adanya massa neutrino, diperlukan suatu model/ mekanisme yang mampu menghitung seberapa kecil massa neutrino.

Mekanisme yang ada hingga saat ini adalah mekanisme *Seesaw* yaitu dengan memperkenalkan neutrino kanan bermassa sangat masif. Pembangkitan massa dengan model/ mekanisme ini menarik untuk dikaji karena di dalamnya akan diperkenalkan neutrino kanan yang dalam model standar tidak ada. Dalam model standar hanya mengenal neutrino kiri mengingat skala energi dalam sektor rendah yaitu 10^2 GeV, sedangkan neutrino kanan akan muncul dalam sektor energi tinggi yaitu skala 10^{16} GeV.

Mekanisme *Seesaw* dalam memunculkan massa neutrino kanan memiliki dua konsep massa, yakni konsep Dirac dan Majorana. Perbedaan antara keduanya adalah dalam konsep massa Dirac, neutrino dianggap memiliki pasangan antipartikel yang berbeda dengan partikelnya, dan di dalam konsep massa Majorana partikel neutrino identik dengan antipartikelnya. Model yang banyak diterima saat ini adalah model yang melibatkan partikel Majorana karena keidentikan antara partikel dan antipartikelnya (King, 2007). Model/ mekanisme *Seesaw* adalah kajian teori pertama dan sangat menarik untuk dipelajari mengingat selama ini hanya dikenal neutrino kiri dan tak bermassa.

B. Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka dapat diidentifikasi masalah sebagai berikut:

1. Dalam model standar neutrino tidak memiliki massa.
2. Tidak dikenalnya neutrino kanan dalam model standar.

3. Belum ditemukannya mekanisme lain selain mekanisme *Seesaw* dalam usaha pembangkitan massa neutrino.

C. Batasan Kajian

Permasalahan yang dikaji dibatasi pada hal-hal berikut ini:

1. Tipe mekanisme *Seesaw* yang digunakan untuk membangkitkan massa neutrino adalah mekanisme *Seesaw* tipe-I, tipe-II, dan tipe-III.
2. Untuk mendapatkan massa neutrino, digunakan matriks massa Dirac dan massa Majorana.
3. Mekanisme *Seesaw* memiliki tiga tipe yang masing-masing mampu membangkitkan massa neutrino dengan memperkenalkan partikel neutrino kanan dan skalar triplet (Higgs triplet).

D. Rumusan masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasannya, maka masalah yang dikaji dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana massa neutrino yang dihasilkan dari mekanisme *Seesaw* tipe-I, *Seesaw* tipe-II, dan *Seesaw* tipe-III ?
2. Bagaimana perbedaan model massa neutrino yang dihasilkan dari mekanisme *Seesaw* tipe-I, mekanisme *Seesaw* tipe-II, dan mekanisme *Seesaw* tipe-III?

E. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang diuraikan, penelitian ini bertujuan:

1. Untuk mengetahui massa neutrino yang dihasilkan dari mekanisme *Seesaw* tipe-I, *Seesaw* tipe-II, dan *Seesaw* tipe-III

2. Untuk mengetahui perbedaan model massa neutrino yang dihasilkan dari mekanisme *Seesaw* tipe-I, mekanisme *Seesaw* tipe-II, dan mekanisme *Seesaw* tipe-III.

F. Tinjauan Pustaka

Beberapa penelitian yang terkait dengan penelitian ini diantaranya sebagai berikut :

1. Penelitian yang dilakukan oleh Agus Purwanto (2005) yang berjudul “Mekanisme *Seesaw* dalam Ruang dengan Dimensi Ekstra”. Pada penelitian ini, peneliti memperlihatkan bahwa pada dimensi ekstra yaitu dimensi kelima ala Kaluza-Klein (KK) berperan dalam menghadirkan neutrino dengan massa sangat kecil.
2. Penelitian oleh Intan Fatimah Hizbullah dan Agus Purwanto (2008) yang berjudul “Matriks Massa Segitiga dan Massa Neutrino Masif dalam Model *Seesaw*”. Pada penelitian ini, peneliti menganalisa bauran neutrino dalam model *Seesaw* melalui segitigaisasi matriks massa umum.

Penelitian yang dilakukan ini memiliki perbedaan dari penelitian yang telah disebutkan di atas. Pada penelitian ini akan ditelaah mengenai mekanisme *Seesaw* digunakan sebagai kajian untuk membangkitkan massa kecil neutrino. Perbedaan dari penelitian yang telah dilakukan di atas diantaranya :

1. Penelitian ini meninjau mekanisme *Seesaw* sebagai mekanisme pembangkitan massa neutrino dalam sektor energi tinggi.

2. Penelitian ini sampai pada perhitungan besar massa neutrino melalui mekanisme *Seesaw* dan tidak menggunakan segitigaisasi massa neutrino.

G. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kajian teoritis terhadap Mekanisme *Seesaw* sebagai metode pembangkitan massa kecil neutrino. Mekanisme *Seesaw* tipe I memperkenalkan neutrino kanan singlet, *Seesaw* tipe II memperkenalkan skalar triplet (Higgs triplet), dan *Seesaw* tipe III memperkenalkan neutrino kanan triplet untuk mendapatkan massa aktif neutrino.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

A. KESIMPULAN

Dari kajian mengenai pembangkitan massa neutrino menggunakan mekanisme *Seesaw* memberikan hasil sebagai berikut:

1. Mekanisme *Seesaw* merupakan mekanisme yang mampu membangkitkan massa aktif neutrino. Model massa aktif neutrino dihasilkan melalui diagonalisasi matriks massa Dirac dan matriks massa Majorana. Melalui diagonalisasi matriks tersebut akan diperoleh dua nilai eigen dari massa neutrino, massa yang pertama (neutrino kanan) akan jauh lebih besar daripada nilai yang kedua (neutrino kiri).
2. Adapun model dan besar nilai massa neutrino yang dihasilkan dari perumusan mekanisme *Seesaw* adalah:

| Tipe Mekanisme <i>Seesaw</i> | Partikel yang diperkenalkan | Simbol | Model Massa Neutrino m_ν | Massa neutrino (eV) |
|------------------------------|--------------------------------|----------|---|---------------------|
| Tipe-I | neutrino kanan singlet | N | $m_\nu = -\frac{1}{2}v^2 Y_N^T M_N^{-1} Y_N$ | 0,0015 |
| Tipe-II | skalar triplet (Higgs triplet) | Δ | $m_\nu = \frac{v^2}{2} \frac{\Lambda_6 Y_\Delta}{M_\Delta^2}$ | 0,0015 |
| Tipe-III | neutrino kanan triplet | Σ | $m_\nu = -\frac{1}{2}v^2 Y_\Sigma^T M_\Sigma^{-1} Y_\Sigma$ | 0,15 |

Mekanisme *Seesaw* tipe I memperkenalkan neutrino kanan singlet kanan yang direpresentasikan dengan N , *Seesaw* tipe II memperkenalkan skalar triplet (Higgs triplet) yang direpresentasikan dengan Δ , dan *Seesaw* tipe

III memperkenalkan neutrino kanan triplet yang direpresentasikan dengan Σ .

3. Setiap model massa yang dihasilkan untuk tiap-tiap tipe adalah berupa massa Majorana dimana dalam konsep massa Majorana partikel dan antipartikelnya identik. Massa Dirac tidak muncul karena dari hasil perbandingan massa antara massa Dirac dan massa Majorana sangat besar yaitu $1: 10^{14}$ GeV.

B. SARAN

Pada penelitian ini masih terdapat banyak hal yang harus dikaji lebih dalam. Oleh sebab itu, untuk penelitian selanjutnya diharapkan agar peneliti mengkaji mengenai mekanisme *Seesaw* lebih detail. Kajian mekanisme *Seesaw* ini masih dibatasi pada pengasumsian bahwa neutrino adalah partikel Majorana. Kajian mekanisme *Seesaw* dengan pengasumsian neutrino adalah partikel Dirac perlu dikaji dan dicari perbandingannya dengan asumsi neutrino adalah partikel Majorana.

DAFTAR PUSTAKA

- Abada, A., C. Biggio, F. Bonnet, M.B. Gavela, dan T. Hambye. 2008. $\mu \rightarrow e\gamma$ and $\tau \rightarrow l\gamma$ decays in the fermion triplet Seesaw model. [arXiv: hep-ph/0803.0481v2]
- Beccoral, Alicia Broncano. 2005. *The Effective Lagrangian of The Seesaw Model and Leptogenesis*. (Tesis), Fisika Teori, Universidad Autonoma de Madrid. (http://www.ift.uam.es/oldIFT/tesis/alicia_broncano.pdf akses tanggal 19 April 2013)
- Blennow, Mattias dan Enrique Fernandez-Martinez, Jacobo Lopez-Pavon, Javier Menendez. 2010. "Neutrinoless Double Beta Decay In Seesaw Models". (arXiv: hep-ph/1005.3240v3 akses tanggal 10 April 2012)
- Damanik, Asan. 2008. *Massa Neutrino Dirac dan Pemekaran Model GWS*. (Disertasi), Jurusan Fisika, FMIPA, UGM.
- Farzan, Yasaman dan Silvia Pascoli, Michael A. Schmidt. 2010. AMEND: A Model Explaining Neutrino masses and Dark matter testable at the LHC and MEG. [arXiv: hep-ph/10005.5223v2]
- Goldstein, H. 1980. *Classical Mechanics 2nd*. Addison- Wesley, Reading MA.
- Gonzales- Garcia, M. C. 2005. "Global Analysis of NeutrinoData". Phys. Scripta T. 121. P. 72.
- Harigaya, Keisuke dan Masahiro Ibe, Tsutomu T. Yanagida. 2012. *Seesaw Mechanism with Occam's Razor*. Japan [arXiv:hep-ph/1205.2198v2] akses tanggal 16 januari 2013
- Hizbullah, Intan Fatimah dan Agus Purwanto. 2008. *Matriks Massa Segitiga dan Massa Neutrino Masif dalam Model Seesaw*. ITS Surabaya.
- Julio. 2003. *Neutrino Mixing dalam Skenario Tiga Generasi*. (Skripsi), Departemen Fisika, FMIPA, UI.
- Kayser, Boris. 2004. Neutrino Physics. *SLAC Summer Institute on Particle Physics (SSI04), L004*, Agustus 2004.
- King, S.F.. 2007. *Neutrino Mass*. University of Southampton. [arXiv: hep-ph/0712.1750].
- Kopp, Joachim. 2006. *Phenomenology of Three-Flavour Neutrino Oscillations*. (Thesis), Technische Universitat Munchen.

- Lindner, Manfred dan Tommy Ohlsson, Gerhart Seidl. 2008. *Seesaw Mechanism for Dirac and Majorana Neutrino Mass*. Technische Universitat Munchen. [ArXiv: hep-ph/ 0109264v2].
- Malkawi, Ehab. 2002. “*Neutrino Oscillations Due to Nonuniversal Gauge Interactions in the Weak Sector*”. Jordan University of Science and Technology, Jordan.[arXiv: hep-ph/ 0207137v3]
- Mart, Terry. 2003. *Menghancurkan bom Nuklir dengan Sinar neutrino dan Proton*. Jakarta: UI (<http://staff.fisika.ui.ac.id/tmart/nuklir.html> akses tanggal 25 April 2012)
- Merle, Alexander. 2006. *Neutrino Masses and Mixings in Future Experiments*. Universitas Teknik Munchen.
- Minkowski, Peter. 2011. *The Seesaw Mechanism for Masses of Three Light and Three Heavy Majorana Neutrino Fields*. Albert Einstein Center for Fundamental Physics. ITP- University of Bern.
- Mohapatra, RN. Dan A.Y. Smirnov. 2006. Neutrino Mass and New Physics. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **2006. 56:** 569-628
- Murayama, Hitoshi. 2002. The Origin of Neutrino Mass. *Physics World*, Mei 2002: 35- 39
- Nakamura, K dan S.T. Petcov. 2012. *Neutrino Mass, Mixing, and Oscillations*. Tokyo. (PR D86, 010001 (2012) [<http://pdg.lbl.gov>]) 18 juni 2012
- Petraki, Kalliopi. 2009. *Sterile Neutrinos Dark Matter*. University of melboure.
- Purwanto, Agus. 2005. *Mekanisme Seesaw dalam Ruang dengan Dimensi Ekstra*. ITS Surabaya. (<http://digilib.its.ac.id/public/ITS-Article-9072-Agus%20Purwanto-> akses tanggal 20 Februari 2012)
- Purwanto, Agus dan Herlik Wibowo. 2011. The Exact Eigenvalues of the Neutrino Mass Matrix in Global Lepton and $\mu-\tau$ Interchange Symmetry. *Jurnal Matematika dan Sains*, Vol.16 No. 1 April 2011: 22-25
- Ray, Shamayita. 2010. “*Renormalization Group Evolution Of Neutrino Masses And Mixing In Seesaw Models: A Review*”. New York. (arXiv: hep-ph/ 1005.1938v1 akses tanggal 10 April 2012)
- Ryder, Lewis. H., 1996, *Quantum Field Theory (2nd ed)*, Cambridge University Press.

- Satriawan, Mirza. 2008. Neutrino Mass. *Journal Theory Computacy Study*, Vol. 7 No. 0402: 1-5
- Smith, Darrel. 2001. *Calculating the Probability for Neutrino Oscillations*. Embry- Ridde University.
- Stella, Attilio. 2010. *Phenomenology of Discrete Flavour Symmetries*. Universita degli studi di Padova (arXiv:1004.2211v3 [hep-ph])
- Strumia, Alessandro dan Francesco Vissani. 2006. *Neutrino Masses and Mixings and Italy: INFN*. (Diakses tanggal 10 April 2012 melalui http://www.df.unipi.it/~flaminio/astroparticelle/strumia_vissani.pdf)
- Tanaka, K. 1981. "Neutrino Mixing and Oscillation in A Grand Unified Field Theory SO(10) ". *Acta Physica Polonica*, Vol. B12 September 1981: 339-345
- Wiyatmo, Yusman. 2008. *Fisika Atom dalam perspektif Klasik, Semiklasik, dan Kuantum*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Zettili, Nouredine. 2009. *Quantum Mechanics Concept and Applications 2nd*. John Wiley and Sons, USA.

LAMPIRAN

A. Perhitungan Probabilitas transisi Neutrino

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E^2 - p^2 c^2 = \frac{m_0^2 c^4 - m_0^2 v^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$E^2 - p^2 c^2 = \frac{m_0^2 c^4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

Karena nilai $c = 1$ maka persamaan di atas dapat ditulis:

$$E = \sqrt{p^2 + m_0^2}$$

$$E = p \sqrt{1 + \frac{m_0^2}{p^2}} \dots\dots(i)$$

Dengan deret binomial berikut:

$$1 + n^2 \approx 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots$$

Maka persamaan (i) dapat dirubah ke bentuk:

$$E \approx p + \frac{1}{2} \frac{m_0^2}{p}$$

$$\begin{aligned}
P_{\mu \rightarrow e} &= \left| \langle \nu_e | \nu_\mu \ t > 0 \rangle \right|^2 \\
&= e^{iz} e^{-iz} \left(\sin^2 \theta \cos^2 \theta + 2e^{it \frac{\Delta m^2}{2p}} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + e^{it \frac{\Delta m^2}{p}} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right) \\
&= \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left(1 + 2e^{it \frac{\Delta m^2}{2p}} + e^{it \frac{\Delta m^2}{p}} \right) \\
&= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 + \cos \left(\frac{\Delta m^2}{2p} t \right) \right)
\end{aligned}$$

B. Perhitungan Massa Neutrino

Lagrangian matriks massa Dirac:

$$L_{Dirac} = \bar{\nu}_R m_D \nu$$

Lagrangian matriks massa Majorana:

$$L_M = \bar{\nu}_R M \nu_R^C$$

Lagrangian kombinasi matriks massa Dirac dan Majorana:

$$L = \bar{\nu}_R m_D \nu + \bar{\nu} M \nu_R^C - \frac{1}{2} \bar{\nu}_R M \nu_R^C + \nu_R M \bar{\nu}_R^C - \frac{1}{2} \bar{\nu} M \nu^C + \nu M \bar{\nu}^C + h.c$$

Jika Lagrangian di atas dibuat dalam bentuk matriks maka akan menjadi:

$$L = -\frac{1}{2} \bar{\nu} \quad \bar{\nu}_R^C \begin{pmatrix} M & m_D \\ m_D & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu^C \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c$$

$$\begin{pmatrix} M_L & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix} \text{ dimana } a=1 \quad b = M_L + M_R \quad c = M_L M_R - m_D^2$$

Eigenvalue bernilai \pm dengan rumus a, b, c

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{1}{2} M_L + M_R \pm \frac{1}{2} \sqrt{M_L + M_R^2 - 4 M_L M_R - m_D^2}$$

Eigenvalue (-):

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{2} M_L + M_R - \frac{1}{2} \sqrt{M_L + M_R}^2 - 4 M_L M_R - m_D^2 \\
\frac{1}{2} (M_L + M_R) &= \frac{1}{2} \sqrt{(M_L + M_R)^2 - 4 (M_L M_R - m_D^2)} \\
\cancel{(M_L + M_R)} &= \cancel{(M_L + M_R)} - 4 (M_L M_R - m_D^2) \\
0 &= -4 M_L M_R + 4 m_D^2 \\
\cancel{M_L M_R} &= \cancel{m_D^2} \\
M_L M_R &= m_D^2 \\
M_L &= \frac{m_D^2}{M_R}
\end{aligned}$$

Eigenstates:

$$\psi_- = \nu_L + \nu_L^C + \frac{m_D}{M} \nu_R + \nu_R^C \quad \text{ketika massa sangat kecil}$$

$$\psi_+ = \nu_R + \nu_R^C - \frac{m_D}{M} \nu_L + \nu_L^C \quad \text{ketika massa sangat besar}$$

C. Perhitungan massa aktif

1. Mekanisme Seesaw tipe-I

- Matriks massa

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^* = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}$$

$$m_1 = A^\dagger m_D C^* + C^\dagger m_D A^* + C^\dagger M C^*$$

$$m_2 = B^\dagger m_D D^* + D^\dagger m_D^T B^* + D^\dagger M D^*$$

$$D m_2 D^T = D B^\dagger m_D D^* D^T + D D^\dagger m_D^T B^* D^T + D D^\dagger M D^* D^T$$

$$D m_2 D^T = D B^\dagger m_D (1 - \varepsilon^T) + (1 - \varepsilon) m_D^T B^* D^T + (1 - \varepsilon) M (1 - \varepsilon^T)$$

dimana:

$$D^* D^T = 1 - \varepsilon^T \quad \varepsilon = \left(\frac{m_D}{M} \right)^n$$

$$A A^\dagger = 1 - \varepsilon$$

$$\begin{aligned}
Am_1 A^T &= AA^\dagger m_D C^* A^T + AC^\dagger m_D A^* A^T + AC^\dagger MC^* A^T \\
Am_1 A^T &= 1 - \varepsilon \quad m_D C^* A^T + AC^\dagger m_D \quad 1 - \varepsilon^T \quad + AC^\dagger MC^* A^T \\
Cm_1 C^T &= CA^\dagger m_D C^* C^T + CC^\dagger m_D A^* C^T + CC^\dagger MC^* C^T \\
&= CA^\dagger m_D \quad 1 - \varepsilon^T \quad + 1 - \varepsilon \quad m_D A^* C^T + 1 - \varepsilon \quad M \quad 1 - \varepsilon^T \\
A^\dagger m_D D^* + C^\dagger m_D^T B^* + C^\dagger M D^* &= 0 \\
A^\dagger m_D + C^\dagger M \quad D^* &= -C^\dagger m_D^T B^* \\
A^\dagger m_D + C^\dagger M &= \frac{-C^\dagger m_D^T B^*}{D^*} \\
&= -O \quad \varepsilon^{1/2} \quad m_D^T O \quad \varepsilon^{1/2} \quad D^T \quad 1 - \varepsilon^T \\
C^\dagger M &= -O \quad \varepsilon^{1/2} \quad m_D^T O \quad \varepsilon^{1/2} \quad D^T \quad 1 - \varepsilon^T \quad - A^\dagger m_D \\
&= -O \quad \varepsilon \quad m_D^T D^T \quad 1 - \varepsilon^T \quad - A^\dagger m_D \\
C^\dagger &= O \quad \varepsilon \quad -A^\dagger m_D M^{-1}
\end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned}
\varepsilon &\sim O\left(\frac{m_D}{M}\right)^2 & Dm_2 D^T &= M + O\left(\frac{m_D^2}{M}\right) \\
B &\sim C \sim O\left(\frac{m_D}{M}\right)
\end{aligned}$$

maka diperoleh:

$$Am_1 A^T = -m_D M^{-1} m_D^T$$

- Lagrangian massa

$$m_D M^{-1} m_D^T = m_\nu$$

$$\overline{\nu}_L^T = \nu_L^C$$

$$\begin{aligned}
L &= -\overline{\nu}_L m_D \nu_R - \frac{1}{2} \overline{\nu}_R^c M \nu_R + h.c \\
&= \overline{\nu}_L m_D M^{-1} m_D^T C \overline{\nu}_L^T + \frac{1}{2} \overline{\nu}_R^c M M^{-1} m_D^T C \overline{\nu}_L^T + h.c \\
&= \overline{\nu}_L m_D M^{-1} m_D^T C \overline{\nu}_L^T + \frac{1}{2} \overline{\nu}_L m_D M^{-1} C M M^{-1} m_D^T C \overline{\nu}_L^T + h.c \\
&= \overline{\nu}_L \overline{\nu}_L^T m_D m_D^T M^{-1} C - \frac{1}{2} \overline{\nu}_L \overline{\nu}_L^T m_D m_D^T M^{-1} C + h.c \\
&= \frac{1}{2} \overline{\nu}_L m_D M^{-1} m_D^T C \overline{\nu}_L^c + h.c \\
&= \frac{1}{2} \overline{\nu}_L m_\nu C \overline{\nu}_L^c + h.c
\end{aligned}$$

2. Mekanisme Seesaw tipe-II

a. Perhitungan matriks skalar singlet

$$\Delta = \frac{\sigma^i \Delta^i}{\sqrt{2}} = \begin{bmatrix} \Delta^+ / \sqrt{2} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\Delta^+ / \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Matriks Pauli σ

$$\sigma^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta^+ / \sqrt{2} & \Delta^1 - i\Delta^2 / \sqrt{2} \\ \Delta^1 + i\Delta^2 / \sqrt{2} & -\Delta^+ / \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\Delta^\dagger = \begin{bmatrix} \Delta^+ / \sqrt{2} & \Delta^1 + i\Delta^2 / \sqrt{2} \\ \Delta^1 - i\Delta^2 / \sqrt{2} & -\Delta^+ / \sqrt{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta^+ / \sqrt{2} & \Delta^0 \\ \Delta^{++} & -\Delta^+ / \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\Delta^\dagger \Delta &= \begin{bmatrix} \Delta^+ / \sqrt{2} & \Delta^0 \\ \Delta^{++} & -\Delta^+ / \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta^+ / \sqrt{2} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\Delta^+ / \sqrt{2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \Delta^+ / \sqrt{2}^2 + \Delta^0^2 & \Delta^{++} \cdot \Delta^+ / \sqrt{2} + \Delta^0 \cdot -\Delta^+ / \sqrt{2} \\ \Delta^{++} \cdot \Delta^+ / \sqrt{2} + \Delta^0 \cdot -\Delta^+ / \sqrt{2} & \Delta^+ / \sqrt{2}^2 + \Delta^{++}^2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Tr[\Delta^\dagger\Delta] &= \Delta^+/\sqrt{2}^2 + \Delta^0^2 + \Delta^+/\sqrt{2}^2 + \Delta^{++2} \\
&= \Delta^+/\sqrt{2}^2 + \Delta^1+i\Delta^2/\sqrt{2}^2 + \Delta^+/\sqrt{2}^2 + \Delta^1-i\Delta^2/\sqrt{2}^2 \\
&= \frac{1}{2} \Delta^+^2 + \Delta^1+i\Delta^2^2 + \Delta^+^2 + \Delta^1-i\Delta^2^2 \\
&= \frac{1}{2} \left(\cancel{\Delta^+^2} + \Delta^1^2 + \cancel{2\Delta^1\Delta^2i} + \cancel{(\Delta^2)^2} + \cancel{(\Delta^1)^2} - \cancel{2\Delta^1\Delta^2i} + \cancel{(\Delta^2)^2} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\cancel{\Delta^+^2} + \cancel{(\Delta^1)^2} - \cancel{(\Delta^2)^2} \right) \\
&= \cancel{(\Delta^+)^2} + \cancel{(\Delta^1)^2} - \cancel{(\Delta^2)^2}
\end{aligned}$$

$$\Delta^\dagger\Delta\Delta^\dagger\Delta = \begin{bmatrix} \Delta^+/\sqrt{2}^2 + \Delta^0^2 & \Delta^{++} \cdot \Delta^+/\sqrt{2} + \Delta^0 \cdot -\Delta^+/\sqrt{2} \\ \Delta^{++} \cdot \Delta^+/\sqrt{2} + \Delta^0 \cdot -\Delta^+/\sqrt{2} & \Delta^+/\sqrt{2}^2 + \Delta^{++2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta^+/\sqrt{2}^2 + \Delta^0^2 & \Delta^{++} \cdot \Delta^+/\sqrt{2} + \Delta^0 \cdot -\Delta^+/\sqrt{2} \\ \Delta^{++} \cdot \Delta^+/\sqrt{2} + \Delta^0 \cdot -\Delta^+/\sqrt{2} & \Delta^+/\sqrt{2}^2 + \Delta^{++2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
Tr[\Delta^\dagger\Delta\Delta^\dagger\Delta] &= \Delta^+/\sqrt{2}^2 + \Delta^0^2 + \Delta^{++} + \Delta^0^2 + \Delta^{++2} + \Delta^+/\sqrt{2}^2 \\
&= \Delta^+/\sqrt{2}^4 + \Delta^0^4 + 2 \cdot \Delta^+/\sqrt{2}^2 \Delta^0^2 + \Delta^+^2 \cdot \Delta^{++} + \Delta^0^2 \\
&\quad + \Delta^+/\sqrt{2}^4 + \Delta^{++4} + 2 \cdot \Delta^+/\sqrt{2}^2 \Delta^{++2} \\
Tr[\Delta^\dagger\Delta\Delta^\dagger\Delta] &= 2 \Delta^+/\sqrt{2}^4 + 2 \Delta^+/\sqrt{2}^2 \cdot \Delta^0^2 + \Delta^{++2} \\
&\quad + \Delta^+^2 \cdot \Delta^{++} + \Delta^0^2 + \Delta^0^4 + \Delta^{++4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Tr[\Delta^\dagger \Delta \Delta^\dagger \Delta] &= \Delta^+ / \sqrt{2}^2 + \Delta^0^2 + \Delta^{++}^2 + \Delta^+ / \sqrt{2}^2 + 2 \Delta^+ / \sqrt{2}^2 \Delta^{++} - \Delta^0^2 \\
&= \left(\frac{\Delta^+^4}{4} + \Delta^0^4 + \cancel{2} \cdot \frac{(\Delta^+)^2}{\cancel{2}} \cdot (\Delta^0)^2 \right) + \left(\frac{(\Delta^+)^4}{4} + (\Delta^{++})^4 + \cancel{2} \cdot \frac{(\Delta^+)^2}{\cancel{2}} \cdot (\Delta^{++})^2 \right) \\
&\quad + \cancel{2} \cdot \frac{(\Delta^+)^2}{\cancel{2}} \cdot ((\Delta^{++})^2 - 2(\Delta^{++} \Delta^0) (\Delta^0)^2) \\
&= \frac{1}{2} (\Delta^+)^4 + (\Delta^+)^2 (\Delta^0)^2 + (\Delta^{++})^4 + (\Delta^+)^2 (\Delta^{++})^2 \\
&\quad - 2(\Delta^0 \Delta^+ \Delta^{++}) (\Delta^+ \Delta^0) \\
&= \frac{1}{2} (\Delta^+)^4 + (\Delta^0)^4 + (\Delta^{++})^4 + (\Delta^+)^2 (\Delta^0)^2 + (\Delta^+)^2 (\Delta^{++})^2 + (\Delta^+)^2 (\Delta^{++})^2 \\
&\quad - 2(\Delta^0 \Delta^+ \Delta^{++}) (\Delta^+ \Delta^0) \\
&= (\Delta^0)^4 + \frac{1}{2} (\Delta^+)^4 + (\Delta^{++})^4 + 2(\Delta^+)^2 (\Delta^0)^2 + 2(\Delta^+)^2 (\Delta^{++})^2 \\
&\quad - 2(\Delta^0 \Delta^+ \Delta^{++})
\end{aligned}$$

b. Lagrangian

$$L_{\Delta, Yukawa} = \frac{1}{\sqrt{2}} Y_\Delta \nu_L^c \langle \Delta_0 \rangle \nu_L + h.c$$

$$\langle \Delta_0 \rangle \sim \frac{\Lambda_6 \nu^2}{2\sqrt{2} M_\Delta^2}$$

$$L_{\Delta, Yukawa} = \frac{1}{\sqrt{2}} Y_\Delta \nu_L^c \frac{\Lambda_6 \nu^2}{2\sqrt{2} M_\Delta^2} \nu_L + h.c$$

$$= \frac{1}{4} Y_\Delta \nu_L^c \nu_L \frac{\Lambda_6 \nu^2}{M_\Delta^2} + h.c$$

$$= \frac{\nu_L^c \nu_L}{2} \frac{\nu^2}{2} \frac{\Lambda_6 Y_\Delta}{M_\Delta^2} + h.c$$

.....(ii)

Suku massa dalam lagrangian persamaan (ii) adalah $\frac{\nu^2}{2} \frac{\Lambda_6 Y_\Delta}{M_\Delta^2}$ dan suku

tersebut yang disebut sebagai massa aktif neutrino tipe-II.

3. Mekanisme Seesaw tipe-III

$$\begin{aligned}
L_{\Sigma, Kin} &= Tr \left[\Sigma_i \not{\partial} \Sigma \right] \\
&= \bar{\psi} i \not{\partial} \psi + \bar{\Sigma}_R^0 i \not{\partial} \Sigma_R^0 - \bar{\psi} M_{\Sigma} \psi - \left(\bar{\Sigma}_R^0 \frac{M_{\Sigma}}{2} \Sigma_R^{0C} + h.c \right) \\
L_{\Sigma, massa} &= -\frac{1}{2} Tr \left[\bar{\Sigma} M_{\Sigma} \Sigma \right] \\
&= -\frac{1}{2} Tr \left[\bar{\Sigma} M_{\Sigma} \Sigma^C + \bar{\Sigma}^C M_{\Sigma}^* \Sigma \right] \\
&= g W_{\mu}^+ \bar{\Sigma}_R^0 \gamma_{\mu} P_R \psi + W_{\mu}^+ \bar{\Sigma}_R^{0C} \gamma_{\mu} P_L \psi + h.c - g W_{\mu}^3 \bar{\psi} \gamma_{\mu} \psi \\
L_{\Sigma, Yukawa} &= -\bar{l}_L \sqrt{2} Y_{\Sigma}^{\dagger} \Sigma \phi - \phi^T \varepsilon^T \bar{\Sigma} \sqrt{2} Y_{\Sigma} l_L \\
&= -\phi^0 \bar{\Sigma}_R^0 Y_{\Sigma} \nu_L + \sqrt{2} \phi^0 \bar{\psi} Y_{\Sigma} l_L + \phi^+ \bar{\Sigma}_R^0 Y_{\Sigma} l_L - \sqrt{2} \phi^+ \nu_L^C Y_{\Sigma}^T \psi + h.c
\end{aligned}$$

D. Perhitungan Massa Neutrino

1. Seesaw tipe-I

$$\nu = 174,1 GeV, Y_N^T = -1, Y_N = 1, M_N = 10^{16} GeV$$

$$\begin{aligned}
m_{\nu} &= -\frac{\nu^2}{2} Y_N^T M_N^{-1} Y_N \\
&= -\frac{174,1^2}{2} \times \frac{-1 \times 1}{10^{16}} \\
&= 15155,4 \times 10^{-16} GeV \\
&= 0,0015 eV
\end{aligned}$$

2. Seesaw tipe-II

$$\nu = 174,1 \text{ GeV}, Y_{\Delta} = 1, M_{\Delta} = 10^{14} \text{ GeV}, \Lambda_6 = 10^{12} \text{ eV}$$

$$\begin{aligned} m_{\nu} &= \frac{\nu^2}{2} \frac{\Lambda_6 Y_{\Delta}}{M_{\Delta}^2} \\ &= \frac{174,1^2 \text{ GeV}^2}{2} \times \frac{10^{12} \text{ eV} \times 1}{10^{14}{}^2 \text{ GeV}^2} \\ &= 15155,4 \times 10^{-28} \times 10^9 \times 10^{12} \text{ eV} \\ &= 0,00151554 \text{ eV} \\ &= 0,0015 \text{ eV} \end{aligned}$$

3. Seesaw tipe-III

$$\nu = 174,1 \text{ GeV}, Y_{\Sigma}^T = -1, Y_{\Sigma} = 1, M_{\Sigma} = 10^{14} \text{ GeV}$$

$$\begin{aligned} m_{\nu} &= -\frac{\nu^2}{2} Y_{\Sigma}^T M_{\Sigma}^{-1} Y_{\Sigma} \\ &= -\frac{174,1^2}{2} \times \frac{-1 \times 1}{10^{14}} \\ &= 15155,4 \times 10^{-14} \text{ GeV} \\ &= 0,151554 \text{ eV} \\ &= 0,15 \text{ eV} \end{aligned}$$

E. Konversi Massa Neutrino ke Bentuk Kilogram (kg)

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1,602189 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 931,502 \text{ MeV} / c^2 &= 1,660566 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ 1 \text{ MeV} / c^2 &= \frac{1,660566 \cdot 10^{-27}}{931,502} \text{ kg} \\ &= 1,782676 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \\ 1 \text{ eV} / c^2 &= 1,782676 \cdot 10^{-36} \text{ kg} \end{aligned}$$

1. Seesaw tipe-III

$$\begin{aligned}
0,0015 eV &= \dots kg \\
1 eV / c^2 &= 1,782676 \cdot 10^{-36} kg \\
0,0015 eV &= 0,0015 \cdot 1,782676 \cdot 10^{-36} kg \cdot c^2 \\
0,0015 eV / c^2 &= 0,0015 \cdot 1,782676 \cdot 10^{-36} kg \\
&= 2,674014 \cdot 10^{-39} kg
\end{aligned}$$

2. Seesaw tipe-III

$$\begin{aligned}
0,0015 eV &= \dots kg \\
1 eV / c^2 &= 1,782676 \cdot 10^{-36} kg \\
0,0015 eV &= 0,0015 \cdot 1,782676 \cdot 10^{-36} kg \cdot c^2 \\
0,0015 eV / c^2 &= 0,0015 \cdot 1,782676 \cdot 10^{-36} kg \\
&= 2,674014 \cdot 10^{-39} kg
\end{aligned}$$

3. Seesaw tipe-III

$$\begin{aligned}
0,0015 eV &= \dots kg \\
1 eV / c^2 &= 1,782676 \cdot 10^{-36} kg \\
0,15 eV &= 0,15 \cdot 1,782676 \cdot 10^{-36} kg \cdot c^2 \\
0,15 eV / c^2 &= 0,15 \cdot 1,782676 \cdot 10^{-36} kg \\
&= 2,674014 \cdot 10^{-37} kg
\end{aligned}$$