

**PERBANDINGAN ALGORITMA DIJKSTRA, BELLMAN-FORD, DAN
FLOYD-WARSHALL UNTUK Mencari Rute Terpendek
(*THE SHORTEST PATH PROBLEM*)**

**Skripsi
Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Mencapai Derajat S-1
Program Studi Matematika**



Disusun Oleh :
INDRIYANI MULYAWATIK SUSANI
NIM. 08610021

**Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
2012**

SURAT PERNYATAAN BERJILBAB

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Indriyani Mulyawatik Susani

NIM : 08610021

Prodi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan bahwa, jika di suatu hari ada hal-hal yang tidak diinginkan berkenaan dengan jilbab yang saya kenakan, maka hal tersebut tidak ada kaitannya dengan pihak universitas.

Yogyakarta, 27 September 2012

Yang bersangkutan

METERAI
TEMPEL

PAJAK PENANGANAN BANGGA
TGL. 20

D84D9ABF083484881

ENAM RIBU RUPIAH

6000

DJP

Indriyani Mulyawatik Susani

NIM. 08610021



PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/3463/2012

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Perbandingan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford,
Dan Algoritma Floyd-Warshall Untuk Mencari Rute Terpendek
(*The Shortest path problem*)

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :
Nama : Indriyani Mulyawatik Susani
NIM : 08610021
Telah dimunaqasyahkan pada : 23 Oktober 2012
Nilai Munaqasyah : A-
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Mochammad Abrori, S.Si, M.Kom
NIP. 19720423 199903 1 003

Penguji I

Noor Saif Muh. Mussafi, M.Sc
NIP.19820617 200912 1 005

Penguji II

Mahmudi, S.Si., M.Si



Yogyakarta, 25 Oktober 2012
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan

Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A, Ph.D
NIP. 19580919 198603 1 002

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Surat Persetujuan Skripsi/ Tugas Akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Indriyani Mulyawatik Susani

NIM : 08610021

Judul Skripsi : Perbandingan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, Dan Algoritma Floyd-Warshall Untuk Mencari Rute Terpendek (*The shortest path problem*)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang MATEMATIKA

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 27 September 2012

Pembimbing



Muchammad Abrori, S.Si, M.Kom

NIP: 19720423 199903 1 003

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Indriyani Mulyawatik Susani
NIM : 08610021
Prodi / Smt : Matematika /IX
Fakultas : Sains Dan Teknologi

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 27 September 2012
Yang menyatakan



Indriyani Mulyawatik Susani
NIM: 08610021

MOTTO

*”Sesungguhnya sesudah kesulitan akan datang kemudahan,
maka kerjakanlah urusanmu dengan sungguh-sungguh dan
hanya kepada Allah kamu berharap”
(Q.S. Al-Insyirah: 6-8)*

“Hidup adalah perjuangan”

Kupersembahkan karya ini untuk:

*Almamater tercinta Universitas Islam Negeri
Sunan Kalijaga Yogyakarta*

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء
 والمرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين أشهد أن لا إله
 إلا الله وحده لا شريك له وأشهد أن محمدا عبده ورسوله

Segala puji bagi Allah azza wa jalla, penyusun panjatkan kehadiran-Nya yang telah memberikan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, sehingga penyusun dapat menyelesaikan skripsi yang merupakan salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains, Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Shalawat dan salam semoga senantiasa terlimpahkan kepada junjungan kita Baginda Rasulullah Muhammad SAW, pembawa kebenaran dan petunjuk, berkat beliaulah kita dapat menikmati kehidupan yang penuh cahaya keselamatan. Semoga kita termasuk orang-orang yang mendapatkan syafaatnya kelak, amin.

Atas izin Allah SWT dan bantuan dari berbagai pihak, akhirnya skripsi ini dapat terselesaikan. Untuk itu dalam kesempatan ini penyusun mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

3. Bapak Muchammad Abrori, S.Si, M.Kom selaku pembimbing yang penuh kesabaran memberikan pengarahan, saran, dan bimbingan sehingga terselesaikannya skripsi ini.
4. Staf dosen pengajar dan staf tata usaha atas ilmu, bimbingan dan pelayanan administrasi selama perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini selesai.
5. Orang Tuaku tercinta motivator dalam hidupku untuk selalu berjuang menjadi lebih baik.
6. Adik2ku tersayang dan keluarga besarku, terimakasih atas dukungan & do'anya selama ini.
7. Sahabat PEMDA Mulai dari ketua ampai antek2nya (ceper, neni, sendy, dwik, ichan, deni, iyez, iad dan semua teman2 juga adik2q) yang selalu menanyakan udah selesai apa belum??? kapan wisuda??? menjadikan motivasi menyelesaikan skripsi ini.
8. Sahabat''komunitas G'penting'' yang sudah penyusun anggap sebagai saudara yang selalu ada buat penulis setiap penulis senang n berkeluh kesah, banyak sekali kenangan yang tidak akan penulis lupakan.
9. Sahabatq Yuni terimakasih telah berbagi suka dan duka selama di Jogja. Semoga sukses buat kita. Amin.
10. Teman-teman ''Matematika 2008'' sahabat yang selalu setia menemani memberi motivasi dan mengajari banyak hal. Terima kasih sobat karena kalian hidup menjadi bermakna.

11. Nak balado KKN (mbak ana, sari, irfan, ipul, vai, arip, jojo, kamal, dias, ocha, ubeth, dan amsa) yg tak pernah lelah membantuku secara materiil n spiritual. Serta memberi banyak pengalaman yang tidak didapat semasa kuliah.
12. Cewek2 Hibrida 2 lantai 2 jjin, arum, nduk toya, liyut, dek nana, mama acha, marmot, meong, cunil, dindin, odeng, mbak yulish d'sister, mbak opit, n semua teman2 yg tak bisa kusebutin *one by one* maaf udah sering nakal n bikin kesel, makasih banyak atas doa n bantuane selama ni.
13. Serta seluruh pihak yang telah berjasa baik langsung maupun tidak langsung yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan dan kesalahan. Namun demikian, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Yogyakarta, 27 September 2012

Penulis

Indriyani Mulyawatik Susani

08610021

DAFTAR ISI

HALAMAN COVER	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN KEASLIAN SKRIPSI	iv
HALAMAN PERNYATAAN BERJILBAB	v
HALAMAN MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR LAMBANG	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR GAMBAR	xviii
ABSTRAK	xix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Batasan Masalah	2
1.3. Rumusan Masalah	3
1.4. Tujuan	3
1.5. Manfaat	4

1.6. Tinjauan Pustaka.....	4
1.7. Metode Penelitian	8
1.8. Sistematika Penulisan	9

BAB II DASAR TEORI

2.1 Teori Graf.....	11
2.1.1 Definisi Graf.....	11
2.1.2 Macam-Macam Graf	12
2.1.3 Terminologi Graf	14
2.1.3.1 Bertetangga (<i>Adjacent</i>).....	14
2.1.3.2 Terkait (<i>Incident</i>).....	14
2.1.3.3 Node Terpencil (<i>Isolated Vertex</i>)	14
2.1.3.4 Graf kosong (<i>Null atau Empty Graph</i>).....	15
2.1.3.5 Derajat (<i>Degree</i>).....	15
2.1.3.6 Jalan, Jejek, lintasan, dan Siklus	16
2.1.3.7 Terhubung (<i>Connected</i>).....	18
2.1.3.8 Graf Bagian (<i>Subgraph</i>)	18
2.1.3.9 Graf Bagian Merentang (<i>Spanning Subgraph</i>).....	18
2.1.3.10 Graf Berbobot (<i>Weighted Graph</i>)	19
2.1.4 Beberapa Graf Khusus	20
2.1.4.1 Graf Lengkap	20
2.1.4.2 Graf Lingkaran	21

2.1.4.3 Graf Teratur	21
2.1.4.4 Graf Bipartit	22
2.2 <i>The Shortest Path Problem</i>	22
2.3 Definisi Algoritma	23
2.4 <i>Pathing Algorithm</i>	24
2.4.1 Algoritma Dijkstra (<i>Dijkstra Algorithm</i>).....	24
2.4.2 Algoritma Bellman-Ford (<i>Bellman-Ford Algorithm</i>).....	27
2.4.3 Algoritma Floyd-Warshall (<i>Floyd-Warshall Algorithm</i>).....	29
2.5 Analisa Algoritma	31
2.5.1 Efisiensi Algoritma	31
2.5.2 Notasi Tingkat Efisiensi Algoritma.....	32
2.5.2.1 Notasi-O	32
2.5.2.2 Teorema O-Besar	33
2.5.2.3 Aturan Menentukan Kompleksitas Algoritma	33
2.5.2.4 Pengelompokan Algoritma Berdasarkan Notasi-O	34
2.5.2.5 Notasi Omega-Besar dan Theta-Besar	37

BAB III PEMBAHASAN

3.1 Analisa Algoritma	38
3.1.1 Algoritma Dijkstra	38
3.1.2 Algoritma Bellman-Ford.....	39
3.1.3 Algoritma Floyd-Warshall.....	39
3.2 Contoh Soal.....	40
3.2.1 Perhitungan dengan Algoritma Dijkstra	43

3.2.2 Perhitungan dengan Algoritma Bellman-Ford	48
3.2.3 Perhitungan dengan Algoritma Floyd-Warshall	51
3.3 Perbedaan Algoritma Dijkstra, Bellman-Ford dan Floyd-Warshall	53
BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan	55
4.2 Saran.....	55
DAFTAR PUSTAKA	56
LAMPIRAN	58

DAFTAR LAMBANG

$V(G)$ = Himpunan Node

$E(G)$ = Himpunan Sisi

$d_{in}(v)$ = Derajat Masuk (*in-degree*) Yaitu Jumlah Sisi Yang Menuju Ke Node v

$d_{out}(v)$ = Derajat Keluar (*out-degree*) Yaitu Jumlah Sisi Yang Keluar Dari Node v

$\subseteq$ = Himpunan Bagian

$\cup$ = Gabungan

$\in$ = Elemen

$\notin$ = Bukan Elemen

$>$ = Lebih Besar Dari

$<$ = Lebih Kecil Dari

$\geq$ = Lebih Besar Dari Sama Dengan

$\leq$ = Lebih Kecil Dari Sama Dengan

$\nrightarrow$ = Tidak Lebih Besar Dari

$W(e)$ = Bobot untuk Sisi e

$D(j)$ = Jalur Bobot Lintasan (*Path*) Terkecil Dari v_1 Ke v_j .

$W(i,j)$ = Bobot Garis dari Node Dari v_i Ke v_j

$W^*(i,j)$ = Jumlah Bobot Path Terkecil Dari Node v_1 Ke v_j

L = Himpunan Node-Node $\in V(G)$ yang Sudah Terpilih Dalam Jalur
Lintasan Terpendek

W_0 = Matrik Hubung Graf Berarah Berlabel Mula-Mula.

W^* = Matrik Hubung Minimal

W_{ij}^* = Lintasan (*Path*) Terpendek dari v_i ke v_j .

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Daftar Pemetaan Tinjauan Pustaka	6
Tabel 2.1 Perbandingan Pertumbuhan $T(n)$ dengan n^2	31
Tabel 2.2 Kelompok Algoritma Berdasarkan Kompleksitas Waktu.....	34
Tabel 3.1 Graf Sebagian Kota Yogyakarta	40
Tabel 3.2 Pembuatan 20 Sisi.....	41
Tabel 3.3 Perbedaan Algoritma.....	53

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf Berarah dan Berbobot	12
Gambar 2.2 Graf Tidak Berarah dan Berbobot	13
Gambar 2.3 Graf Berarah dan Tidak Berbobot	13
Gambar 2.4 Graf Tidak Berarah dan Tidak Berbobot	13
Gambar 2.5 Node Terpencil	14
Gambar 2.6 Contoh Jalan, Jejak, dan Lintasan	17
Gambar 2.7 Contoh Sirkuit dan Siklus	17
Gambar 2.8 Graf Bagian Merentang	18
Gambar 2.9 Graf Berbobot	19
Gambar 2.10 Graf Lengkap	20
Gambar 2.11 Graf Lingkaran	21
Gambar 2.12 Graf teratur	22
Gambar 2.13 Graf Bipartit	22
Gambar 2.14 Flowchart Algoritma Dijkstra	26
Gambar 2.15 Flowchart Algoritma Bellman-Ford	28
Gambar 2.14 Flowchart Algoritma Floyd-Warshall	30
Gambar 3.1 Graf Sebagian Kota Yogyakarta	42

**PERBANDINGAN ALGORITMA DIJKSTRA, BELLMAN-FORD, DAN
FLOYD-WARSHALL UNTUK Mencari Rute Terpendek
(THE SHORTEST PATH PROBLEM)**

ABSTRAK

Algoritma-algoritma yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan penentuan lintasan terpendek (*shortest path problem*) yaitu Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall. Tujuan dari penelitian untuk menentukan rute terpendek menggunakan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall. Disamping itu juga dapat mengetahui perbandingan efisiensi algoritma dalam persoalan rute terpendek dari sisi *running time*-nya.

Metode yang digunakan studi literatur yaitu dengan mempelajari teori-teori yang berhubungan dengan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall dan analisis algoritma dari berbagai sumber tertulis. Disamping itu juga membandingkan ketiga algoritma tersebut dari sisi *running time*-nya.

Dalam persoalan lintasan terpendek Algoritma Dijkstra lebih efisien dibandingkan Algoritma Bellman-Ford dan Floyd-Warshall dilihat dari sisi *running time*-nya. Masing-masing algoritma memiliki spesifikasi penyelesaian masalah, dan kompleksitas waktu algoritma yang berbeda-beda.

Kata Kunci : Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, Algoritma Floyd-Warshall, Persoalan Lintasan Terpendek (*shortest path problem*)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Kemacetan yang terjadi selama perjalanan, sering mengganggu kegiatan kita sehari-hari. Setiap manusia ingin sampai ke tujuan dengan tepat waktu. Tetapi, sering kali kemacetan menyebabkan keinginan manusia terhambat. Pengguna jasa transportasi pasti ingin sampai ke suatu tempat dengan waktu yang lebih cepat, sarana angkutan yang mudah diperoleh, aman, nyaman. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu cara untuk menanggulangi masalah tersebut yaitu dengan mengetahui jarak tempuh minimum untuk mencapai suatu tempat.

Graf merupakan model matematika yang sangat kompleks dan rumit, tapi bisa juga menjadi solusi yang sangat bagus terhadap beberapa kasus tertentu. Banyak sekali aplikasi menggunakan graf sebagai alat untuk merepresentasikan atau memodelkan persoalan sehingga persoalan itu dapat diselesaikan dengan baik. Aplikasi-aplikasi tersebut misalnya menentukan rute terpendek (*the shortest path problem*), persoalan pedagang keliling (*travelling salesperson problem*), persoalan tukang pos Cina (*chinese postman problem*), pewarnaan graf (*graph colouring*), pembuatan sistem jalan raya satu arah (*Making a Road System One-way*), menentukan peringkat peserta sebuah turnamen (*Rangking the Participants in a tournament*), dan masih banyak lagi (Pradana, 2006: 1).

Lintasan dengan bobot yang minimum disebut sebagai rute terpendek. Bobot di sini dapat berupa jarak, waktu tempuh, atau ongkos transportasi dari satu node ke node yang lainnya yang membentuk rute tertentu. Solusi untuk persoalan rute terpendek ini sering disebut juga *pathing algorithm*. Banyak sekali algoritma yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan ini seperti Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall.

Algoritma yang baik harus mampu memberikan hasil yang sedekat mungkin dengan nilai sebenarnya dan juga harus efisien. Efisiensi algoritma ditinjau dari dua hal yaitu efisiensi memori dan efisiensi waktu (*running time*). Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall memiliki efisiensi yang berbeda-beda. Dari ketiga algoritma tersebut mana yang lebih efisien dari sisi *running time*-nya.

Running time adalah waktu yang diperlukan oleh algoritma dengan menghitung banyaknya intruksi yang dieksekusi. Intruksi dalam sebuah algoritma misalnya operasi penjumlahan, operasi perbandingan, operasi pembacaan dan sebagainya. Apabila mengetahui berapa mikrodetik yang diperlukan untuk suatu operasi dapat mengetahui waktu *running time* program yang sebenarnya pada komputer

1.2 Batasan Masalah

Pada skripsi ini masalah yang dikaji adalah kajian teoritis pencarian rute terpendek dimana rute merupakan lintasan berarah pada graf berarah berlabel dan berbobot positif. Rute terpendek yang dicari dibatasi pada pencarian rute

terpendek dengan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, maka permasalahan yang timbul dalam penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagaimana cara kerja pencarian rute terpendek menggunakan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall?
2. Bagaimana perbandingan efisiensi Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall dalam rute terpendek (*The Shortest Path Problem*) dari sisi *running time*-nya?

1.4 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan penelitian yang ingin dicapai adalah:

1. Mengetahui cara kerja pencarian rute terpendek menggunakan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall.
2. Mengetahui perbandingan efisiensi Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall dalam rute terpendek (*Shortest Path Problem*) dari sisi *running time*-nya.

1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dalam penyusunan skripsi ini adalah dapat memberikan pemahaman bagaimana menentukan rute terpendek (*Shortest Path Problem*) dengan menggunakan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall. Disamping itu juga dapat mengetahui mana yang lebih efisien diantara ketiga algoritma tersebut dari sisi *running time*-nya.

1.6 Tinjauan Pustaka

1.6.1 Anggraini, 2010, Implementasi Algoritma Floyd-Warshall untuk mencari jalur perjalanan menuju ATM terdekat dalam batas jalan lingkar di Yogyakarta.

Skripsi yang membahas tentang pencarian rute terpendek menuju ATM terdekat dalam batas lingkar Yogyakarta dengan menggunakan Algoritma Floyd-Warshall. Dalam skripsi tersebut juga membahas penggunaan mesin ATM untuk transaksi perbankan sangat diperlukan untuk zaman globalisasi. Dalam penelitian ini diberi usulan layanan baru dalam mesin ATM dimana jika mesin ATM *off line* tetap dapat memberikan informasi dimana ATM terdekat lain dan perjalanan menuju lokasi mesin tersebut dengan peta visual. Peta digital berupa rute terpendek oleh script avenue dari arc view GIS 3.3.

1.6.2 Shahrizal, 2008, Perbandingan Algoritma pencarian rute terpendek dengan Algoritma Dijkstra, A* dan Floyd-Warshall (studi kasus trans jogja).

Skripsi yang membahas Pencarian rute terpendek busway Trans Jogja dengan Algoritma Dijkstra, A* dan Floyd-Warshall. Kelemahan penelitian terdapat sistem yang berjalan pada dekstop dan tidak sebagai sistem yang dapat dibawa ke portabel. Algoritma Dijkstra merupakan algoritma dengan tingkat efisiensi tertinggi dalam pencarian rute terpendek.

1.6.3 Novandi, 2007, Perbandingan Algoritma Dijkstra dan Floyd-Warshall dalam penentuan lintasan terpendek (*singgle pair shortest path*)

Penelitian yang membahas tentang perbandingan rute terpendek dengan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Floyd-Warshall. Penelitian dilakukan perhitungan pencarian rute terpendek 1 kota ke kota lain dengan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Floyd-Warshall. Dari hasil perhitungan didapat perbedaan penerapan kedua algoritma. Algoritma Floyd-warshall yang menerapkan pemrograman dinamis lebih menjamin keberhasilan solusi optimum untuk kasus penentuan lintasan terpendek dibandingkan Algoritma Dijkstra.

1.6.4 Bayu Aditya, 2010, Study dan implementasi persoalan lintasan jalur terpendek suatu graf dengan Algoritma Dijkstra dan Bellman-Ford.

Jurnal yang membahas algoritma digunakan untuk penentuan rute terpendek adalah Algoritma Dijkstra dan Algoritma Bellman-Ford. Untuk graf berbobot yang setiap sisi berbobot negatif dengan menggunakan Algoritma Bellman-Ford, sedangkan untuk graf berbobot yang sisinya bernilai positif dapat menggunakan

Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford atau Algoritma Floyd-Warshall. Namun disarankan dengan Algoritma Dijkstra karena waktu lebih cepat dan lebih mangkus. Beberapa analisa menunjukan keuntungan dan kelemahan dari ketiga algoritma.

Sedangkan penelitian yang dilakukan penulis berjudul **Algoritma Dijkstra, Bellman-Ford, dan Floyd-Warshall untuk mencari rute terpendek (*The Shortest Path Problem*)**.

Pencarian rute terpendek (*The Shortest Path Problem*) dengan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall. Algoritma Dijkstra merupakan algoritma yang paling cepat dalam menentukan rute terpendek, namun tidak dapat menangani sisi berbobot negatif. Algoritma Bellman-Ford dapat menangani sisi berbobot negatif, namun waktu yang dibutuhkan algoritma ini lebih lama dari pada Algoritma Dijkstra. Algoritma ini cukup luas manfaatnya salah satunya untuk menentukan rute terpendek (*The Shortest Path Problem*) dari satu node ke node lainnya.

Tabel 1.1

Pemetaan Tinjauan Pustaka

No	Nama Peneliti	Judul Penelitian	Perbedaan
1.	Anggraini 2010	Implementasi Algoritma Floyd-Warshall untuk mencari jalur perjalanan menuju ATM terdekat dalam batas jalan lingkak	Dalam penelitian ini membahas pencarian rute terpendek menuju ATM terdekat dalam batas lingkak

		di Yogyakarta	Yogyakarta dengan algoritma floyd-warshall
2.	Shahrizal 2008	Perbandingan Algoritma pencarian rute terpendek dengan Algoritma Dijkstra, A* dan Floyd-Warshall (studi kasus Trans Jogja)	Pencarian rute terpendek busway Trans Jogja dengan Algoritma Dijkstra, A* dan Floyd-Warshall.
3.	Novandi 2007	Perbandingan Algoritma Dijkstra dan Floyd-Warshall dalam penentuan Rute terpendek (<i>single pair shortest path</i>)	Perbandingan rute terpendek dengan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Floyd-Warshall. Penelitian dilakukan perhitungan pencarian rute terpendek 1 kota ke kota lain dengan Algoritma Dijkstra dan Floyd-Warshall.
4.	Bayu Aditya 2010	Study dan implementasi persoalan Rute jalur terpendek suatu graf dengan Algoritma Dijkstra dan Bellman-Ford	Algoritma digunakan untuk penentuan lintasan terpendek adalah Algoritma Dijkstra dan Algoritma Bellman-Ford.

6.	Indriyani M S 2012	Algoritma Dijkstra, Bellman-ford, dan Floyd-Warshall untuk mencari rute terpendek (<i>The shortest path problem</i>)	Pencarian rute terpendek (<i>The shortest path problem</i>) dengan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall. Mana yang lebih efisien dari sisi <i>running time</i> -nya.
----	-----------------------	--	---

1.7 Metode Penelitian

Jenis penelitian ini merupakan studi literatur dimana penulis mempelajari teori-teori yang berhubungan dengan graf, rute terpendek, Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, Algoritma Floyd-Warshall dalam mencari rute terpendek dan analisis algoritma.

Proses penelitian ini adalah diawali dengan mengumpulkan serta mempelajari berbagai sumber tertulis dari berbagai buku, jurnal, makalah, maupun artikel-artikel yang berkaitan dengan teori graf, rute terpendek, Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, Algoritma Floyd-Warshall dan analisis algoritma. Disamping itu juga dari berbagai sumber yang berhubungan dan mendukung dengan penelitian.

Sumber data diambil dari buku, jurnal, makalah, ataupun artikel yang berkaitan dengan judul tersebut. Berbagai sumber dikumpulkan peneliti kebanyakan buku-buku tentang bentuk umum atau pengenalan algoritma.

Dalam skripsi ini akan dicoba menggabungkan dan melengkapi teori dari berbagai sumber yang ada untuk dapat mencapai tujuan yang diinginkan. Baik dari buku, jurnal, maupun artikel yang diperoleh peneliti.

Langkah-langkah yang dilakukan penelitian ini

1. Mempelajari tentang teori graf, rute terpendek, Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall.
2. Mempelajari penggunaan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall dalam menentukan rute terpendek (*The Shortest Path Problem*).
3. Mengerjakan contoh masalah rute terpendek (*The Shortest Path Problem*) dengan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall.
4. Membandingkan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall.

1.8 Sistematika Skripsi

Dalam penulisan skripsi ini secara garis besar dibagi menjadi:

Bab I : Pendahuluan

Mengemukakan tentang Latar Belakang Masalah, Batasan Masalah, Rumusan Masalah, Tujuan Penelitian, Manfaat Penelitian, Tinjauan Pustaka, Metode Penelitian, dan Sistematika Penulisan Skripsi.

Bab II : Landasan Teori

Berisi uraian teoritis atau teori-teori yang mendasari pemecahan tentang masalah-masalah yang berhubungan dengan judul skripsi. Pada bab ini dibagi menjadi beberapa sub bab yaitu Teori Graf, *The Shortest Path Problem*, Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, Algoritma Floyd-Warshall dan analisis algoritma.

Bab III : Hasil Penelitian dan Pembahasan

Bab ini berisi pembahasan dari penelitian yang berupa penyelesaian persoalan lintasan terpendek dengan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall. Serta analisis Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall untuk menentukan lintasan terpendek.

Bab IV : Penutup

Bab ini berisi tentang simpulan dari hasil penelitian yang dilakukan dan saran-saran yang diberikan kepada penulis khususnya dan pembaca pada umumnya berdasarkan kesimpulan yang diambil.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

1. Cara kerja untuk menentukan *The Shortest Path Problem* dengan menggunakan Algoritma Dijkstra lebih sederhana dibandingkan Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall. Tetapi kasus dalam Pembahasan ketiga algoritma tersebut mempunyai hasil rute terpendek yang sama.
2. Dalam persoalan lintasan terpendek Algoritma Dijkstra lebih efisien dibandingkan Algoritma Bellman-Ford, dan Algoritma Floyd-Warshall jika dilihat dari sisi *running time*-nya.
3. Algoritma Dijkstra hanya dapat digunakan untuk graf yang berbobot non negatif. Jika graf berbobot negatif dapat menggunakan Algoritma Bellman-Ford.

4.2 Saran

1. Pada penulisan skripsi ini penulis hanya membahas Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall dengan perhitungan secara manual. Penulis menyarankan pembaca untuk merancang program komputer supaya dapat memberikan hasil yang lebih cepat.
2. Peneliti lain dapat menerapkan Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford dan Algoritma Floyd-Warshall pada permasalahan selain untuk rute terpendek yaitu dalam TSP (*Trevelling Sallesman Problem*).

DAFTAR PUSTAKA

- Anggraini, 2010. *Implementasi Algoritma Floyd-Warshall untuk mencari jalur perjalanan menuju ATM terdekat dalam batas jalan lingkar di Yogyakarta..* Yogyakarta : UGM.
- Ariyanto, T.R, dkk. 2005. *Strategi Greedy Pada Kasus Pencarian Lintasan Terpendek.*
- Budi, P. E. 2008. *Perancangan dan Analisis Algoritma.* Yogyakarta: Graha Ilmu
- Lipschutz, S. 2008. *Schaum's Outlines Matematika Diskret.* Jakarta: Erlangga
- Munir, Rinaldi. 2001. *Matematika Diskrit.* Bandung: Informatika Bandung.
- Munir, Rinaldi. 2005. *Matematika Diskrit.* Bandung: Informatika Bandung.
- Novandi, R.A.D. 2007. *Perbandingan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Floyd-Warshall dalam Penemuan Lintasan Terpendek (Single Pair Shorttest Path).* Tersedia di:
- Pradana, B.A. 2006. *Studi Implementasi Persoalan Lintasan Terpendek Suatu Graf dengan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Bellman-Ford.*
- Shahrizal. 2008. *Perbandingan Algoritma pencarian rute terpendek dengan Algoritma Dijkstra, A* dan Floyd-Warshall (studi kasus trans jogja).* Yogyakarta: UGM
- Siang, J. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer.* Yogyakarta: Andi.
- Sutarno, H, dkk. 2003. *Matematika Diskrit.* Bandung: Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pendidikan Indonesia.
- Taha, H. 1996. *Riset Operasi.* Jakarta Barat: Binarupa Aksara, jilid 1.

Lampiran 1

Lintasan Terpendek Menggunakan Algoritma Floyd-Warshall

❖ Langkah-langkah Algoritma Floyd-Warshall

Untuk $k=1$ hingga 9 lakukan

Untuk $i=1$ hingga 9 lakukan :

Untuk $j=1$ hingga 9 lakukan :

Jika $W[i,j] > W[i,k]+W[k,j]$ maka

Tukar $W[i,j]$ dengan $W[i,k]+W[k,j]$

a. $k=1$

$$\begin{pmatrix} \infty & 2,1 & \infty & \infty & 2,6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 1,7 & 2,2 & 0,85 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0,95 & 2,3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 3,1 & 1,9 & 3,0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,7 & 1,7 & \infty & 2,7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,6 & 0,6 & \infty \\ 2,7 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,1 & 1,6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ 2,2 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$$

$W[1,1] \not> W[1,1]+W[1,1]$ maka $W[1,1]$ tetap

$W[1,2] \not> W[1,1]+W[1,2]$ maka $W[1,2]$ tetap

$W[1,3] \not> W[1,1]+W[1,3]$ maka $W[1,3]$ tetap

$W[1,4] \not> W[1,1]+W[1,4]$ maka $W[1,4]$ tetap

$W[1,5] \not> W[1,1]+W[1,5]$ maka $W[1,5]$ tetap

$W[1,6] \not> W[1,1]+W[1,6]$ maka $W[1,6]$ tetap

$W[1,7] \not> W[1,1]+W[1,7]$ maka $W[1,7]$ tetap

$W[1,8] \not> W[1,1]+W[1,8]$ maka $W[1,8]$ tetap

$W[1,9] \not> W[1,1]+W[1,9]$ maka $W[1,9]$ tetap

$W[2,1] \neq W[2,1] + W[1,1]$ maka $W[2,1]$ tetap

$W[2,2] \neq W[2,1] + W[1,2]$ maka $W[2,2]$ tetap

$W[2,3] \neq W[2,1] + W[1,3]$ maka $W[2,3]$ tetap

$W[2,4] \neq W[2,1] + W[1,4]$ maka $W[2,4]$ tetap

$W[2,5] \neq W[2,1] + W[1,5]$ maka $W[2,5]$ tetap

$W[2,6] \neq W[2,1] + W[1,6]$ maka $W[2,6]$ tetap

$W[2,7] \neq W[2,1] + W[1,7]$ maka $W[2,7]$ tetap

$W[2,8] \neq W[2,1] + W[1,8]$ maka $W[2,8]$ tetap

$W[2,9] \neq W[2,1] + W[1,9]$ maka $W[2,9]$ tetap

$W[3,1] \neq W[3,1] + W[1,1]$ maka $W[3,1]$ tetap

$W[3,2] \neq W[3,1] + W[1,2]$ maka $W[3,2]$ tetap

$W[3,3] \neq W[3,1] + W[1,3]$ maka $W[3,3]$ tetap

$W[3,4] \neq W[3,1] + W[1,4]$ maka $W[3,4]$ tetap

$W[3,5] \neq W[3,1] + W[1,5]$ maka $W[3,5]$ tetap

$W[3,6] \neq W[3,1] + W[1,6]$ maka $W[3,6]$ tetap

$W[3,7] \neq W[3,1] + W[1,7]$ maka $W[3,7]$ tetap

$W[3,8] \neq W[3,1] + W[1,8]$ maka $W[3,8]$ tetap

$W[3,9] \neq W[3,1] + W[1,9]$ maka $W[3,9]$ tetap

$W[4,1] \neq W[4,1] + W[1,1]$ maka $W[4,1]$ tetap

$W[4,2] \neq W[4,1] + W[1,2]$ maka $W[4,2]$ tetap

$W[4,3] \neq W[4,1] + W[1,3]$ maka $W[4,3]$ tetap

$W[4,4] \neq W[4,1] + W[1,4]$ maka $W[4,4]$ tetap

$W[4,5] \neq W[4,1] + W[1,5]$ maka $W[4,5]$ tetap

$W[4,6] \neq W[4,1] + W[1,6]$ maka $W[4,6]$ tetap

$W[4,7] \neq W[4,1] + W[1,7]$ maka $W[4,7]$ tetap

$W[4,8] \neq W[4,1] + W[1,8]$ maka $W[4,8]$ tetap

$W[4,9] \neq W[4,1] + W[1,9]$ maka $W[4,9]$ tetap

$W[5,1] \neq W[5,1] + W[1,1]$ maka $W[5,1]$ tetap

$W[5,2] \neq W[5,1] + W[1,2]$ maka $W[5,2]$ tetap

$W[5,3] \neq W[5,1] + W[1,3]$ maka $W[5,3]$ tetap

$W[5,4] \neq W[5,1] + W[1,4]$ maka $W[5,4]$ tetap

$W[5,5] \neq W[5,1] + W[1,5]$ maka $W[5,5]$ tetap

$W[5,6] \neq W[5,1] + W[1,6]$ maka $W[5,6]$ tetap

$W[5,7] \neq W[5,1] + W[1,7]$ maka $W[5,7]$ tetap

$W[5,8] \neq W[5,1] + W[1,8]$ maka $W[5,8]$ tetap

$W[5,9] \neq W[5,1] + W[1,9]$ maka $W[5,9]$ tetap

$W[6,1] \neq W[6,1] + W[1,1]$ maka $W[6,1]$ tetap

$W[6,2] \neq W[6,1] + W[1,2]$ maka $W[6,2]$ tetap

$W[6,3] \neq W[6,1] + W[1,3]$ maka $W[6,3]$ tetap

$W[6,4] \neq W[6,1] + W[1,4]$ maka $W[6,4]$ tetap

$W[6,5] \neq W[6,1] + W[1,5]$ maka $W[6,5]$ tetap

$W[6,6] \neq W[6,1] + W[1,6]$ maka $W[6,6]$ tetap

$W[6,7] \neq W[6,1] + W[1,7]$ maka $W[6,7]$ tetap

$W[6,8] \neq W[6,1] + W[1,8]$ maka $W[6,8]$ tetap

$W[6,9] \neq W[6,1] + W[1,9]$ maka $W[6,9]$ tetap

$W[7,1] \neq W[7,1] + W[1,1]$ maka $W[7,1]$ tetap

$W[7,2] > W[7,1] + W[1,2]$ maka $W[7,2]$ ganti 4,8

$W[7,3] \nless W[7,1] + W[1,3]$ maka $W[7,3]$ tetap

$W[7,4] \nless W[7,1] + W[1,4]$ maka $W[7,4]$ tetap

$W[7,5] > W[7,1] + W[1,5]$ maka $W[7,5]$ ganti 5,3

$W[7,6] \nless W[7,1] + W[1,6]$ maka $W[7,6]$ tetap

$W[7,7] \nless W[7,1] + W[1,7]$ maka $W[7,7]$ tetap

$W[7,8] \nless W[7,1] + W[1,8]$ maka $W[7,8]$ tetap

$W[7,9] \nless W[7,1] + W[1,9]$ maka $W[7,9]$ tetap

$W[8,1] \nless W[8,1] + W[1,1]$ maka $W[8,1]$ tetap

$W[8,2] \nless W[8,1] + W[1,2]$ maka $W[8,2]$ tetap

$W[8,3] \nless W[8,1] + W[1,3]$ maka $W[8,3]$ tetap

$W[8,4] \nless W[8,1] + W[1,4]$ maka $W[8,4]$ tetap

$W[8,5] \nless W[8,1] + W[1,5]$ maka $W[8,5]$ tetap

$W[8,6] \nless W[8,1] + W[1,6]$ maka $W[8,6]$ tetap

$W[8,7] \nless W[8,1] + W[1,7]$ maka $W[8,7]$ tetap

$W[8,8] \nless W[8,1] + W[1,8]$ maka $W[8,8]$ tetap

$W[8,9] \nless W[8,1] + W[1,9]$ maka $W[8,9]$ tetap

$W[9,1] \nless W[9,1] + W[1,1]$ maka $W[9,1]$ tetap

$W[9,2] > W[9,1] + W[1,2]$ maka $W[9,2]$ ganti 4,3

$W[9,3] \nless W[9,1] + W[1,3]$ maka $W[9,3]$ tetap

$W[9,4] \nless W[9,1] + W[1,4]$ maka $W[9,4]$ tetap

$W[9,5] > W[9,1] + W[1,5]$ maka $W[9,5]$ ganti 4,8

$W[9,6] \nless W[9,1] + W[1,6]$ maka $W[9,6]$ tetap

$W[9,7] \nrightarrow W[9,1] + W[1,7]$ maka $W[9,7]$ tetap

$W[9,8] \nrightarrow W[9,1] + W[1,8]$ maka $W[9,8]$ tetap

$W[9,9] \nrightarrow W[9,1] + W[1,9]$ maka $W[9,9]$ tetap

b. $k=2$

$$\begin{pmatrix} \infty & 2,1 & \infty & \infty & 2,6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 1,7 & 2,2 & 0,85 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0,95 & 2,3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 3,1 & 1,9 & 3,0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,7 & 1,7 & \infty & 2,7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,6 & 0,6 & \infty \\ 2,7 & 4,8 & \infty & \infty & 5,3 & \infty & \infty & 2,1 & 1,6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ 2,2 & 4,3 & \infty & \infty & 4,8 & \infty & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$$

$W[1,1] \nrightarrow W[1,1] + W[2,1]$ maka $W[1,1]$ tetap

$W[1,2] \nrightarrow W[1,2] + W[2,2]$ maka $W[1,2]$ tetap

$W[1,3] > W[1,2] + W[2,3]$ maka $W[1,3]$ ganti 3,8

$W[1,4] > W[1,2] + W[2,4]$ maka $W[1,4]$ ganti 4,3

$W[1,5] \nrightarrow W[1,2] + W[2,5]$ maka $W[1,5]$ tetap

$W[1,6] \nrightarrow W[1,2] + W[2,6]$ maka $W[1,6]$ tetap

$W[1,7] \nrightarrow W[1,2] + W[2,7]$ maka $W[1,7]$ tetap

$W[1,8] \nrightarrow W[1,2] + W[2,8]$ maka $W[1,8]$ tetap

$W[1,9] \nrightarrow W[1,2] + W[2,9]$ maka $W[1,9]$ tetap

$W[2,1] \nrightarrow W[2,2] + W[2,1]$ maka $W[2,1]$ tetap

$W[2,2] \nrightarrow W[2,2] + W[2,2]$ maka $W[2,2]$ tetap

$W[2,3] \nrightarrow W[2,2] + W[2,3]$ maka $W[2,3]$ tetap

$W[2,4] \nrightarrow W[2,2] + W[2,4]$ maka $W[2,4]$ tetap

$W[2,5] \nrightarrow W[2,2] + W[2,5]$ maka $W[2,5]$ tetap

$W[2,6] \rightarrow W[2,2] + W[2,6]$ maka $W[2,6]$ tetap
 $W[2,7] \rightarrow W[2,2] + W[2,7]$ maka $W[2,7]$ tetap
 $W[2,8] \rightarrow W[2,2] + W[2,8]$ maka $W[2,8]$ tetap
 $W[2,9] \rightarrow W[2,2] + W[2,9]$ maka $W[2,9]$ tetap
 $W[3,1] \rightarrow W[3,2] + W[2,1]$ maka $W[3,1]$ tetap
 $W[3,2] \rightarrow W[3,2] + W[2,2]$ maka $W[3,2]$ tetap
 $W[3,3] \rightarrow W[3,2] + W[2,3]$ maka $W[3,3]$ tetap
 $W[3,4] \rightarrow W[3,2] + W[2,4]$ maka $W[3,4]$ tetap
 $W[3,5] \rightarrow W[3,2] + W[2,5]$ maka $W[3,5]$ tetap
 $W[3,6] \rightarrow W[3,2] + W[2,6]$ maka $W[3,6]$ tetap
 $W[3,7] \rightarrow W[3,2] + W[2,7]$ maka $W[3,7]$ tetap
 $W[3,8] \rightarrow W[3,2] + W[2,8]$ maka $W[3,8]$ tetap
 $W[3,9] \rightarrow W[3,2] + W[2,9]$ maka $W[3,9]$ tetap
 $W[4,1] \rightarrow W[4,2] + W[2,1]$ maka $W[4,1]$ tetap
 $W[4,2] \rightarrow W[4,2] + W[2,2]$ maka $W[4,2]$ tetap
 $W[4,3] \rightarrow W[4,2] + W[2,3]$ maka $W[4,3]$ tetap
 $W[4,4] \rightarrow W[4,2] + W[2,4]$ maka $W[4,4]$ tetap
 $W[4,5] \rightarrow W[4,2] + W[2,5]$ maka $W[4,5]$ tetap
 $W[4,6] \rightarrow W[4,2] + W[2,6]$ maka $W[4,6]$ tetap
 $W[4,7] \rightarrow W[4,2] + W[2,7]$ maka $W[4,7]$ tetap
 $W[4,8] \rightarrow W[4,2] + W[2,8]$ maka $W[4,8]$ tetap
 $W[4,9] \rightarrow W[4,2] + W[2,9]$ maka $W[4,9]$ tetap
 $W[5,1] \rightarrow W[5,2] + W[2,1]$ maka $W[5,1]$ tetap

$W[5,2] \rightarrow W[5,2] + W[2,2]$ maka $W[5,2]$ tetap
 $W[5,3] \rightarrow W[5,2] + W[2,3]$ maka $W[5,3]$ tetap
 $W[5,4] \rightarrow W[5,2] + W[2,4]$ maka $W[5,4]$ tetap
 $W[5,5] \rightarrow W[5,2] + W[2,5]$ maka $W[5,5]$ tetap
 $W[5,6] \rightarrow W[5,2] + W[2,6]$ maka $W[5,6]$ tetap
 $W[5,7] \rightarrow W[5,2] + W[2,7]$ maka $W[5,7]$ tetap
 $W[5,8] \rightarrow W[5,2] + W[2,8]$ maka $W[5,8]$ tetap
 $W[5,9] \rightarrow W[5,2] + W[2,9]$ maka $W[5,9]$ tetap
 $W[6,1] \rightarrow W[6,2] + W[2,1]$ maka $W[6,1]$ tetap
 $W[6,2] \rightarrow W[6,2] + W[2,2]$ maka $W[6,2]$ tetap
 $W[6,3] \rightarrow W[6,2] + W[2,3]$ maka $W[6,3]$ tetap
 $W[6,4] \rightarrow W[6,2] + W[2,4]$ maka $W[6,4]$ tetap
 $W[6,5] \rightarrow W[6,2] + W[2,5]$ maka $W[6,5]$ tetap
 $W[6,6] \rightarrow W[6,2] + W[2,6]$ maka $W[6,6]$ tetap
 $W[6,7] \rightarrow W[6,2] + W[2,7]$ maka $W[6,7]$ tetap
 $W[6,8] \rightarrow W[6,2] + W[2,8]$ maka $W[6,8]$ tetap
 $W[6,9] \rightarrow W[6,2] + W[2,9]$ maka $W[6,9]$ tetap
 $W[7,1] \rightarrow W[7,2] + W[2,1]$ maka $W[7,1]$ tetap
 $W[7,2] \rightarrow W[7,2] + W[2,2]$ maka $W[7,2]$ tetap
 $W[7,3] > W[7,2] + W[2,3]$ maka $W[7,3]$ ganti 6,5
 $W[7,4] > W[7,2] + W[2,4]$ maka $W[7,4]$ ganti 7,0
 $W[7,5] \rightarrow W[7,2] + W[2,5]$ maka $W[7,5]$ tetap
 $W[7,6] \rightarrow W[7,2] + W[2,6]$ maka $W[7,6]$ tetap

$W[7,7] \rightarrow W[7,2] + W[2,7]$ maka $W[7,7]$ tetap
 $W[7,8] \rightarrow W[7,2] + W[2,8]$ maka $W[7,8]$ tetap
 $W[7,9] \rightarrow W[7,2] + W[2,9]$ maka $W[7,9]$ tetap
 $W[8,1] \rightarrow W[8,2] + W[2,1]$ maka $W[8,1]$ tetap
 $W[8,2] \rightarrow W[8,2] + W[2,2]$ maka $W[8,2]$ tetap
 $W[8,3] \rightarrow W[8,2] + W[2,3]$ maka $W[8,3]$ tetap
 $W[8,4] \rightarrow W[8,2] + W[2,4]$ maka $W[8,4]$ tetap
 $W[8,5] \rightarrow W[8,2] + W[2,5]$ maka $W[8,5]$ tetap
 $W[8,6] \rightarrow W[8,2] + W[2,6]$ maka $W[8,6]$ tetap
 $W[8,7] \rightarrow W[8,2] + W[2,7]$ maka $W[8,7]$ tetap
 $W[8,8] \rightarrow W[8,2] + W[2,8]$ maka $W[8,8]$ tetap
 $W[8,9] \rightarrow W[8,2] + W[2,9]$ maka $W[8,9]$ tetap
 $W[9,1] \rightarrow W[9,2] + W[2,1]$ maka $W[9,1]$ tetap
 $W[9,2] \rightarrow W[9,2] + W[2,2]$ maka $W[9,2]$ tetap
 $W[9,3] > W[9,2] + W[2,3]$ maka $W[9,3]$ ganti 6,0
 $W[9,4] > W[9,2] + W[2,4]$ maka $W[9,4]$ ganti 6,5
 $W[9,5] \rightarrow W[9,2] + W[2,5]$ maka $W[9,5]$ tetap
 $W[9,6] \rightarrow W[9,2] + W[2,6]$ maka $W[9,6]$ tetap
 $W[9,7] \rightarrow W[9,2] + W[2,7]$ maka $W[9,7]$ tetap
 $W[9,8] \rightarrow W[9,2] + W[2,8]$ maka $W[9,8]$ tetap
 $W[9,9] \rightarrow W[9,2] + W[2,9]$ maka $W[9,9]$ tetap

c. $k=3$

$$\begin{pmatrix} \infty & 2,1 & 3,8 & 4,3 & 2,6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 1,7 & 2,2 & 0,85 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0,95 & 2,3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 3,1 & 1,9 & 3,0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,7 & 1,7 & \infty & 2,7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,6 & 0,6 & \infty \\ 2,7 & 4,8 & 6,5 & 7,0 & 5,3 & \infty & \infty & 2,1 & 1,6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ 2,2 & 4,3 & 6,0 & 6,5 & 4,8 & \infty & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$$

$W[1,1] \nrightarrow W[1,3]+W[3,1]$ maka $W[1,1]$ tetap

$W[1,2] \nrightarrow W[1,3]+W[3,2]$ maka $W[1,2]$ tetap

$W[1,3] \nrightarrow W[1,3]+W[3,3]$ maka $W[1,3]$ tetap

$W[1,4] \nrightarrow W[1,3]+W[3,4]$ maka $W[1,4]$ tetap

$W[1,5] \nrightarrow W[1,3]+W[3,5]$ maka $W[1,5]$ tetap

$W[1,6] \nrightarrow W[1,3]+W[3,6]$ maka $W[1,6]$ tetap

$W[1,7] \nrightarrow W[1,3]+W[3,7]$ maka $W[1,7]$ tetap

$W[1,8] \nrightarrow W[1,3]+W[3,8]$ maka $W[1,8]$ tetap

$W[1,9] \nrightarrow W[1,3]+W[3,9]$ maka $W[1,9]$ tetap

$W[2,1] \nrightarrow W[2,3]+W[3,1]$ maka $W[2,1]$ tetap

$W[2,2] \nrightarrow W[2,3]+W[3,2]$ maka $W[2,2]$ tetap

$W[2,3] \nrightarrow W[2,3]+W[3,3]$ maka $W[2,3]$ tetap

$W[2,4] \nrightarrow W[2,3]+W[3,4]$ maka $W[2,4]$ tetap

$W[2,5] \nrightarrow W[2,3]+W[3,5]$ maka $W[2,5]$ tetap

$W[2,6] \nrightarrow W[2,3]+W[3,6]$ maka $W[2,6]$ tetap

$W[2,7] \nrightarrow W[2,3]+W[3,7]$ maka $W[2,7]$ tetap

$W[2,8] \nrightarrow W[2,3]+W[3,8]$ maka $W[2,8]$ tetap

$W[2,9] \neq W[2,3] + W[3,9]$ maka $W[2,9]$ tetap
 $W[3,1] \neq W[3,3] + W[3,1]$ maka $W[3,1]$ tetap
 $W[3,2] \neq W[3,2] + W[3,2]$ maka $W[3,2]$ tetap
 $W[3,3] \neq W[3,3] + W[3,3]$ maka $W[3,3]$ tetap
 $W[3,4] \neq W[3,3] + W[3,4]$ maka $W[3,4]$ tetap
 $W[3,5] \neq W[3,3] + W[3,5]$ maka $W[3,5]$ tetap
 $W[3,6] \neq W[3,3] + W[3,6]$ maka $W[3,6]$ tetap
 $W[3,7] \neq W[3,3] + W[3,7]$ maka $W[3,7]$ tetap
 $W[3,8] \neq W[3,3] + W[3,8]$ maka $W[3,8]$ tetap
 $W[3,9] \neq W[3,3] + W[3,9]$ maka $W[3,9]$ tetap
 $W[4,1] \neq W[4,3] + W[3,1]$ maka $W[4,1]$ tetap
 $W[4,2] \neq W[4,3] + W[3,2]$ maka $W[4,2]$ tetap
 $W[4,3] \neq W[4,3] + W[3,3]$ maka $W[4,3]$ tetap
 $W[4,4] \neq W[4,3] + W[3,4]$ maka $W[4,4]$ tetap
 $W[4,5] \neq W[4,3] + W[3,5]$ maka $W[4,5]$ tetap
 $W[4,6] \neq W[4,3] + W[3,6]$ maka $W[4,6]$ tetap
 $W[4,7] \neq W[4,3] + W[3,7]$ maka $W[4,7]$ tetap
 $W[4,8] \neq W[4,3] + W[3,8]$ maka $W[4,8]$ tetap
 $W[4,9] \neq W[4,3] + W[3,9]$ maka $W[4,9]$ tetap
 $W[5,1] \neq W[5,3] + W[3,1]$ maka $W[5,1]$ tetap
 $W[5,2] \neq W[5,3] + W[3,2]$ maka $W[5,2]$ tetap
 $W[5,3] \neq W[5,3] + W[3,3]$ maka $W[5,3]$ tetap
 $W[5,4] \neq W[5,3] + W[3,4]$ maka $W[5,4]$ tetap

$W[5,5] \neq W[5,3] + W[3,5]$ maka $W[5,5]$ tetap

$W[5,6] \neq W[5,3] + W[3,6]$ maka $W[5,6]$ tetap

$W[5,7] \neq W[5,3] + W[3,7]$ maka $W[5,7]$ tetap

$W[5,8] \neq W[5,3] + W[3,8]$ maka $W[5,8]$ tetap

$W[5,9] \neq W[5,3] + W[3,9]$ maka $W[5,9]$ tetap

$W[6,1] \neq W[6,3] + W[3,1]$ maka $W[6,1]$ tetap

$W[6,2] \neq W[6,3] + W[3,2]$ maka $W[6,2]$ tetap

$W[6,3] \neq W[6,3] + W[3,3]$ maka $W[6,3]$ tetap

$W[6,4] \neq W[6,3] + W[3,4]$ maka $W[6,4]$ tetap

$W[6,5] \neq W[6,3] + W[3,5]$ maka $W[6,5]$ tetap

$W[6,6] \neq W[6,3] + W[3,6]$ maka $W[6,6]$ tetap

$W[6,7] \neq W[6,3] + W[3,7]$ maka $W[6,7]$ tetap

$W[6,8] \neq W[6,3] + W[3,8]$ maka $W[6,8]$ tetap

$W[6,9] \neq W[6,3] + W[3,9]$ maka $W[6,9]$ tetap

$W[7,1] \neq W[7,3] + W[3,1]$ maka $W[7,1]$ tetap

$W[7,2] \neq W[7,3] + W[3,2]$ maka $W[7,2]$ tetap

$W[7,3] \neq W[7,3] + W[3,3]$ maka $W[7,3]$ tetap

$W[7,4] > \neq W[7,3] + W[3,4]$ maka $W[7,4]$ tetap

$W[7,5] \neq W[7,3] + W[3,5]$ maka $W[7,5]$ tetap

$W[7,6] \neq W[7,3] + W[3,6]$ maka $W[7,6]$ tetap

$W[7,7] \neq W[7,3] + W[3,7]$ maka $W[7,7]$ tetap

$W[7,8] \neq W[7,3] + W[3,8]$ maka $W[7,8]$ tetap

$W[7,9] \neq W[7,3] + W[3,9]$ maka $W[7,9]$ tetap

$W[8,1] \neq W[8,3] + W[3,1]$ maka $W[8,1]$ tetap

$W[8,2] \neq W[8,3] + W[3,2]$ maka $W[8,2]$ tetap

$W[8,3] \neq W[8,3] + W[3,3]$ maka $W[8,3]$ tetap

$W[8,4] \neq W[8,3] + W[3,4]$ maka $W[8,4]$ tetap

$W[8,5] \neq W[8,3] + W[3,5]$ maka $W[8,5]$ tetap

$W[8,6] \neq W[8,3] + W[3,6]$ maka $W[8,6]$ tetap

$W[8,7] \neq W[8,3] + W[3,7]$ maka $W[8,7]$ tetap

$W[8,8] \neq W[8,3] + W[3,8]$ maka $W[8,8]$ tetap

$W[8,9] \neq W[8,3] + W[3,9]$ maka $W[8,9]$ tetap

$W[9,1] \neq W[9,3] + W[3,1]$ maka $W[9,1]$ tetap

$W[9,2] \neq W[9,3] + W[3,2]$ maka $W[9,2]$ tetap

$W[9,3] \neq W[9,3] + W[3,3]$ maka $W[9,3]$ tetap

$W[9,4] \neq W[9,3] + W[3,4]$ maka $W[9,4]$ tetap

$W[9,5] \neq W[9,3] + W[3,5]$ maka $W[9,5]$ tetap

$W[9,6] \neq W[9,3] + W[3,6]$ maka $W[9,6]$ tetap

$W[9,7] \neq W[9,3] + W[3,7]$ maka $W[9,7]$ tetap

$W[9,8] \neq W[9,3] + W[3,8]$ maka $W[9,8]$ tetap

$W[9,9] \neq W[9,3] + W[3,9]$ maka $W[9,9]$ tetap

d. $k=4$

$$\begin{pmatrix} \infty & 2,1 & 3,8 & 4,3 & 2,6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 1,7 & 2,2 & 0,85 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0,95 & 2,3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 3,1 & 1,9 & 3,0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,7 & 1,7 & \infty & 2,7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,6 & 0,6 & \infty \\ 2,7 & 4,8 & 6,5 & 7,0 & 5,3 & \infty & \infty & 2,1 & 1,6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ 2,2 & 6,0 & 6,5 & 6,5 & 4,8 & \infty & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$$

$W[1,1] \nrightarrow W[1,4]+W[4,1]$ maka $W[1,1]$ tetap

$W[1,2] \nrightarrow W[1,4]+W[4,2]$ maka $W[1,2]$ tetap

$W[1,3] \nrightarrow W[1,4]+W[4,3]$ maka $W[1,3]$ tetap

$W[1,4] \nrightarrow W[1,4]+W[4,4]$ maka $W[1,4]$ tetap

$W[1,5] \nrightarrow W[1,4]+W[4,5]$ maka $W[1,5]$ tetap

$W[1,6] > W[1,4]+W[4,6]$ maka $W[1,6]$ ganti 6,2

$W[1,7] > W[1,4]+W[4,7]$ maka $W[1,7]$ ganti 7,3

$W[1,8] \nrightarrow W[1,4]+W[4,8]$ maka $W[1,8]$ tetap

$W[1,9] \nrightarrow W[1,4]+W[4,9]$ maka $W[1,9]$ tetap

$W[2,1] \nrightarrow W[2,4]+W[4,1]$ maka $W[2,1]$ tetap

$W[2,2] \nrightarrow W[2,4]+W[4,2]$ maka $W[2,2]$ tetap

$W[2,3] \nrightarrow W[2,4]+W[4,3]$ maka $W[2,3]$ tetap

$W[2,4] \nrightarrow W[2,4]+W[4,4]$ maka $W[2,4]$ tetap

$W[2,5] \nrightarrow W[2,4]+W[4,5]$ maka $W[2,5]$ tetap

$W[2,6] > W[2,4]+W[4,6]$ maka $W[2,6]$ ganti 4,1

$W[2,7] > W[2,4]+W[4,7]$ maka $W[2,7]$ ganti 5,2

$W[2,8] \nrightarrow W[2,4]+W[4,8]$ maka $W[2,8]$ tetap

$W[2,9] \nrightarrow W[2,4] + W[4,9]$ maka $W[2,9]$ tetap

$W[3,1] \nrightarrow W[3,4] + W[4,1]$ maka $W[3,1]$ tetap

$W[3,2] \nrightarrow W[3,4] + W[4,2]$ maka $W[3,2]$ tetap

$W[3,3] \nrightarrow W[3,4] + W[4,3]$ maka $W[3,3]$ tetap

$W[3,4] \nrightarrow W[3,4] + W[4,4]$ maka $W[3,4]$ tetap

$W[3,5] \nrightarrow W[3,4] + W[4,5]$ maka $W[3,5]$ tetap

$W[3,6] > W[3,4] + W[4,6]$ maka $W[3,6]$ ganti 2,85

$W[3,7] > W[3,4] + W[4,7]$ maka $W[3,7]$ ganti 3,95

$W[3,8] \nrightarrow W[3,4] + W[4,8]$ maka $W[3,8]$ tetap

$W[3,9] \nrightarrow W[3,4] + W[4,9]$ maka $W[3,9]$ tetap

$W[4,1] \nrightarrow W[4,4] + W[4,1]$ maka $W[4,1]$ tetap

$W[4,2] \nrightarrow W[4,4] + W[4,2]$ maka $W[4,2]$ tetap

$W[4,3] \nrightarrow W[4,4] + W[4,3]$ maka $W[4,3]$ tetap

$W[4,4] \nrightarrow W[4,4] + W[4,4]$ maka $W[4,4]$ tetap

$W[4,5] \nrightarrow W[4,4] + W[4,5]$ maka $W[4,5]$ tetap

$W[4,6] \nrightarrow W[4,4] + W[4,6]$ maka $W[4,6]$ tetap

$W[4,7] \nrightarrow W[4,4] + W[4,7]$ maka $W[4,7]$ tetap

$W[4,8] \nrightarrow W[4,4] + W[4,8]$ maka $W[4,8]$ tetap

$W[4,9] \nrightarrow W[4,4] + W[4,9]$ maka $W[4,9]$ tetap

$W[5,1] \nrightarrow W[5,4] + W[4,1]$ maka $W[5,1]$ tetap

$W[5,2] \nrightarrow W[5,4] + W[4,2]$ maka $W[5,2]$ tetap

$W[5,3] \nrightarrow W[5,4] + W[4,3]$ maka $W[5,3]$ tetap

$W[5,4] \nrightarrow W[5,4] + W[4,4]$ maka $W[5,4]$ tetap

$W[5,5] \nrightarrow W[5,4] + W[4,5]$ maka $W[5,5]$ tetap

$W[5,6] \nrightarrow W[5,4] + W[4,6]$ maka $W[5,6]$ tetap

$W[5,7] \nrightarrow W[5,4] + W[4,7]$ maka $W[5,7]$ tetap

$W[5,8] \nrightarrow W[5,4] + W[4,8]$ maka $W[5,8]$ tetap

$W[5,9] \nrightarrow W[5,4] + W[4,9]$ maka $W[5,9]$ tetap

$W[6,1] \nrightarrow W[6,4] + W[4,1]$ maka $W[6,1]$ tetap

$W[6,2] \nrightarrow W[6,4] + W[4,2]$ maka $W[6,2]$ tetap

$W[6,3] \nrightarrow W[6,4] + W[4,3]$ maka $W[6,3]$ tetap

$W[6,4] \nrightarrow W[6,4] + W[4,4]$ maka $W[6,4]$ tetap

$W[6,5] \nrightarrow W[6,4] + W[4,5]$ maka $W[6,5]$ tetap

$W[6,6] \nrightarrow W[6,4] + W[4,6]$ maka $W[6,6]$ tetap

$W[6,7] \nrightarrow W[6,4] + W[4,7]$ maka $W[6,7]$ tetap

$W[6,8] \nrightarrow W[6,4] + W[4,8]$ maka $W[6,8]$ tetap

$W[6,9] \nrightarrow W[6,4] + W[4,9]$ maka $W[6,9]$ tetap

$W[7,1] \nrightarrow W[7,4] + W[4,1]$ maka $W[7,1]$ tetap

$W[7,2] \nrightarrow W[7,4] + W[4,2]$ maka $W[7,2]$ tetap

$W[7,3] \nrightarrow W[7,4] + W[4,3]$ maka $W[7,3]$ tetap

$W[7,4] \nrightarrow W[7,4] + W[4,4]$ maka $W[7,4]$ tetap

$W[7,5] \nrightarrow W[7,4] + W[4,5]$ maka $W[7,5]$ tetap

$W[7,6] > W[7,4] + W[4,6]$ maka $W[7,6]$ ganti 8,9

$W[7,7] > W[7,4] + W[4,7]$ maka $W[7,7]$ ganti 10

$W[7,8] \nrightarrow W[7,4] + W[4,8]$ maka $W[7,8]$ tetap

$W[7,9] \nrightarrow W[7,4] + W[4,9]$ maka $W[7,9]$ tetap

$W[8,1] \neq W[8,4] + W[4,1]$ maka $W[8,1]$ tetap

$W[8,2] \neq W[8,4] + W[4,2]$ maka $W[8,2]$ tetap

$W[8,3] \neq W[8,4] + W[4,3]$ maka $W[8,3]$ tetap

$W[8,4] \neq W[8,4] + W[4,4]$ maka $W[8,4]$ tetap

$W[8,5] \neq W[8,4] + W[4,5]$ maka $W[8,5]$ tetap

$W[8,6] \neq W[8,4] + W[4,6]$ maka $W[8,6]$ tetap

$W[8,7] \neq W[8,4] + W[4,7]$ maka $W[8,7]$ tetap

$W[8,8] \neq W[8,4] + W[4,8]$ maka $W[8,8]$ tetap

$W[8,9] \neq W[8,4] + W[4,9]$ maka $W[8,9]$ tetap

$W[9,1] \neq W[9,4] + W[4,1]$ maka $W[9,1]$ tetap

$W[9,2] \neq W[9,4] + W[4,2]$ maka $W[9,2]$ tetap

$W[9,3] \neq W[9,4] + W[4,3]$ maka $W[9,3]$ tetap

$W[9,4] \neq W[9,4] + W[4,4]$ maka $W[9,4]$ tetap

$W[9,5] \neq W[9,4] + W[4,5]$ maka $W[9,5]$ tetap

$W[9,6] > W[9,4] + W[4,6]$ maka $W[9,6]$ ganti 8,4

$W[9,7] > W[9,4] + W[4,7]$ maka $W[9,7]$ ganti 9,5

$W[9,8] \neq W[9,4] + W[4,8]$ maka $W[9,8]$ tetap

$W[9,9] \neq W[9,4] + W[4,9]$ maka $W[9,9]$ tetap

e. $k=5$

$$\begin{pmatrix} \infty & 2,1 & 3,8 & 4,3 & 2,6 & 6,2 & 7,3 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 1,7 & 2,2 & 0,85 & 4,1 & 5,2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0,95 & 2,3 & 2,85 & 3,95 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 3,1 & 1,9 & 3,0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,7 & 1,7 & \infty & 2,7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,6 & 0,6 & \infty \\ 2,7 & 4,8 & 6,5 & 7,0 & 5,3 & 8,9 & 10,0 & 2,1 & 1,6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ 2,2 & 4,3 & 6,0 & 6,5 & 4,8 & 8,4 & 9,5 & \infty & \infty \end{pmatrix}$$

$W[1,1] \nrightarrow W[1,5]+W[5,1]$ maka $W[1,1]$ tetap

$W[1,2] \nrightarrow W[1,5]+W[5,2]$ maka $W[1,2]$ tetap

$W[1,3] \nrightarrow W[1,5]+W[5,3]$ maka $W[1,3]$ tetap

$W[1,4] \nrightarrow W[1,5]+W[5,4]$ maka $W[1,4]$ tetap

$W[1,5] \nrightarrow W[1,5]+W[5,5]$ maka $W[1,5]$ tetap

$W[1,6] > W[1,5]+W[5,6]$ maka $W[1,6]$ ganti 5,3

$W[1,7] > W[1,5]+W[5,7]$ maka $W[1,7]$ ganti 4,3

$W[1,8] \nrightarrow W[1,5]+W[5,8]$ maka $W[1,8]$ tetap

$W[1,9] > W[1,5]+W[5,9]$ maka $W[1,9]$ ganti 5,3

$W[2,1] \nrightarrow W[2,5]+W[5,1]$ maka $W[2,1]$ tetap

$W[2,2] \nrightarrow W[2,5]+W[5,2]$ maka $W[2,2]$ tetap

$W[2,3] \nrightarrow W[2,5]+W[5,3]$ maka $W[2,3]$ tetap

$W[2,4] \nrightarrow W[2,5]+W[5,4]$ maka $W[2,4]$ tetap

$W[2,5] \nrightarrow W[2,5]+W[5,5]$ maka $W[2,5]$ tetap

$W[2,6] > W[2,5]+W[5,6]$ maka $W[2,6]$ ganti 3,55

$W[2,7] > W[2,5]+W[5,7]$ maka $W[2,7]$ ganti 5,2

$W[2,8] \nrightarrow W[2,5]+W[5,8]$ maka $W[2,8]$ tetap

$W[2,9] > W[2,5] + W[5,9]$ maka $W[2,9]$ ganti 3,55

$W[3,1] \nrightarrow W[3,5] + W[5,1]$ maka $W[3,1]$ tetap

$W[3,2] \nrightarrow W[3,5] + W[5,2]$ maka $W[3,2]$ tetap

$W[3,3] \nrightarrow W[3,5] + W[5,3]$ maka $W[3,3]$ tetap

$W[3,4] \nrightarrow W[3,5] + W[5,4]$ maka $W[3,4]$ tetap

$W[3,5] \nrightarrow W[3,5] + W[5,5]$ maka $W[3,5]$ tetap

$W[3,6] \nrightarrow W[3,5] + W[5,6]$ maka $W[3,6]$ tetap

$W[3,7] \nrightarrow W[3,5] + W[5,7]$ maka $W[3,7]$ tetap

$W[3,8] \nrightarrow W[3,5] + W[5,8]$ maka $W[3,8]$ tetap

$W[3,9] > W[3,5] + W[5,9]$ maka $W[3,9]$ ganti 5,0

$W[4,1] \nrightarrow W[4,5] + W[5,1]$ maka $W[4,1]$ tetap

$W[4,2] \nrightarrow W[4,5] + W[5,2]$ maka $W[4,2]$ tetap

$W[4,3] \nrightarrow W[4,5] + W[5,3]$ maka $W[4,3]$ tetap

$W[4,4] \nrightarrow W[4,5] + W[5,4]$ maka $W[4,4]$ tetap

$W[4,5] \nrightarrow W[4,5] + W[5,5]$ maka $W[4,5]$ tetap

$W[4,6] \nrightarrow W[4,5] + W[5,6]$ maka $W[4,6]$ tetap

$W[4,7] \nrightarrow W[4,5] + W[5,7]$ maka $W[4,7]$ tetap

$W[4,8] \nrightarrow W[4,5] + W[5,8]$ maka $W[4,8]$ tetap

$W[4,9] > W[4,5] + W[5,9]$ maka $W[4,9]$ ganti 5,8

$W[5,1] \nrightarrow W[5,5] + W[5,1]$ maka $W[5,1]$ tetap

$W[5,2] \nrightarrow W[5,5] + W[5,2]$ maka $W[5,2]$ tetap

$W[5,3] \nrightarrow W[5,5] + W[5,3]$ maka $W[5,3]$ tetap

$W[5,4] \nrightarrow W[5,5] + W[5,4]$ maka $W[5,4]$ tetap

$W[5,5] \rightarrow W[5,5] + W[5,5]$ maka $W[5,5]$ tetap
 $W[5,6] \rightarrow W[5,5] + W[5,6]$ maka $W[5,6]$ tetap
 $W[5,7] \rightarrow W[5,5] + W[5,7]$ maka $W[5,7]$ tetap
 $W[5,8] \rightarrow W[5,5] + W[5,8]$ maka $W[5,8]$ tetap
 $W[5,9] \rightarrow W[5,5] + W[5,9]$ maka $W[5,9]$ tetap
 $W[6,1] \rightarrow W[6,5] + W[5,1]$ maka $W[6,1]$ tetap
 $W[6,2] \rightarrow W[6,5] + W[5,2]$ maka $W[6,2]$ tetap
 $W[6,3] \rightarrow W[6,5] + W[5,3]$ maka $W[6,3]$ tetap
 $W[6,4] \rightarrow W[6,5] + W[5,4]$ maka $W[6,4]$ tetap
 $W[6,5] \rightarrow W[6,5] + W[5,5]$ maka $W[6,5]$ tetap
 $W[6,6] \rightarrow W[6,5] + W[5,6]$ maka $W[6,6]$ tetap
 $W[6,7] \rightarrow W[6,5] + W[5,7]$ maka $W[6,7]$ tetap
 $W[6,8] \rightarrow W[6,5] + W[5,8]$ maka $W[6,8]$ tetap
 $W[6,9] \rightarrow W[6,5] + W[5,9]$ maka $W[6,9]$ tetap
 $W[7,1] \rightarrow W[7,5] + W[5,1]$ maka $W[7,1]$ tetap
 $W[7,2] \rightarrow W[7,5] + W[5,2]$ maka $W[7,2]$ tetap
 $W[7,3] \rightarrow W[7,5] + W[5,3]$ maka $W[7,3]$ tetap
 $W[7,4] \rightarrow W[7,5] + W[5,4]$ maka $W[7,4]$ tetap
 $W[7,5] \rightarrow W[7,5] + W[5,5]$ maka $W[7,5]$ tetap
 $W[7,6] > W[7,5] + W[5,6]$ maka $W[7,6]$ ganti 8,0
 $W[7,7] > W[7,5] + W[5,7]$ maka $W[7,7]$ ganti 7,0
 $W[7,8] \rightarrow W[7,5] + W[5,8]$ maka $W[7,8]$ tetap
 $W[7,9] \rightarrow W[7,5] + W[5,9]$ maka $W[7,9]$ tetap

$W[8,1] \nrightarrow W[8,5] + W[5,1]$ maka $W[8,1]$ tetap

$W[8,2] \nrightarrow W[8,5] + W[5,2]$ maka $W[8,2]$ tetap

$W[8,3] \nrightarrow W[8,5] + W[5,3]$ maka $W[8,3]$ tetap

$W[8,4] \nrightarrow W[8,5] + W[5,4]$ maka $W[8,4]$ tetap

$W[8,5] \nrightarrow W[8,5] + W[5,5]$ maka $W[8,5]$ tetap

$W[8,6] \nrightarrow W[8,5] + W[5,6]$ maka $W[8,6]$ tetap

$W[8,7] \nrightarrow W[8,5] + W[5,7]$ maka $W[8,7]$ tetap

$W[8,8] \nrightarrow W[8,5] + W[5,8]$ maka $W[8,8]$ tetap

$W[8,9] \nrightarrow W[8,5] + W[5,9]$ maka $W[8,9]$ tetap

$W[9,1] \nrightarrow W[9,5] + W[5,1]$ maka $W[9,1]$ tetap

$W[9,2] \nrightarrow W[9,5] + W[5,2]$ maka $W[9,2]$ tetap

$W[9,3] \nrightarrow W[9,5] + W[5,3]$ maka $W[9,3]$ tetap

$W[9,4] \nrightarrow W[9,5] + W[5,4]$ maka $W[9,4]$ tetap

$W[9,5] \nrightarrow W[9,5] + W[5,5]$ maka $W[9,5]$ tetap

$W[9,6] > W[9,5] + W[5,6]$ maka $W[9,6]$ ganti 7,5

$W[9,7] > W[9,5] + W[5,7]$ maka $W[9,7]$ ganti 6,5

$W[9,8] \nrightarrow W[9,5] + W[5,8]$ maka $W[9,8]$ tetap

$W[9,9] > W[9,5] + W[5,9]$ maka $W[9,9]$ ganti 7,5

f. $k=6$

$$\begin{pmatrix} \infty & 2,1 & 3,8 & 4,3 & 2,6 & 5,3 & 4,3 & \infty & 5,3 \\ \infty & \infty & 1,7 & 2,2 & 0,85 & 3,55 & 2,55 & \infty & 3,55 \\ \infty & \infty & \infty & 0,95 & 2,3 & 2,85 & 3,95 & \infty & 5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 3,1 & 1,9 & 3,0 & \infty & 5,8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,7 & 1,7 & \infty & 2,7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,6 & 0,6 & \infty \\ 2,7 & 4,8 & 6,5 & 7,0 & 5,3 & 8 & 7,0 & 2,1 & 1,6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ 2,2 & 4,3 & 6,0 & 6,5 & 4,8 & 7,5 & 6,5 & \infty & 7,5 \end{pmatrix}$$

$W[1,1] \nrightarrow W[1,6]+W[6,1]$ maka $W[1,1]$ tetap

$W[1,2] \nrightarrow W[1,6]+W[6,2]$ maka $W[1,2]$ tetap

$W[1,3] \nrightarrow W[1,6]+W[6,3]$ maka $W[1,3]$ tetap

$W[1,4] \nrightarrow W[1,6]+W[6,4]$ maka $W[1,4]$ tetap

$W[1,5] \nrightarrow W[1,6]+W[6,5]$ maka $W[1,5]$ tetap

$W[1,6] \nrightarrow W[1,6]+W[6,6]$ maka $W[1,6]$ tetap

$W[1,7] \nrightarrow W[1,6]+W[6,7]$ maka $W[1,7]$ tetap

$W[1,8] > W[1,6]+W[6,8]$ maka $W[1,8]$ ganti 5,9

$W[1,9] \nrightarrow W[1,6]+W[6,9]$ maka $W[1,9]$ tetap

$W[2,1] \nrightarrow W[2,6]+W[6,1]$ maka $W[2,1]$ tetap

$W[2,2] \nrightarrow W[2,6]+W[6,2]$ maka $W[2,2]$ tetap

$W[2,3] \nrightarrow W[2,6]+W[6,3]$ maka $W[2,3]$ tetap

$W[2,4] \nrightarrow W[2,6]+W[6,4]$ maka $W[2,4]$ tetap

$W[2,5] \nrightarrow W[2,6]+W[6,5]$ maka $W[2,5]$ tetap

$W[2,6] \nrightarrow W[2,6]+W[6,6]$ maka $W[2,6]$ tetap

$W[2,7] \nrightarrow W[2,6]+W[6,7]$ maka $W[2,7]$ tetap

$W[2,8] > W[2,6]+W[6,8]$ maka $W[2,8]$ ganti 4,15

$W[2,9] \neq W[2,6] + W[6,9]$ maka $W[2,9]$ tetap

$W[3,1] \neq W[3,6] + W[6,1]$ maka $W[3,1]$ tetap

$W[3,2] \neq W[3,6] + W[6,2]$ maka $W[3,2]$ tetap

$W[3,3] \neq W[3,6] + W[6,3]$ maka $W[3,3]$ tetap

$W[3,4] \neq W[3,6] + W[6,4]$ maka $W[3,4]$ tetap

$W[3,5] \neq W[3,6] + W[6,5]$ maka $W[3,5]$ tetap

$W[3,6] \neq W[3,6] + W[6,6]$ maka $W[3,6]$ tetap

$W[3,7] \neq W[3,6] + W[6,7]$ maka $W[3,7]$ tetap

$W[3,8] > W[3,6] + W[6,8]$ maka $W[3,8]$ ganti 3,45

$W[3,9] \neq W[3,6] + W[6,9]$ maka $W[3,9]$ tetap

$W[4,1] \neq W[4,6] + W[6,1]$ maka $W[4,1]$ tetap

$W[4,2] \neq W[4,6] + W[6,2]$ maka $W[4,2]$ tetap

$W[4,3] \neq W[4,6] + W[6,3]$ maka $W[4,3]$ tetap

$W[4,4] \neq W[4,6] + W[6,4]$ maka $W[4,4]$ tetap

$W[4,5] \neq W[4,6] + W[6,5]$ maka $W[4,5]$ tetap

$W[4,6] \neq W[4,6] + W[6,6]$ maka $W[4,6]$ tetap

$W[4,7] \neq W[4,6] + W[6,7]$ maka $W[4,7]$ tetap

$W[4,8] > W[4,6] + W[6,8]$ maka $W[4,8]$ ganti 2,5

$W[4,9] \neq W[4,6] + W[6,9]$ maka $W[4,9]$ tetap

$W[5,1] \neq W[5,6] + W[6,1]$ maka $W[5,1]$ tetap

$W[5,2] \neq W[5,6] + W[6,2]$ maka $W[5,2]$ tetap

$W[5,3] \neq W[5,6] + W[6,3]$ maka $W[5,3]$ tetap

$W[5,4] \neq W[5,6] + W[6,4]$ maka $W[5,4]$ tetap

$W[5,5] \nrightarrow W[5,6] + W[6,5]$ maka $W[5,5]$ tetap

$W[5,6] \nrightarrow W[5,6] + W[6,6]$ maka $W[5,6]$ tetap

$W[5,7] \nrightarrow W[5,6] + W[6,7]$ maka $W[5,7]$ tetap

$W[5,8] > W[5,6] + W[6,8]$ maka $W[5,8]$ ganti 3,3

$W[5,9] \nrightarrow W[5,6] + W[6,9]$ maka $W[5,9]$ tetap

$W[6,1] \nrightarrow W[6,6] + W[6,1]$ maka $W[6,1]$ tetap

$W[6,2] \nrightarrow W[6,6] + W[6,2]$ maka $W[6,2]$ tetap

$W[6,3] \nrightarrow W[6,6] + W[6,3]$ maka $W[6,3]$ tetap

$W[6,4] \nrightarrow W[6,6] + W[6,4]$ maka $W[6,4]$ tetap

$W[6,5] \nrightarrow W[6,6] + W[6,5]$ maka $W[6,5]$ tetap

$W[6,6] \nrightarrow W[6,6] + W[6,6]$ maka $W[6,6]$ tetap

$W[6,7] \nrightarrow W[6,6] + W[6,7]$ maka $W[6,7]$ tetap

$W[6,8] \nrightarrow W[6,6] + W[6,8]$ maka $W[6,8]$ tetap

$W[6,9] \nrightarrow W[6,6] + W[6,9]$ maka $W[6,9]$ tetap

$W[7,1] \nrightarrow W[7,6] + W[6,1]$ maka $W[7,1]$ tetap

$W[7,2] \nrightarrow W[7,6] + W[6,2]$ maka $W[7,2]$ tetap

$W[7,3] \nrightarrow W[7,6] + W[6,3]$ maka $W[7,3]$ tetap

$W[7,4] \nrightarrow W[7,6] + W[6,4]$ maka $W[7,4]$ tetap

$W[7,5] \nrightarrow W[7,6] + W[6,5]$ maka $W[7,5]$ tetap

$W[7,6] \nrightarrow W[7,6] + W[6,6]$ maka $W[7,6]$ tetap

$W[7,7] \nrightarrow W[7,6] + W[6,7]$ maka $W[7,7]$ tetap

$W[7,8] \nrightarrow W[7,6] + W[6,8]$ maka $W[7,8]$ tetap

$W[7,9] \nrightarrow W[7,6] + W[6,9]$ maka $W[7,9]$ tetap

$W[8,1] \nrightarrow W[8,6] + W[6,1]$ maka $W[8,1]$ tetap
 $W[8,2] \nrightarrow W[8,6] + W[6,2]$ maka $W[8,2]$ tetap
 $W[8,3] \nrightarrow W[8,6] + W[6,3]$ maka $W[8,3]$ tetap
 $W[8,4] \nrightarrow W[8,6] + W[6,4]$ maka $W[8,4]$ tetap
 $W[8,5] \nrightarrow W[8,6] + W[6,5]$ maka $W[8,5]$ tetap
 $W[8,6] \nrightarrow W[8,6] + W[6,6]$ maka $W[8,6]$ tetap
 $W[8,7] \nrightarrow W[8,6] + W[6,7]$ maka $W[8,7]$ tetap
 $W[8,8] \nrightarrow W[8,6] + W[6,8]$ maka $W[8,8]$ tetap
 $W[8,9] \nrightarrow W[8,6] + W[6,9]$ maka $W[8,9]$ tetap
 $W[9,1] \nrightarrow W[9,6] + W[6,1]$ maka $W[9,1]$ tetap
 $W[9,2] \nrightarrow W[9,6] + W[6,2]$ maka $W[9,2]$ tetap
 $W[9,3] \nrightarrow W[9,6] + W[6,3]$ maka $W[9,3]$ tetap
 $W[9,4] \nrightarrow W[9,6] + W[6,4]$ maka $W[9,4]$ tetap
 $W[9,5] \nrightarrow W[9,6] + W[6,5]$ maka $W[9,5]$ tetap
 $W[9,6] \nrightarrow W[9,6] + W[6,6]$ maka $W[9,6]$ tetap
 $W[9,7] \nrightarrow W[9,6] + W[6,7]$ maka $W[9,7]$ tetap
 $W[9,8] > W[9,6] + W[6,8]$ maka $W[9,8]$ ganti 8,1
 $W[9,9] \nrightarrow W[9,6] + W[6,9]$ maka $W[9,9]$ tetap

g. $k=7$

$$\begin{pmatrix} \infty & 2,1 & 3,8 & 4,3 & 2,6 & 5,3 & 4,3 & 5,9 & 5,3 \\ \infty & \infty & 1,7 & 2,2 & 0,85 & 3,55 & 2,55 & 4,15 & 3,55 \\ \infty & \infty & \infty & 0,95 & 2,3 & 2,85 & 3,95 & 3,45 & 5,0 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 3,1 & 1,9 & 3,0 & 2,5 & 5,8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,7 & 1,7 & 3,3 & 2,7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,6 & 0,6 & \infty \\ 2,7 & 4,8 & 6,5 & 7,0 & 5,3 & 8 & 7,0 & 2,1 & 1,6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ 2,2 & 4,3 & 6,0 & 6,5 & 4,8 & 7,5 & 6,5 & 8,1 & 7,5 \end{pmatrix}$$

$W[1,1] > W[1,7] + W[7,1]$ maka $W[1,1]$ ganti 7,0

$W[1,2] \nless W[1,7] + W[7,2]$ maka $W[1,2]$ tetap

$W[1,3] \nless W[1,7] + W[7,3]$ maka $W[1,3]$ tetap

$W[1,4] \nless W[1,7] + W[7,4]$ maka $W[1,4]$ tetap

$W[1,5] \nless W[1,7] + W[7,5]$ maka $W[1,5]$ tetap

$W[1,6] \nless W[1,7] + W[7,6]$ maka $W[1,6]$ tetap

$W[1,7] \nless W[1,7] + W[7,7]$ maka $W[1,7]$ tetap

$W[1,8] \nless W[1,7] + W[7,8]$ maka $W[1,8]$ tetap

$W[1,9] \nless W[1,7] + W[7,9]$ maka $W[1,9]$ tetap

$W[2,1] > W[2,7] + W[7,1]$ maka $W[2,1]$ ganti 5,25

$W[2,2] > W[2,7] + W[7,2]$ maka $W[2,2]$ ganti 7,35

$W[2,3] \nless W[2,7] + W[7,3]$ maka $W[2,3]$ tetap

$W[2,4] \nless W[2,7] + W[7,4]$ maka $W[2,4]$ tetap

$W[2,5] \nless W[2,7] + W[7,5]$ maka $W[2,5]$ tetap

$W[2,6] \nless W[2,7] + W[7,6]$ maka $W[2,6]$ tetap

$W[2,7] \nless W[2,7] + W[7,7]$ maka $W[2,7]$ tetap

$W[2,8] \nless W[2,7] + W[7,8]$ maka $W[2,8]$ tetap

$W[2,9] \nless W[2,7]+W[7,9]$ maka $W[2,9]$ tetap
 $W[3,1] > W[3,7]+W[7,1]$ maka $W[3,1]$ ganti 6,65
 $W[3,2] > W[3,7]+W[7,2]$ maka $W[3,2]$ ganti 8,75
 $W[3,3] > W[3,7]+W[7,3]$ maka $W[3,3]$ ganti 10,45
 $W[3,4] \nless W[3,7]+W[7,4]$ maka $W[3,4]$ tetap
 $W[3,5] \nless W[3,7]+W[7,5]$ maka $W[3,5]$ tetap
 $W[3,6] \nless W[3,7]+W[7,6]$ maka $W[3,6]$ tetap
 $W[3,7] \nless W[3,7]+W[7,7]$ maka $W[3,7]$ tetap
 $W[3,8] \nless W[3,7]+W[7,8]$ maka $W[3,8]$ tetap
 $W[3,9] \nless W[3,7]+W[7,9]$ maka $W[3,9]$ tetap
 $W[4,1] > W[4,7]+W[7,1]$ maka $W[4,1]$ ganti 5,7
 $W[4,2] > W[4,7]+W[7,2]$ maka $W[4,2]$ ganti 7,8
 $W[4,3] > W[4,7]+W[7,3]$ maka $W[4,3]$ ganti 9,5
 $W[4,4] > W[4,7]+W[7,4]$ maka $W[4,4]$ ganti 10,0
 $W[4,5] \nless W[4,7]+W[7,5]$ maka $W[4,5]$ tetap
 $W[4,6] \nless W[4,7]+W[7,6]$ maka $W[4,6]$ tetap
 $W[4,7] \nless W[4,7]+W[7,7]$ maka $W[4,7]$ tetap
 $W[4,8] \nless W[4,7]+W[7,8]$ maka $W[4,8]$ tetap
 $W[4,9] > W[4,7]+W[7,9]$ maka $W[4,9]$ ganti 4,6
 $W[5,1] > W[5,7]+W[7,1]$ maka $W[5,1]$ ganti 4,4
 $W[5,2] > W[5,7]+W[7,2]$ maka $W[5,2]$ ganti 6,5
 $W[5,3] > W[5,7]+W[7,3]$ maka $W[5,3]$ ganti 8,2
 $W[5,4] > W[5,7]+W[7,4]$ maka $W[5,4]$ ganti 8,7

$W[5,5] > W[5,7] + W[7,5]$ maka $W[5,5]$ ganti 7,0

$W[5,6] \nless W[5,7] + W[7,6]$ maka $W[5,6]$ tetap

$W[5,7] \nless W[5,7] + W[7,7]$ maka $W[5,7]$ tetap

$W[5,8] \nless W[5,7] + W[7,8]$ maka $W[5,8]$ tetap

$W[5,9] \nless W[5,7] + W[7,9]$ maka $W[5,9]$ tetap

$W[6,1] > W[6,7] + W[7,1]$ maka $W[6,1]$ ganti 5,3

$W[6,2] > W[6,7] + W[7,2]$ maka $W[6,2]$ ganti 7,4

$W[6,3] > W[6,7] + W[7,3]$ maka $W[6,3]$ ganti 9,1

$W[6,4] > W[6,7] + W[7,4]$ maka $W[6,4]$ ganti 9,6

$W[6,5] > W[6,7] + W[7,5]$ maka $W[6,5]$ ganti 7,9

$W[6,6] > W[6,7] + W[7,6]$ maka $W[6,6]$ ganti 10,6

$W[6,7] \nless W[6,7] + W[7,7]$ maka $W[6,7]$ tetap

$W[6,8] \nless W[6,7] + W[7,8]$ maka $W[6,8]$ tetap

$W[6,9] > W[6,7] + W[7,9]$ maka $W[6,9]$ ganti 4,2

$W[7,1] \nless W[7,7] + W[7,1]$ maka $W[7,1]$ tetap

$W[7,2] \nless W[7,7] + W[7,2]$ maka $W[7,2]$ tetap

$W[7,3] \nless W[7,7] + W[7,3]$ maka $W[7,3]$ tetap

$W[7,4] \nless W[7,7] + W[7,4]$ maka $W[7,4]$ tetap

$W[7,5] \nless W[7,7] + W[7,5]$ maka $W[7,5]$ tetap

$W[7,6] \nless W[7,7] + W[7,6]$ maka $W[7,6]$ tetap

$W[7,7] \nless W[7,7] + W[7,7]$ maka $W[7,7]$ tetap

$W[7,8] \nless W[7,7] + W[7,8]$ maka $W[7,8]$ tetap

$W[7,9] \nless W[7,7] + W[7,9]$ maka $W[7,9]$ tetap

$W[8,1] \neq W[8,7] + W[7,1]$ maka $W[8,1]$ tetap

$W[8,2] \neq W[8,7] + W[7,2]$ maka $W[8,2]$ tetap

$W[8,3] \neq W[8,7] + W[7,3]$ maka $W[8,3]$ tetap

$W[8,4] \neq W[8,7] + W[7,4]$ maka $W[8,4]$ tetap

$W[8,5] \neq W[8,7] + W[7,5]$ maka $W[8,5]$ tetap

$W[8,6] \neq W[8,7] + W[7,6]$ maka $W[8,6]$ tetap

$W[8,7] \neq W[8,7] + W[7,7]$ maka $W[8,7]$ tetap

$W[8,8] \neq W[8,7] + W[7,8]$ maka $W[8,8]$ tetap

$W[8,9] \neq W[8,7] + W[7,9]$ maka $W[8,9]$ tetap

$W[9,1] \neq W[9,7] + W[7,1]$ maka $W[9,1]$ tetap

$W[9,2] \neq W[9,7] + W[7,2]$ maka $W[9,2]$ tetap

$W[9,3] \neq W[9,7] + W[7,3]$ maka $W[9,3]$ tetap

$W[9,4] \neq W[9,7] + W[7,4]$ maka $W[9,4]$ tetap

$W[9,5] \neq W[9,7] + W[7,5]$ maka $W[9,5]$ tetap

$W[9,6] \neq W[9,7] + W[7,6]$ maka $W[9,6]$ tetap

$W[9,7] \neq W[9,7] + W[7,7]$ maka $W[9,7]$ tetap

$W[9,8] \neq W[9,7] + W[7,8]$ maka $W[9,8]$ tetap

$W[9,9] \neq W[9,7] + W[7,9]$ maka $W[9,9]$ tetap

h. $k=8$

$$\begin{pmatrix} 7,0 & 2,1 & 3,8 & 4,3 & 2,6 & 5,3 & 4,3 & 5,9 & 5,3 \\ 5,25 & 7,35 & 1,7 & 2,2 & 0,85 & 3,55 & 2,55 & 4,15 & 3,55 \\ 6,65 & 8,75 & 10,45 & 0,95 & 2,3 & 2,85 & 3,95 & 3,45 & 5,0 \\ 5,7 & 7,8 & 9,5 & 10,0 & 3,1 & 1,9 & 3,0 & 2,5 & 4,6 \\ 4,4 & 6,5 & 8,2 & 8,7 & 7,0 & 2,7 & 1,7 & 3,3 & 2,7 \\ 5,3 & 7,4 & 9,1 & 9,6 & 7,9 & 10,6 & 2,6 & 0,6 & 4,2 \\ 2,7 & 4,8 & 6,5 & 7,0 & 5,3 & 8,0 & 7,0 & 2,1 & 1,6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ 2,2 & 4,3 & 6,0 & 6,5 & 4,8 & 7,5 & 6,5 & 8,1 & 7,5 \end{pmatrix}$$

$W[1,2] \nrightarrow W[1,8]+W[8,2]$ maka $W[1,2]$ tetap

$W[1,3] \nrightarrow W[1,8]+W[8,3]$ maka $W[1,3]$ tetap

$W[1,4] \nrightarrow W[1,8]+W[8,4]$ maka $W[1,4]$ tetap

$W[1,5] \nrightarrow W[1,8]+W[8,5]$ maka $W[1,5]$ tetap

$W[1,6] \nrightarrow W[1,8]+W[8,6]$ maka $W[1,6]$ tetap

$W[1,7] \nrightarrow W[1,8]+W[8,7]$ maka $W[1,7]$ tetap

$W[1,8] \nrightarrow W[1,8]+W[8,8]$ maka $W[1,8]$ tetap

$W[1,9] \nrightarrow W[1,8]+W[8,9]$ maka $W[1,9]$ tetap

$W[2,1] \nrightarrow W[2,8]+W[8,1]$ maka $W[2,1]$ tetap

$W[2,2] \nrightarrow W[2,8]+W[8,2]$ maka $W[2,2]$ tetap

$W[2,3] \nrightarrow W[2,8]+W[8,3]$ maka $W[2,3]$ tetap

$W[2,4] \nrightarrow W[2,8]+W[8,4]$ maka $W[2,4]$ tetap

$W[2,5] \nrightarrow W[2,8]+W[8,5]$ maka $W[2,5]$ tetap

$W[2,6] \nrightarrow W[2,8]+W[8,6]$ maka $W[2,6]$ tetap

$W[2,7] \nrightarrow W[2,8]+W[8,7]$ maka $W[2,7]$ tetap

$W[2,8] \nrightarrow W[2,8]+W[8,8]$ maka $W[2,8]$ tetap

$W[2,9] \nrightarrow W[2,8]+W[8,9]$ maka $W[2,9]$ tetap

$W[3,1] \neq W[3,8] + W[8,1]$ maka $W[3,1]$ tetap

$W[3,2] \neq W[3,8] + W[8,2]$ maka $W[3,2]$ tetap

$W[3,3] \neq W[3,8] + W[8,3]$ maka $W[3,3]$ tetap

$W[3,4] \neq W[3,8] + W[8,4]$ maka $W[3,4]$ tetap

$W[3,5] \neq W[3,8] + W[8,5]$ maka $W[3,5]$ tetap

$W[3,6] \neq W[3,8] + W[8,6]$ maka $W[3,6]$ tetap

$W[3,7] \neq W[3,8] + W[8,7]$ maka $W[3,7]$ tetap

$W[3,8] \neq W[3,8] + W[8,8]$ maka $W[3,8]$ tetap

$W[3,9] \neq W[3,8] + W[8,9]$ maka $W[3,9]$ tetap

$W[4,1] \neq W[4,8] + W[8,1]$ maka $W[4,1]$ tetap

$W[4,2] \neq W[4,8] + W[8,2]$ maka $W[4,2]$ tetap

$W[4,3] \neq W[4,8] + W[8,3]$ maka $W[4,3]$ tetap

$W[4,4] \neq W[4,8] + W[8,4]$ maka $W[4,4]$ tetap

$W[4,5] \neq W[4,8] + W[8,5]$ maka $W[4,5]$ tetap

$W[4,6] \neq W[4,8] + W[8,6]$ maka $W[4,6]$ tetap

$W[4,7] \neq W[4,8] + W[8,7]$ maka $W[4,7]$ tetap

$W[4,8] \neq W[4,8] + W[8,8]$ maka $W[4,8]$ tetap

$W[4,9] \neq W[4,8] + W[8,9]$ maka $W[4,9]$ tetap

$W[5,1] \neq W[5,8] + W[8,1]$ maka $W[5,1]$ tetap

$W[5,2] \neq W[5,8] + W[8,2]$ maka $W[5,2]$ tetap

$W[5,3] \neq W[5,8] + W[8,3]$ maka $W[5,3]$ tetap

$W[5,4] \neq W[5,8] + W[8,4]$ maka $W[5,4]$ tetap

$W[5,5] \neq W[5,8] + W[8,5]$ maka $W[5,5]$ tetap

$W[5,6] \neq W[5,8] + W[8,6]$ maka $W[5,6]$ tetap

$W[5,7] \neq W[5,8] + W[8,7]$ maka $W[5,7]$ tetap

$W[5,8] \neq W[5,8] + W[8,8]$ maka $W[5,8]$ tetap

$W[5,9] \neq W[5,8] + W[8,9]$ maka $W[5,9]$ tetap

$W[6,1] \neq W[6,8] + W[8,1]$ maka $W[6,1]$ tetap

$W[6,2] \neq W[6,8] + W[8,2]$ maka $W[6,2]$ tetap

$W[6,3] \neq W[6,8] + W[8,3]$ maka $W[6,3]$ tetap

$W[6,4] \neq W[6,8] + W[8,4]$ maka $W[6,4]$ tetap

$W[6,5] \neq W[6,8] + W[8,5]$ maka $W[6,5]$ tetap

$W[6,6] \neq W[6,8] + W[8,6]$ maka $W[6,6]$ tetap

$W[6,7] \neq W[6,8] + W[8,7]$ maka $W[6,7]$ tetap

$W[6,8] \neq W[6,8] + W[8,8]$ maka $W[6,8]$ tetap

$W[6,9] > W[6,8] + W[8,9]$ maka $W[6,9]$ ganti 3,1`

$W[7,1] \neq W[7,8] + W[8,1]$ maka $W[7,1]$ tetap

$W[7,2] \neq W[7,8] + W[8,2]$ maka $W[7,2]$ tetap

$W[7,3] \neq W[7,8] + W[8,3]$ maka $W[7,3]$ tetap

$W[7,4] \neq W[7,8] + W[8,4]$ maka $W[7,4]$ tetap

$W[7,5] \neq W[7,8] + W[8,5]$ maka $W[7,5]$ tetap

$W[7,6] \neq W[7,8] + W[8,6]$ maka $W[7,6]$ tetap

$W[7,7] \neq W[7,8] + W[8,7]$ maka $W[7,7]$ tetap

$W[7,8] \neq W[7,8] + W[8,8]$ maka $W[7,8]$ tetap

$W[7,9] \neq W[7,8] + W[8,9]$ maka $W[7,9]$ tetap

$W[8,1] \neq W[8,8] + W[8,1]$ maka $W[8,1]$ tetap

$W[8,2] \nrightarrow W[8,8]+W[8,2]$ maka $W[8,2]$ tetap

$W[8,3] \nrightarrow W[8,8]+W[8,3]$ maka $W[8,3]$ tetap

$W[8,4] \nrightarrow W[8,8]+W[8,4]$ maka $W[8,4]$ tetap

$W[8,5] \nrightarrow W[8,8]+W[8,5]$ maka $W[8,5]$ tetap

$W[8,6] \nrightarrow W[8,8]+W[8,6]$ maka $W[8,6]$ tetap

$W[8,7] \nrightarrow W[8,8]+W[8,7]$ maka $W[8,7]$ tetap

$W[8,8] \nrightarrow W[8,8]+W[8,8]$ maka $W[8,8]$ tetap

$W[8,9] \nrightarrow W[8,8]+W[8,9]$ maka $W[8,9]$ tetap

$W[9,1] \nrightarrow W[9,8]+W[8,1]$ maka $W[9,1]$ tetap

$W[9,2] \nrightarrow W[9,8]+W[8,2]$ maka $W[9,2]$ tetap

$W[9,3] \nrightarrow W[9,8]+W[8,3]$ maka $W[9,3]$ tetap

$W[9,4] \nrightarrow W[9,8]+W[8,4]$ maka $W[9,4]$ tetap

$W[9,5] \nrightarrow W[9,8]+W[8,5]$ maka $W[9,5]$ tetap

$W[9,6] \nrightarrow W[9,8]+W[8,6]$ maka $W[9,6]$ tetap

$W[9,7] \nrightarrow W[9,8]+W[8,7]$ maka $W[9,7]$ tetap

$W[9,8] \nrightarrow W[9,8]+W[8,8]$ maka $W[9,8]$ tetap

$W[9,9] \nrightarrow W[9,8] + W[8,9]$ maka $W[9,9]$ tetap

i. $k=9$

7,0	2,1	3,8	4,3	2,6	5,3	4,3	5,9	2,2
5,25	7,35	1,7	2,2	0,85	3,55	5,2	4,15	3,55
6,65	8,75	10,45	0,95	2,3	2,85	3,95	3,45	5,0
5,7	7,8	9,5	10,0	3,1	1,9	3	2,5	5,8
4,4	6,5	8,2	8,7	7,0	2,7	1,7	3,3	2,7
5,3	7,4	9,1	9,6	7,9	10,6	2,6	0,6	3,1
2,7	4,8	6,5	7,0	5,3	8,0	7,0	2,1	1,6
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2,5
2,2	4,3	6,0	6,5	4,8	7,5	6,5	8,1	7,5

$W[1,1] \neq W[1,9] + W[9,1]$ maka $W[1,1]$ tetap

$W[1,2] \neq W[1,9] + W[9,2]$ maka $W[1,2]$ tetap

$W[1,3] \neq W[1,9] + W[9,3]$ maka $W[1,3]$ tetap

$W[1,4] \neq W[1,9] + W[9,4]$ maka $W[1,4]$ tetap

$W[1,5] \neq W[1,9] + W[9,5]$ maka $W[1,5]$ tetap

$W[1,6] \neq W[1,9] + W[9,6]$ maka $W[1,6]$ tetap

$W[1,7] \neq W[1,9] + W[9,7]$ maka $W[1,7]$ tetap

$W[1,8] \neq W[1,9] + W[9,8]$ maka $W[1,8]$ tetap

$W[1,9] \neq W[1,9] + W[9,9]$ maka $W[1,9]$ tetap

$W[2,1] \neq W[2,9] + W[9,1]$ maka $W[2,1]$ tetap

$W[2,2] \neq W[2,9] + W[9,2]$ maka $W[2,2]$ tetap

$W[2,3] \neq W[2,9] + W[9,3]$ maka $W[2,3]$ tetap

$W[2,4] \neq W[2,9] + W[9,4]$ maka $W[2,4]$ tetap

$W[2,5] \neq W[2,9] + W[9,5]$ maka $W[2,5]$ tetap

$W[2,6] \neq W[2,9] + W[9,6]$ maka $W[2,6]$ tetap

$W[2,7] \neq W[2,9] + W[9,7]$ maka $W[2,7]$ tetap

$W[2,8] \neq W[2,9] + W[9,8]$ maka $W[2,8]$ tetap

$W[2,9] \neq W[2,9] + W[9,9]$ maka $W[2,9]$ tetap

$W[3,1] \neq W[3,9] + W[9,1]$ maka $W[3,1]$ tetap

$W[3,2] \neq W[3,9] + W[9,2]$ maka $W[3,2]$ tetap

$W[3,3] \neq W[3,9] + W[9,3]$ maka $W[3,3]$ tetap

$W[3,4] \neq W[3,9] + W[9,4]$ maka $W[3,4]$ tetap

$W[3,5] \neq W[3,9] + W[9,5]$ maka $W[3,5]$ tetap

$W[3,6] \neq W[3,9] + W[9,6]$ maka $W[3,6]$ tetap

$W[3,7] \neq W[3,9] + W[9,7]$ maka $W[3,7]$ tetap

$W[3,8] \neq W[3,9] + W[9,8]$ maka $W[3,8]$ tetap

$W[3,9] \neq W[3,9] + W[9,9]$ maka $W[3,9]$ tetap

$W[4,1] \neq W[4,9] + W[9,1]$ maka $W[4,1]$ tetap

$W[4,2] \neq W[4,9] + W[9,2]$ maka $W[4,2]$ tetap

$W[4,3] \neq W[4,9] + W[9,3]$ maka $W[4,3]$ tetap

$W[4,4] \neq W[4,9] + W[9,4]$ maka $W[4,4]$ tetap

$W[4,5] \neq W[4,9] + W[9,5]$ maka $W[4,5]$ tetap

$W[4,6] \neq W[4,9] + W[9,6]$ maka $W[4,6]$ tetap

$W[4,7] \neq W[4,9] + W[9,7]$ maka $W[4,7]$ tetap

$W[4,8] \neq W[4,9] + W[9,8]$ maka $W[4,8]$ tetap

$W[4,9] \neq W[4,9] + W[9,9]$ maka $W[4,9]$ tetap

$W[5,1] \neq W[5,9] + W[9,1]$ maka $W[5,1]$ tetap

$W[5,2] \neq W[5,9] + W[9,2]$ maka $W[5,2]$ tetap

$W[5,3] \neq W[5,9] + W[9,3]$ maka $W[5,3]$ tetap

$W[5,4] \neq W[5,9] + W[9,4]$ maka $W[5,4]$ tetap

$W[5,5] \neq W[5,9] + W[9,5]$ maka $W[5,5]$ tetap

$W[5,6] \neq W[5,9] + W[9,6]$ maka $W[5,6]$ tetap

$W[5,7] \neq W[5,9] + W[9,7]$ maka $W[5,7]$ tetap

$W[5,8] \neq W[5,9] + W[9,8]$ maka $W[5,8]$ tetap

$W[5,9] \neq W[5,9] + W[9,9]$ maka $W[5,9]$ tetap

$W[6,1] \neq W[6,9] + W[9,1]$ maka $W[6,1]$ tetap

$W[6,2] \nrightarrow W[6,9] + W[9,2]$ maka $W[6,2]$ tetap

$W[6,3] \nrightarrow W[6,9] + W[9,3]$ maka $W[6,3]$ tetap

$W[6,4] \nrightarrow W[6,9] + W[9,4]$ maka $W[6,4]$ tetap

$W[6,5] \nrightarrow W[6,9] + W[9,5]$ maka $W[6,5]$ tetap

$W[6,6] \nrightarrow W[6,9] + W[9,6]$ maka $W[6,6]$ tetap

$W[6,7] \nrightarrow W[6,9] + W[9,7]$ maka $W[6,7]$ tetap

$W[6,8] \nrightarrow W[6,9] + W[9,8]$ maka $W[6,8]$ tetap

$W[6,9] \nrightarrow W[6,9] + W[9,9]$ maka $W[6,9]$ tetap

$W[7,1] \nrightarrow W[7,9] + W[9,1]$ maka $W[7,1]$ tetap

$W[7,2] \nrightarrow W[7,9] + W[9,2]$ maka $W[7,2]$ tetap

$W[7,3] \nrightarrow W[7,9] + W[9,3]$ maka $W[7,3]$ tetap

$W[7,4] \nrightarrow W[7,9] + W[9,4]$ maka $W[7,4]$ tetap

$W[7,5] \nrightarrow W[7,9] + W[9,5]$ maka $W[7,5]$ tetap

$W[7,6] \nrightarrow W[7,9] + W[9,6]$ maka $W[7,6]$ tetap

$W[7,7] \nrightarrow W[7,9] + W[9,7]$ maka $W[7,7]$ tetap

$W[7,8] \nrightarrow W[7,9] + W[9,8]$ maka $W[7,8]$ tetap

$W[7,9] \nrightarrow W[7,9] + W[9,9]$ maka $W[7,9]$ tetap

$W[8,1] > W[8,9] + W[9,1]$ maka $W[8,1]$ ganti 4,7

$W[8,2] > W[8,9] + W[9,2]$ maka $W[8,2]$ ganti 6,8

$W[8,3] > W[8,9] + W[9,3]$ maka $W[8,3]$ ganti 8,5

$W[8,4] > W[8,9] + W[9,4]$ maka $W[8,4]$ ganti 9,0

$W[8,5] > W[8,9] + W[9,5]$ maka $W[8,5]$ ganti 7,3

$W[8,6] > W[8,9] + W[9,6]$ maka $W[8,6]$ ganti 10,0

$W[8,7] > W[8,9] + W[9,7]$ maka $W[8,7]$ ganti 9,0

$W[8,8] > W[8,9] + W[9,8]$ maka $W[8,8]$ ganti 10,6

$W[8,9] \nless W[8,9] + W[9,9]$ maka $W[8,9]$ tetap

$W[9,1] \nless W[9,9] + W[9,1]$ maka $W[9,1]$ tetap

$W[9,2] \nless W[9,9] + W[9,2]$ maka $W[9,2]$ tetap

$W[9,3] \nless W[9,9] + W[9,3]$ maka $W[9,3]$ tetap

$W[9,4] \nless W[9,9] + W[9,4]$ maka $W[9,4]$ tetap

$W[9,5] \nless W[9,9] + W[9,5]$ maka $W[9,5]$ tetap

$W[9,6] \nless W[9,9] + W[9,6]$ maka $W[9,6]$ tetap

$W[9,7] \nless W[9,9] + W[9,7]$ maka $W[9,7]$ tetap

$W[9,8] \nless W[9,9] + W[9,8]$ maka $W[9,8]$ tetap

$W[9,9] \nless W[9,9] + W[9,9]$ maka $W[9,9]$ tetap

7,0	2,1	3,8	4,3	2,6	5,3	4,3	5,9	5,3
5,25	7,35	1,7	2,2	0,85	3,55	2,55	4,15	3,55
6,65	8,75	10,45	0,95	2,3	2,85	3,95	3,45	5,0
5,7	7,8	9,5	10,0	3,1	1,9	3,0	2,5	4,6
4,4	6,5	8,2	8,7	7,0	2,7	1,7	3,3	2,7
5,3	7,4	9,1	9,6	7,9	10,6	2,6	0,6	3,1
2,7	4,8	6,5	7,0	5,3	8,0	7,0	2,1	1,6
4,7	6,8	8,5	9,0	7,3	10,0	9,0	10,6	2,5
2,2	4,3	6,0	6,5	4,8	7,5	6,5	8,1	7,5

CURICULUM VITAE

Nama : Indriyani Mulyawatik Susani

Tempat Tanggal Lahir : Magelang, 04 november 1990

Alamat : Muntilan, Magelang, Jawa Tengah

Nomor telepon : 083867337141

Nama Ayah : B.Mulyono

Nama Ibu : Haryati

Riwayat Pendidikan :

- SD Negeri Gunungpring 4 lulus tahun 2002.
- SLTP Negeri 2 Muntilan lulus tahun 2005.
- SMA Negeri 1Muntilan lulus tahun 2008.
- UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta (2008 - sekarang).